ŠKOLSKO/GRADSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE
14. veljače 2012.

4. razred – rješenja

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. a) $36 + 144 : (9 – 3 \cdot 2) = 36 + 144 : 3 = 36 + 48 = 84$. 2 boda
   b) $(36 + 144) : 9 – 3 \cdot 2 = 180 : 9 – 3 \cdot 2 = 20 – 6 = 14$. 2 boda
   ....UKUPNO 4 BODA

2. Uočavamo zbrojeve: $13 + 6 = 19$, $7 + 12 = 19$, $5 + 14 = 19$. 2 boda
   To znači da 11 pribrojen nepoznatom broju daje 19, odnosno traženi broj je 8. 2 boda
   ....UKUPNO 4 BODA

3. Kako je $2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$, trokut bi trebalo zamijeniti brojem 2, a krug brojem 3. 2 boda
   Budući da je $2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$, kvadrat bi trebalo zamijeniti brojem 4. 2 boda
   ....UKUPNO 4 BODA

4. <u>1. način</u>
   Ako vrijeme utrošeno za prikazivanje reklama oduzmemo od ukupnog vremena prikazivanja filma, preostat će vrijeme koliko bi trajalo prikazivanja samog filma (bez reklama).
   Reklame ukupno traju 10 minuta. Ako bi prikazivanje filma bez reklama započelo za 10 minuta kasnije (u 18 sati), film bi završio u isto vrijeme tj. u 19 sati i 45 minuta.
   2 boda
   Trajanje samog filma odgovara vremenu od 18 sati do 19 sati i 45 minuta, dakle prikazivanje filma trajalo bi 1 sat i 45 minuta odnosno 105 minuta.
   2 boda

   <u>2. način</u>
   Od 17 sati i 50 minuta do 19 sati i 45 minuta proteklo je 5 minuta manje od puna 2 sata. Kako 1 sat ima 60 minuta, proteklo je 1 sat i 55 minuta.
   2 boda
   Reklame ukupno traju 10 minuta, pa film bez reklama traje 10 minuta manje od ukupnog proteklog vremena, dakle prikazivanje samog filma trajalo bi 1 sat i 45 minuta.
   2 boda
   ....UKUPNO 4 BODA

5. Danijel je riješio dvostruko manje zadataka od Josipa, dakle $6 : 2 = 3$ točna zadataka.
   1 bod
   Budući da je Danijel imao 3 točna i 5 netočnih zadatka, u ispitu je bilo $3 + 5 = 8$ zadataka.
   1 bod
   Petar je točno riješio pola, dakle imao je 4 točna rješenja. 1 bod
   Dječaci su ukupno riješili 6 (Josip) + 3 (Danijel) + 4 (Petar) = 13 zadataka. 1 bod
   ....UKUPNO 4 BODA

6. 129 – (6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11) = 129 – 51 = 78
Nakon što je odletjela 51 ptica, na 6 hrastova je ostalo 78 ptica. 2 boda
78 : 6 = 13
Na svakom od njih ostalo je 13 ptica. 2 boda
Na početku je na prvom hrastu bilo 13 + 6 =19,
na drugom 13 + 11 = 24,
na trećem 13 + 8 = 21,
na četvrtom 13 + 10 = 23,
na petom 13 + 7 = 20
i na šestom 13 + 9 = 22 ptice. 6 bodova
....UKUPNO 10 BODOVA

7. Svaki je dječak dobio čokoladicu od svake djevojčice,
dakle jedan dječak je dobio 7 čokoladica. 1 bod
Kako je u razredu 11dječaka, dječaci su ukupno dobili 11 · 7 = 77 čokoladica. 2 boda
Zauzvrat, svaki je dječak djevojčicama darovao 1+2+3+4+5+6+7 = 28 bombona. 3 boda
Kako je u razredu 11dječaka, dječaci su ukupno darovali 11 · 28 = 308 bombona. 2 boda
Ukupno je poklonjeno 77 + 308 = 385 slatkiša. 2 bod
....UKUPNO 10 BODOVA

8. Na slici su trokuti:
ABG,BCG,CDH,DEH,EFH,FAG 3 boda
ABC,ABF,CDE,DEF 4 boda
ACE,BDF 2 boda
Ukupno je na slici 12 trokuta. 1 bod
....UKUPNO 10 BODOVA

ŠKOLSKO/GRADSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE
14. veljače 2012.

