

FIBONACCIJEV NIZ

Željka Vrcelj, prof. savjetnik
Željeznička tehnička škola Moravice

7. kongres nastavnika matematike
Republike Hrvatske,
Zagreb, 29. lipnja 2016. – 1. srpnja 2016.

POJAM I ZADAVANJE NIZA

- Glasserova kvalitetna škola
 - Glasser (1925. – 2013.)
 - realitetna terapija
 - teorija izbora – osnovne ljudske potrebe
 - suradničko učenje
- Projekt “Čitanje i pisanje za kritičko mišljenje”
- Aritmetički niz – 3. razred programa za zanimanje ekonomist



POJAM I ZADAVANJE NIZA – 2 SATA (GROZDOVI) – 1

- kreiranje grozdova u timovima (25 minuta)
 - predznanje (tj. spoznaje i uvjerenja) učenika o nizovima, na koje će se nadograđivati nove informacije
 - poticanje razmišljanje učenika prije obrade teme
 - izrada grafičkih prikaza razvija znatiželju i kreativnost
 - učenici bilježe pojmove koje povezuju, te primjere nizova



POJAM I ZADAVANJE NIZA – 2 SATA (*GROZDOVI*) – 2

- nastavnik
 - orijentacijska podrška pri kreiranju grozdova
 - usmjeravanje učenika na međusobnu komunikaciju
- izlaganje predstavnika timova
 - poster
 - uspoređivanje grozdova



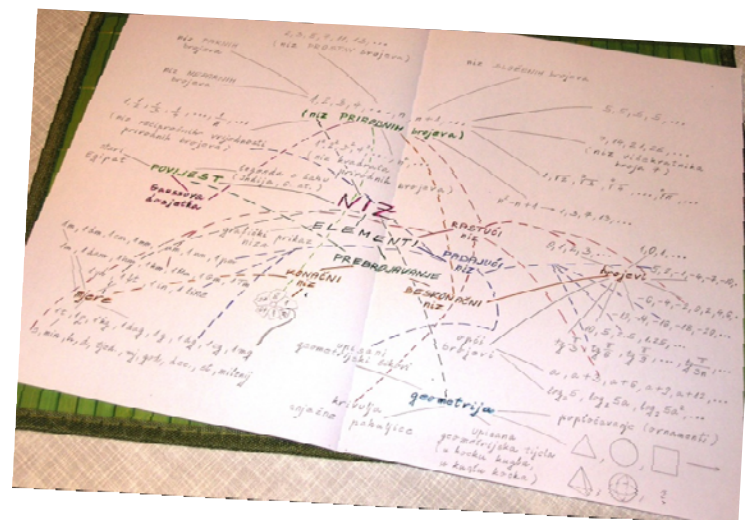
POJAM I ZADAVANJE NIZA – 2 SATA (GROZDOVI) – 3

- o posteru – grozdovi (šk. 2015. / 2016. god.)

Grupa: *Latice*



Grupa: *Magični*



POJAM I ZADAVANJE NIZA – 2 SATA

- uvođenje pojma niza
 - funkcija koja svakom prirodnom broju pridružuje član niza
 - zadavanje niza formulom općeg člana
 - rekurzivno zadavanje niza
 - zadane su vrijednosti prvih nekoliko članova niza, a opći član izražen je pomoću prethodnih članova
 - *Fibonaccijev niz*



MATEMATIČAR FIBONACCI I

FIBONACCIJEV NIZ (*VOĐENO ČITANJE*) – 1

- vođeno čitanje (45 minuta)
- učenici samostalno čitaju tekst (u dijelovima – do označenih mjesta)
 - diskusija – pitanja otvorenog tipa
 - usmjeravanje kritičkog razmišljanja učenika



MATEMATIČAR FIBONACCI I

FIBONACCIJEV NIZ (VOĐENO ČITANJE) – 2

- *Opišite povijesne okolnosti u Europi u razdoblju ranog srednjeg vijeka. Prisjetite se gradiva iz povijesti (iz 1. razreda).*
- *Objasnite napredak Italije u 12. stoljeću.*



