

DRŽAVNO NATJECANJE
IZ MATEMATIKE
Poreč, 25.travnja-27.travnja 2012.

5. razred-osnovna škola

1. Na testu iz prirode i društva postavljeno je 35 pitanja. Uz svako pitanje predložena su četiri odgovora, od kojih je samo jedan točan. Odgovore je trebalo zaokružiti. Za svaki točno riješen zadatak dobije se 5 bodova, za netočno riješen zadatak 2 boda se oduzimaju, a za neodgovoren zadatak oduzima se 1 bod. Ana, Marija, Šime, Ivo i Pero tvrde da su redom osvojili 153, 167, 149, 169 i 173 boda. Tko od njih govori istinu?
2. Odredi sve četveroznamenkaste višekratnike broja 36 kojima je znamenka desetica jednaka 5 i kojima su sve znamenke međusobno različite.
3. Zadana su dva pravokutnika kojima je ukupna površina 685 cm^2 . Kada bi manji pravokutnik imao širinu jednaku širini većeg pravokutnika, onda bi ukupna površina obaju pravokutnika bila veća za 80 cm^2 . A kada bi veći pravokutnik imao širinu jednaku širini manjeg pravokutnika, onda bi ukupna površina obaju pravokutnika bila manja za 160 cm^2 . Kolika je površina većeg pravokutnika ?
4. Boris, Marko i Zoran igraju košarku, odbojku i rukomet, i pritom svaki od njih igra samo jednu od navedenih igara. Boris i Marko dali su po dvije izjave:
Boris: *Ja sam odbojkaš, a Zoran igra košarku.*
Marko: *Zoran je rukometaš, a Boris igra košarku.*
Kod svakog od njih jedan je iskaz točan, a jedan je netočan. Kojim se sportom bavi svaki od njih? Obrazloži!
5. Zbroj četiri prirodna broja je 1000. Ako prvom dodamo 4, od drugog oduzmemo 4, treći pomnožimo s 4 i četvrti podijelimo s 4, dobijemo jednake rezultate. Koji su to brojevi?

Svaki se zadatak boduje s 10 bodova.

Nije dopuštena uporaba džepnog računala niti bilo kakvih priručnika.

DRŽAVNO NATJECANJE
IZ MATEMATIKE
Poreč, 25.travnja-27.travnja 2012.

6. razred-osnovna škola

1. Voćke su zasađene po 20 komada u redu. Da je u voćnjaku zasađeno 3 reda manje i da je u svakom redu po 25 voćki, onda bi u voćnjaku bilo 40 voćki više. Koliko je redova voćki zasađeno?
2. U pravokutnom trokutu ABC s pravim kutom u vrhu C , simetrala katete \overline{AC} siječe tu katetu u točki D , a hipotenuzu \overline{AB} u točki E . Opseg trokuta ABC je 48 cm, opseg trokuta AEC je 32 cm, a opseg trokuta BCE je 36 cm. Kolike su duljine stranica zadanog trokuta ABC ?
3. Od znamenki $n, n + 1$ i $n + 2$ (gdje je $n \neq 0$) može se napisati 6 troznamenkastih brojeva čije su sve znamenke različite. Dokaži da je zbroj ovih brojeva djeljiv sa 666.
4. Zadan je jednakokračni trokut ABC . Vrhom C nacrtan je pravac p koji siječe osnovicu trokuta \overline{AB} u točki D , tako da su trokuti ACD i BCD jednakokračni, ali nisu sukladni. Odredi veličine unutarnjih kutova trokuta ABC .
5. Koliko ima parova pozitivnih cijelih brojeva (x, y) takvih da je $x + y \leq 100$ i koji

zadovoljavaju jednadžbu $\frac{\frac{1}{x} + y}{x + \frac{1}{y}} = 15$?

Svaki se zadatak boduje s 10 bodova.

Nije dopuštena uporaba džepnog računala niti bilo kakvih priručnika.