5. razred – rješenja

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. $\{24+[15\cdot(312-12\cdot 8)-18]:3\}-68=$
$=\{24+[15\cdot 216-18]:3\}-68=$
$=\{24+[3240-18]:3\}-68=$ 2 boda
$=\{24+3222:3\}-68=$
$= 1098 - 68 = 1030.$ 2 boda
....UKUPNO 4 BODA

2. Najveći troznamenkasti broj djeljiv brojem 9 je 999, a najmanji troznamenkasti broj koji nije djeljiv brojem 9 je 100.
Joško je zbrojio 999 + 100 = 1 099. 1 bod
Najveći troznamenkasti broj koji nije djeljiv brojem 9 je 998, a najmanji troznamenkasti broj djeljiv brojem 9 je 108.
Fran je zbrojio 998 + 108 = 1 106. 1 bod
Franov zbroj je veći za 1106 – 1099 = 7. 2 boda
....UKUPNO 4 BODA

3. $100\,000 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5.$ 2 boda
Budući da broj 100 000 treba prikazati kao umnožak dvaju brojeva koji nemaju znamenku 0 ni u jednom broju, faktori 2 i 5 ne smiju biti zajedno pa je rješenje zadatka
$(2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5) = 32 \cdot 3\,125.$ 2 boda
....UKUPNO 4 BODA

4. U nizu 012343210012343210012...ponavlja se „podniz” 012343210 koji ima 9 znamenki.
1 bod

2012 : 9 = 223
 21
  32
   5

Do 2012. znamenke „podniz” 012343210 se ponavlja 223 puta i preostaje još pet znamenki.
2 boda
To znači da je 2012. znamenka u zadanom nizu 5.znamenka „podniza” 012343210.
Dakle, 2012. znamenka u zadanom nizu je 4. 1 bod
....UKUPNO 4 BODA

5. Kako je 144 : 9 = 16, 176 : 22 = 8 i 143 : 13 = 11, onda tako mora biti i u posljednjem stupcu.
2 boda
Dakle, x = 192 : 16 odnosno x = 12. 2 boda
....UKUPNO 4 BODA

6. Rastavimo li broj 196 na proste faktore, imamo da je $196 = 2 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 7$. 3 boda
Iz rastava na proste faktore vidljivo je da postoji pet različitih parova prirodnih brojeva čiji je umnožak 196, pa imamo i pet različitih pravokutnika kojima je površina 196 cm^2 i to:
pravokutnik kojemu su duljine susjednih stranica 1 cm i 196 cm, 1 bod
pravokutnik kojemu su duljine susjednih stranica 2 cm i 98 cm, 1 bod
pravokutnik kojemu su duljine susjednih stranica 4 cm i 49 cm, 1 bod
pravokutnik kojemu su duljine susjednih stranica 7 cm i 28 cm, 1 bod
pravokutnik kojemu su duljine susjednih stranica 14 cm i 14 cm. 1 bod

Najveći opseg ima pravokutnik kojemu su duljine susjednih stranica 1 cm i 196 cm. 2 boda
..........UKUPNO 10 BODOVA

7. Kako je $28 = 2 \cdot 2 \cdot 7$, odgovarajuće trojke znamenaka su:
a) 2, 2, 7; b) 1,4,7. 2 boda
Traženi brojevi su:
a) 227, 272, 722; 2 boda
b) 147, 174, 417, 471, 714, 741. 4 boda
Brojeva s traženim svojstvima ima 9. 2 boda
..........UKUPNO 10 BODOVA

8. <u>1. način</u>:
Ako je broj $\overline{abc}$ djeljiv brojevima 4 i 13, on mora biti djeljiv i brojem $4 \cdot 13 = 52$.
2 boda
Troznamenkasti brojevi djeljivi brojem 52 su:
104, 156, 208, 260, 312, 364, 2 boda
416, 468, 520, 572, 624, 676, 2 boda
728, 780, 832, 884, 936 i 988. 2 boda
Zbroj znamenaka je 18 samo za brojeve 468 i 936. 2 boda