MATEMATIČAR FIBONACCI I

FIBONACCIJEV NIZ (VOĐENO ČITANJE) – 3

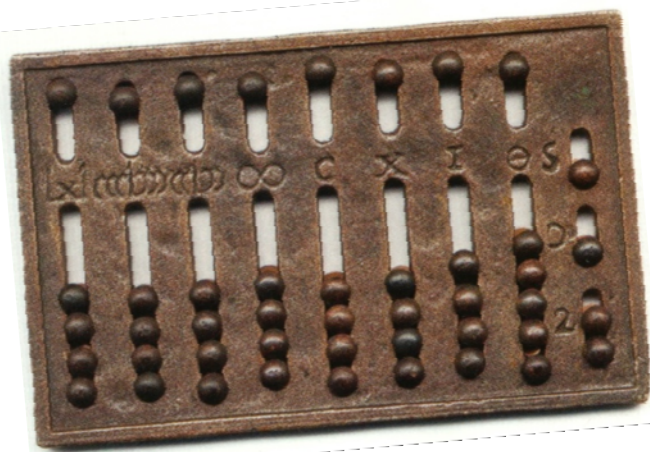
- *Kakav se brojevni sustav upotrebljavao u to vrijeme u zapadnoj Europi? Navedite njegove prednosti i nedostatke.*

(slika desno: Zapis s urezanim rimskim brojevima)



MATEMATIČAR FIBONACCI I

FIBONACCIJEV NIZ (VOĐENO ČITANJE) – 4



- *Osim metodom pisanja, računalo se i upotrebom pločica, tj. okvira sa žicama na kojima su nanizane kuglice. Kako se nazivaju ovakve sprave za računanje? Procijenite da li su mogle zadovoljiti potrebe ondašnjih trgovaca, koji su razmjenjivali svoju robu na sajmovima.*
- *Što mislite da će učiniti Fibonacci?*



MATEMATIČAR FIBONACCI I

FIBONACCIJEV NIZ (VOĐENO ČITANJE) – 5

- *Da li su se vaše pretpostavke o računanju u 12. stoljeću na Mediteranu, te o doprinosima matematičara Fibonaccija, ostvarile?*
- *Kako su arapski trgovci potaknuli razvoj znanosti u zapadnoj Europi?*
- *Koja je svrha Fibonaccijeve knjige? Koje informacije bi mogla sadržavati? Procijenite kako je primljena u Europi?*



MATEMATIČAR FIBONACCI I

FIBONACCIJEV NIZ (VOĐENO ČITANJE) – 6

- *Analizirajte sadržaj Fibonaccijeve Knjige računanja i usporedite ga s vašim pretpostavkama.*
- *Da li je vaša procjena o prihvaćenosti knjige realna?*
- *Na koji je način Fibonacci mogao doći do otkrića niza brojeva, po kojem je danas najpoznatiji?*