DRŽAVNO NATJECANJE
IZ MATEMATIKE
Poreč, 25.travnja-27.travnja 2012.

7. razred-osnovna škola

1. Otac i majka imaju ukupno 80 godina. Njihova djeca imaju 13, 10 i 6 godina. Kroz nekoliko godina zbroj godina djece bit će 59% zbroja godina oca i majke. Koliko će godina tada imati otac, a koliko majka ako je majka četiri godine mlađa od oca?
2. U jednoj školi ima manje od 400 učenika. Šest odjela imaju jednaki broj učenika i njihov ukupni broj veći je od 150. U ostalim odjelima ima 15% više učenika nego u ovih 6 odjela. Koliko učenika ima u školi?
3. Neki troznamenkasti broj 21 je put veći od zbroja svojih znamenaka. Dokaži da je taj broj djeljiv brojem 9. Odredi taj troznamenkasti broj.
4. U trokutu ABC , gdje je $|\sphericalangle BAC| = 2|\sphericalangle ABC|$, simetrala kuta $\sphericalangle BAC$ siječe stranicu \overline{BC} u točki D , tako da je $|BD| = 5$ cm i $|DC| = 4$ cm. Izračunaj opseg tog trokuta.
5. Točka N pripada stranici \overline{AB} , a točka M stranici \overline{BC} trokuta ABC , pri čemu je $|AN| : |NB| = 2 : 3$ i $|BM| : |MC| = 3 : 4$. U kojem omjeru točka presjeka dužina \overline{AM} i \overline{CN} dijeli dužinu \overline{AM} ?

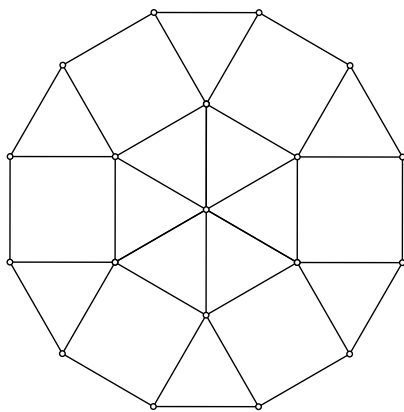
Svaki se zadatak boduje s 10 bodova.

Nije dopuštena uporaba džepnog računala niti bilo kakvih priručnika.

DRŽAVNO NATJECANJE
IZ MATEMATIKE
Poreč, 25.travnja-27.travnja 2012.

8. razred-osnovna škola

1. Odredi sve parove cijelih brojeva (x, y) koji zadovoljavaju jednadžbu :
 $xy + 3y = x^2 + 6x + 12$.
2. Rano ujutro Ana je automobilom krenula iz mjesta A u mjesto B, a Branka motociklom u isto vrijeme iz mjesta B u A, svaka svojom stalnom brzinom. Susrele su se točno u podne i nastavile voziti bez zaustavljanja. Ana je u mjesto B stigla u 16 sati, a Branka u mjesto A u 21 sat. U koliko su sati krenule na put ?
3. Nikola je napisao sve troznamenkaste brojeve i za svaki od njih odredio umnožak njegovih znamenaka. Nakon toga odredio je i zbroj svih tih umnožaka. Koji je zbroj dobio?
4. Lik na slici sastavljen je od 12 sukladnih jednakostraničnih trokuta i 6 sukladnih kvadrata. Duljina stranice kvadrata je 20 mm. Kolika je duljina polumjera tom dvanaesterokutu



opisane kružnice?

5. Neka je trokut $\triangle ABC$ šiljastokutan, $45^\circ < \gamma < 90^\circ$ i točka S središte opisane kružnice $\triangle ABC$ polumjera r . Neka je točka P polovište dužine \overline{BS} , a $AP \cap k(P, \frac{r}{2}) = \{M, N\}$, pri čemu je $|AM| < |AN|$. Dokaži da je $|AB| > 2 \cdot |AM|$.

Svaki se zadatak boduje s 10 bodova.

Nije dopuštena uporaba džepnog računala niti bilo kakvih priručnika.