<u>2. način</u>:
Prirodan broj $\overline{abc}$ je djeljiv brojem 4 ako je brojem 4 djeljiv broj $\overline{bc}$
(dvoznamenkasti završetak tog broja). 1 bod
Dakle, mogući dvoznamenkasti završetci brojeva su 00, 04, 08, 12, 16, 20,
24, 28, 32, 36, 40, 44, 48, 52, 56, 60, 64, 68, 72, 76, 80, 84, 88, 92 i 96. 2 boda
Budući da su a, b i c znamenke i da mora biti $a + b + c = 18$, zaključujemo
da mora biti $b + c > 8$. 1 bod
To smanjuje broj mogućnosti za dvoznamenkaste završetke broja.
Mogućnosti su: 28, 36, 48, 56, 64, 68, 72, 76, 84, 88, 92 i 96. 2 boda
Kandidati za rješenja su brojevi 828, 936, 648, 756, 864, 468, 972,
576, 684, 288, 792 i 396. 2 boda
Od tih kandidata brojem 13 djeljivi su samo 468 i 936. 2 boda
..........UKUPNO 10 BODOVA

ŠKOLSKO/GRADSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE
14. veljače 2012.

6. razred – rješenja

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. $1\frac{3}{8}\cdot\frac{2}{5}-\frac{2}{5}:2\frac{2}{7}=\frac{11}{8}\cdot\frac{2}{5}-\frac{2}{5}:\frac{16}{7}=$ 1 bod

$=\frac{11}{8}\cdot\frac{2}{5}-\frac{2}{5}\cdot\frac{7}{16}=\frac{2}{5}\cdot\left(\frac{11}{8}-\frac{7}{16}\right)$ 1 bod

$=\frac{2}{5}\cdot\frac{22-7}{16}=\frac{2}{5}\cdot\frac{15}{16}=\frac{3}{8}.$ 2 boda

..........UKUPNO 4 BODA

2. Prva cijev za 1 sat napuni $\frac{1}{5}$ bazena, a druga cijev za 1 sat napuni $\frac{1}{3}$ bazena 1 bod

Za 1 sat te cijevi zajedno napune $\frac{1}{5}+\frac{1}{3}=\frac{8}{15}$ bazena. 1 bod

Bazen će biti pun za $\frac{15}{8}=1\frac{7}{8}$ sata, tj. za 1 sat 52 minute i 30 sekundi. 2 boda

..........UKUPNO 4 BODA

3. Kako je $|AD| = |AC|$, trokut $\triangle ADC$ je jednakokračan. 1 bod

Stoga je kut $|\angle ADC| = \gamma = (180° - 25°) : 2 = 77.5°$. 2 boda

$\beta = 77.5° - 25° = 52.5°$. 1 bod

..........UKUPNO 4 BODA

4.

$$\left.\begin{array}{l} 1.\ \text{brat}: \frac{1}{5}x \\ 2.\ \text{brat}: \frac{5}{8}x \end{array}\right\}$$ 1 bod

3. brat: $x-\frac{1}{5}x-\frac{5}{8}x=\frac{7}{40}x$ 1 bod

Ukupno:

Treći brat je prvom bratu dao $\frac{3}{4}\cdot\frac{7}{40}x=\frac{21}{160}x$, 1 bod

pa je prvi brat ukupno dobio $\frac{1}{5}x+\frac{21}{160}x=\frac{53}{160}x$. 1 bod

..........UKUPNO 4 BODA

5. Neka je α šiljasti kut , a β tupi. Iz uvjeta zadatka slijedi da je $2 \cdot (\alpha + \alpha) = \beta$.
Dakle, $\beta = 4\,\alpha$. 1 bod
Budući da je zbroj sukuta jednak 180°, tj. $\alpha + \beta = 180°$,
vrijedi: $\alpha + 4\,\alpha = 180°$ 1 bod
$5\alpha = 180°$ 1 bod
$\alpha = 36°$, a $\beta = 4\,\alpha = 4 \cdot 36° = 144°$. 1 bod
..........UKUPNO 4 BODA

6. Četveroznamenkasti brojevi su oblika $\overline{abcd}$. 1 bod.
Znamenke četveroznamenkastog broja djeljivog brojem 5 mogu biti:
$a \in \{1, 2, 4, 5\}$,
$b \in \{0, 1, 2, 4 ,5\}$,
$c \in \{0, 1, 2, 4, 5\}$,
$d \in \{0, 5\}$.
Takvih brojeva ima $4 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 2 = 200$. 4 boda
Znamenke četveroznamenkastog broja koji nije djeljiv brojem 5 mogu biti:
$a \in \{1, 2, 4, 5\}$,
$b \in \{0, 1, 2, 4 ,5\}$,
$c \in \{0, 1, 2, 4, 5\}$,
$d \in \{1, 2, 4\}$.
Takvih brojeva ima $4 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 = 300$. 4 boda
Više ima četveroznamenkastih brojeva koji nisu djeljivi brojem 5 i to za 100. 1 bod
..........UKUPNO 10 BODOVA

7. Neka je x brojnik traženog razlomka. Tada je $2012 - x$ nazivnik traženog razlomka. 1 bod
Vrijedi: $\frac{x}{2012 - x} = \frac{1}{3}$ 2 boda
$2012 - x = 3x$. 2 boda
$2012 = 4x$. 1 bod
$x = 503$. 2 boda
Traženi je razlomak $\frac{503}{1509}$. 2 boda
..........UKUPNO 10 BODOVA

8. Neka su a i b dvije susjedne stranice pravokutnika, pri čemu je $a > b$.
Prema uvjetima zadatka vrijedi:
$2a + 2b = 23.2$ i $a = b + 4.2$ 2 boda
odakle je $b = 3.7$, 3 boda
$a = 7.9$. 1 bod
Neka je x duljina kraka jednakokračnog trokuta.
Tada vrijedi: $7.9 + 2x = 23.2$ 1 bod
odakle je $x = 7.65$. 2 boda
Duljina osnovice trokuta je 7.9 cm, a duljina kraka je 7.65 cm. 1 bod
..........UKUPNO 10 BODOVA

ŠKOLSKO/GRADSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE
14. veljače 2012.

7. razred-rješenja

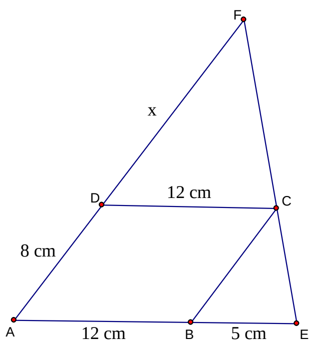
OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. Ukupan broj osoba koje dijele troškove održavanja je 16.
Na svaku osobu otpada 1 : 16 = 6.25 % troškova. 1 BOD
Tročlana obitelj uplaćuje 18.75 % ukupnog troška, 1 BOD
četveročlane obitelji plaćaju po 25 % od ukupnoga troška, 1 BOD
a peteročlana obitelj 31.25 % troška. 1 BOD
………………………………………………………………………………...…… UKUPNO 4 BODA

2. Svaka točka s osi apscise ima drugu koordinatu 0 pa vrijedi
$$0.5-\frac{2-t}{3}=0$$ 1 BOD
Slijedi t=0.5. 1 BOD
Dalje je $\frac{1}{2}-2t=\frac{1}{2}-2\cdot 0.5=\frac{1}{2}-1=-0.5$. 1 BOD
Dakle, $A(-0.5,0)$. 1 BOD
……………………………………………………………………………….….. UKUPNO 4 BODA

3. U 1 toni krastavaca ima 94% vode i 6%(1 000kg) = 60 kg suhe tvari. 1 BOD
Nakon što se količina vode smanjila na 92% , 60 kg suhe tvari čini 8% ukupne mase krastavaca,
1 BOD
tj. vrijedi $8\%(x)=60$
$$0.08x = 60 \,/ :0.08$$
$$x=750\,\text{kg}$$
Masa krastavaca nakon isušivanja je 750 kg. 2 BODA
……………………………………………………………………...………… UKUPNO 4 BODA

4.



1 BOD
Prema Talesovom poučku o proporcionalnim dužinama vrijedi razmjer: $|DF|:|AF|=|DC|:|AE|$.
1 BOD
$x : (x + 8) = 12 : 17$ odnosno $17x = 12x + 96$ pa je $x = 19.2$.
Dakle, $|DF|$ = 19.2 cm. 2 BODA
……………………………………………………………………..……….. UKUPNO 4 BODA

5. Slučajni događaj ima 200 jednostavnih događaja.
Neka je B = {Izabran je broj djeljiv sa 6} = {6, 12, 18, ..., 198}.
Skup B ima 200 : 6 = 33 (ostatak 2) člana pa vrijedi da je $P(B) = \frac{33}{200}$. 2 BODA
A = {Izabran je broj koji nije djeljiv sa 6}.
$P(A) = 1 - P(B) = 1 - \frac{33}{200} = \frac{200-33}{200} = \frac{167}{200}$. 2 BODA
……………………………………………………………………………….…….. UKUPNO 4 BODA

6. Budući da Janica i Jelica za prijevod određenog broja stranica teksta trebaju 30 sati, slijedi da će njih dvije zajedno prevesti $\frac{1}{30}$ teksta za 1 sat. Na isti način će Janica i Jurica prevesti $\frac{1}{42}$ dijela stranica teksta za 1 sat, a Jelica i Jurica $\frac{1}{35}$. 3 BODA
Kada bi radili svi troje zajedno, preveli bi za 1 sat

$$\left(\frac{1}{30}+\frac{1}{42}+\frac{1}{35}\right):2=\frac{7+5+6}{5\cdot 6\cdot 7}\cdot\frac{1}{2}=\frac{18}{5\cdot 6\cdot 7}\cdot\frac{1}{2}=\frac{3}{70}.$$

4 BODA

Cijeli tekst bi preveli za x sati pa slijedi jednadžba $x\cdot\frac{3}{70}=1 \Rightarrow x=\frac{70}{3}=23\frac{1}{3}$. 2 BODA
Dakle, ako bi svi troje radili zajedno na prijevodu, posao bi bio gotov za 23 sata i 20 minuta.
1 BOD
……………………………………………………………………… UKUPNO 10 BODOVA

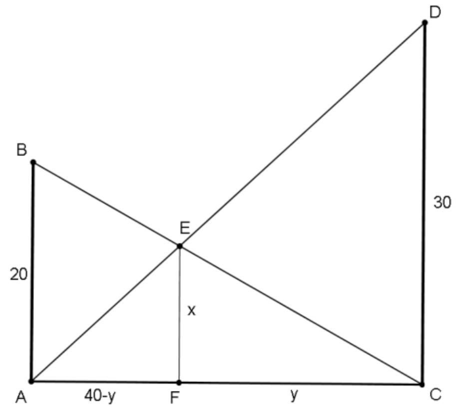
7. Zadani izraz može se transformirati na sljedeći način :

$$a=\frac{4b-5}{b-2}=\frac{4(b-2)+8-5}{b-2}=\frac{4(b-2)+3}{b-2}=\frac{4(b-2)}{b-2}+\frac{3}{b-2}=4+\frac{3}{b-2}$$

3 BODA

Sada je lako uočiti da će broj a biti cijeli broj ako je $\frac{3}{b-2}$ cijeli broj odnosno ako je b - 2 djelitelj broja 3, tj. ako je $b-2\in\{1,-1,3,-3\}$. 2 BODA
Dakle, postoje četiri mogućnosti.
Za b−2 = 1 slijedi b = 3 i a = 4 + 3 = 7. 1 BOD
Za b–2 =–1 slijedi b = 1 i a = 4 – 3 = 1. 1 BOD
Za b–2 = 3 slijedi b = 5 i a = 4 + 1 = 5. 1 BOD
Za b–2 =–3 slijedi b =–1 i a = 4 – 1 = 3. 1 BOD
Traženi parovi su (7,3), (1,1), (5,5) i (3,–1). 1 BOD
……………………………………………………………………..….. UKUPNO 10 BODOVA

8.



1 BOD

Prema poučku K-K o sličnosti slijedi $\Delta ACB \sim \Delta FCE$. 2 BODA

Iz sličnosti slijedi 20:x = 40:y odnosno y = 2x. 2 BODA

Prema poučku K-K o sličnosti slijedi $\Delta ACD \sim \Delta AFE$. 2 BODA

Iz sličnosti slijedi 30:x = 40:(40−y) odnosno 30:x = 40:(40−2x) 1 BOD

pa je x = 12.

Ta dva užeta križaju se na visini 12 metara od tla. 2 BODA

…………………………………………………………………………...…….. UKUPNO 10 BODOVA

ŠKOLSKO/GRADSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE
14. veljače 2012.

8. razred-rješenja

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1.Vrijedi $I = 10 + 2\cdot(-20+1)^2 - (-20)\cdot(4 - 3\cdot(-20)) =$

$= 10 + 2\cdot(-19)^2 - (-20)\cdot(4+60) =$ 1 BOD

$= 10 + 2\cdot 361 - (-20)\cdot 64 =$ 1 BOD

$= 10 + 722 + 1280 =$ 1 BOD

$= 2012$ 1 BOD

…………………………………………………………………………….... UKUPNO 4 BODA

2. S obzirom da je $\sqrt{3} < 3$ odnosno $\sqrt{3} - 3 < 0$, vrijedi $\sqrt{(\sqrt{3}-3)^2} = -(\sqrt{3}-3)$. 2 BODA

Dakle, $\sqrt{(\sqrt{3}-3)^2} - (\sqrt{3}-3) = -(\sqrt{3}-3) - (\sqrt{3}-3) = 6 - 2\sqrt{3}$. 2 BODA

………………………………………………………………...………… UKUPNO 4 BODA

3. Ako točka A pripada pravcu p , onda vrijedi jednakost : y = $\frac{\sqrt{2}}{3} + \sqrt{2} = \frac{4\sqrt{2}}{3}$, pa su koordinate točke $A(-\frac{\sqrt{2}}{3}, \frac{4\sqrt{2}}{3})$. 2 BODA

Ako i točka B pripada pravcu p , onda vrijedi ova jednakost : $-\frac{\sqrt{2}}{3} = -x + \sqrt{2}$, pa je apscisa točke B broj $\frac{4\sqrt{2}}{3}$. Dakle, koordinate su točke $B(\frac{4\sqrt{2}}{3}, -\frac{\sqrt{2}}{3})$. 2 BODA

…………………………………………………………………………... UKUPNO 4 BODA

4.Neka je $k = x_1 : 7 = x_2 : 3 = x_3 : 2 = x_4 : 5$. 1 BOD

Tada je $x_1 = 7k, x_2 = 3k, x_3 = 2k, x_4 = 5k$. 1 BOD

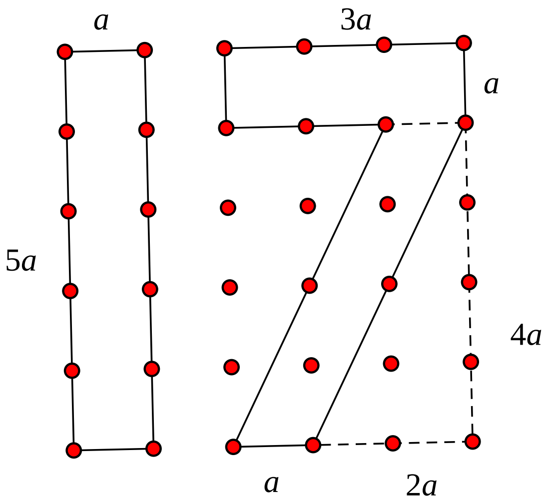
Vrijedi $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 = 49k^2 + 9k^2 + 4k^2 + 25k^2 = 87k^2$. 1 BOD

Dalje je $\frac{(7x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 5x_4)^2}{87} = \frac{(49k + 9k + 4k + 25k)^2}{87} = \frac{(87k)^2}{87} = \frac{87^2k^2}{87} = 87k^2$.

Time je tvrdnja dokazana. 1 BOD

……………………………………………………………………….... UKUPNO 4 BODA

5.



Površina je jednaka zbroju površina:
pravokutnika a x 5a;
pravokutnika a x 3a;
paralelograma stranice duljine a i visine na tu stranicu 4a. 2 BODA

P = $a \cdot 5a + a \cdot 3a + a \cdot 4a = 5a^2 + 3a^2 + 4a^2 = 12a^2$ = 2028 cm^2 .

Slijedi $a^2 = 169$ odnosno $a = 13$ cm. 2 BODA

………………………………………………………………………………… UKUPNO 4 BODA

6. Kako je 15=3·5, onda broj $10^n + 5$ treba biti djeljiv i s 3 i s 5. 2 BODA

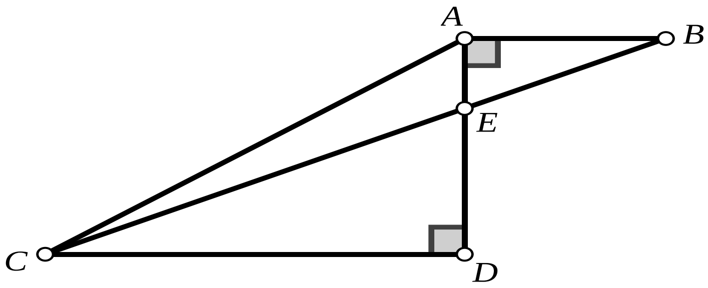
Broj 10^n u dekadskom zapisu ima 1 jedinicu i n nula. Zato je zbroj znamenaka broja $10^n + 5$ uvijek 6 što znači da je djeljiv s 3 za svaki prirodni broj n. 3 BODA

Znamenka jedinica broja $10^n + 5$ je uvijek 5 što znači da je djeljiv s 5 za svaki prirodni broj n.
3 BODA

Dakle, broj $10^n + 5$je djeljiv s 15 za svaki prirodni broj n. 2 BODA

……………………………………………………………………...…… UKUPNO 10 BODOVA

7.



U trokutu *AEC* dužina $\overline{CD}$ je visina na stranicu $\overline{AE}$, 1 BOD

tj. visina trokuta *AEC* na stranicu $\overline{AE}$ je duljine 9 cm. 1 BOD

Neka je $x = |AE|$.

Tada je $|ED| = 4 - x$. 1 BOD

Prema poučku K-K o sličnosti trokuti *BAE* i *CDE* su slični pa vrijedi 2 BODA

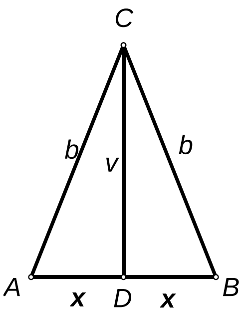
$|AE| : |ED| = |AB| : |CD|$ odnosno $x : (4 - x) = 1 : 3$. 2 BODA

Slijedi $x = 1$. 1 BOD

Dalje za površinu *P* trokuta *AEC* vrijedi $P = \frac{|AE| \cdot |CD|}{2} = \frac{1 \cdot 9}{2} = 4.5 \text{ cm}^2$. 2 BODA

……………………………………………………………………………… UKUPNO 10 BODOVA

8.



1 BOD

Uz oznake kao na slici vrijedi $2x + 2b = 50$, tj. $x + b = 25$ (cm). 1 BOD

Nadalje je $x + b + v = 40$ (cm), odakle je $v = 15$ (cm). 1 BOD

Primjenom Pitagorina poučka na pravokutni trokut *ACD* dobivamo:

$b^2 = v^2 + x^2$, tj. $(25 - x)^2 = 15^2 + x^2$. 2 BODA

Nadalje je $625 - 50x + x^2 = 225 + x^2$, odakle je $50x = 400$, 2 BODA

tj. $x = 8$ (cm), $a = 2x = 16$ (cm) i $b = 17$ (cm). 2 BODA

Površina trokuta *ABC* je $P = \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot 15 = 120 \, (\text{cm}^2)$. 1 BOD

……………………………………………………………………………… UKUPNO 10 BODOVA