MATEMATIČAR FIBONACCI I

FIBONACCIJEV NIZ (VOĐENO ČITANJE) – 7

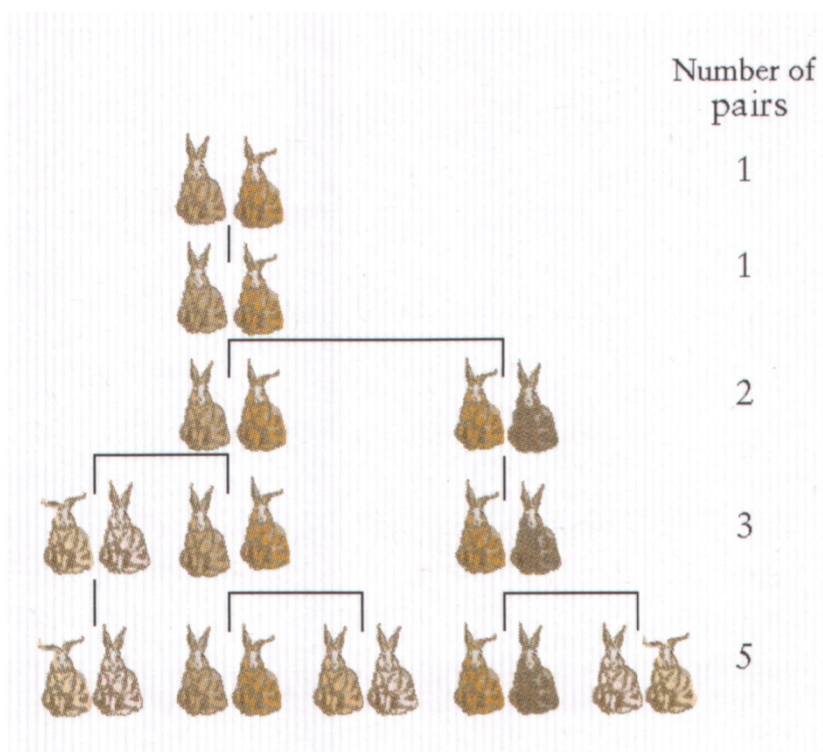
Fibonacci *je mogao* doći do otkrića niza brojeva:

- ❖ proučavajući odgovarajuće omjere u Keopsovoj piramidi (bio je u Egiptu) *(Lorena)*
- ❖ proučavajući matematičke odnose kompleksa piramida u Gizehu *(Klara)*
- ❖ analizirajući Pitagorinu ostavštinu, tj. istražujući pravila glazbene harmonije *(Ivana)*
- ❖ istražujući matematičke zakone koji objašnjavaju gibanje nebeskih objekata *(Sandra)*
- ❖ proučavajući geometrijske probleme u prirodi *(Tea)*
- ❖ istražujući stari perzijski kalendar kojeg je reformirao matematičar i pjesnik Omar Hajjam *(Kaja)*
- ❖ proučavajući „Tibetanski kotač života“ *(Nikolina)*



MATEMATIČAR FIBONACCI I

FIBONACCIJEV NIZ (VOĐENO ČITANJE) – 8



Problem razmnožavanja zečeva

- *Neki je čovjek stavio par zečeva u prostor okružen zidovima sa svih strana. Koliko parova zečeva može nastati od tog para u godinu dana, ako se pretpostavi da svaki par svakog mjeseca začne novi par, koji postaje plodan od drugog mjeseca?*
- *Novonastali niz brojeva je:*
1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233.

MATEMATIČAR FIBONACCI I

FIBONACCIJEV NIZ (VOĐENO ČITANJE) – 9

- *Da li su se vaša predviđanja o otkriću Fibonaccijevog niza ostvarila?*
- *Analizirajte problem razmnožavanja zečeva. (Pokušajte prebrajati!)*
 - *nakon 1. mjeseca – još uvijek jedan par zečeva*
 - *za dva mjeseca – dva para*
 - *nakon tri mjeseca – tri para (priplod će dati samo prvi par; drugi je star tek mjesec dana)*
 - *za četiri mjeseca – pet parova (od tri para priplod daju dva starija, dok treći još nije napunio dva mjeseca starosti)*
 - *itd. (Lorena, Ivana i Ognjen)*



MATEMATIČAR FIBONACCI I

FIBONACCIJEV NIZ (VOĐENO ČITANJE) – 10

- Na koji biste način zadali niz? Opišite njegove članove. Da li je Fibonaccijev niz konačan?

$$a_1 = a_2 = 1,$$

→ $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}, n \geq 3$ → **rekurzivno** zadavanje niza

(*lat. recurrere – natrag trčati*) (*Tea i Igor*)

→ Svaki sljedeći član niza zbroj je dvaju prethodnih članova. (*Nikolina*)

→ Fibonaccijev niz je beskonačan. (*Patrik*)



MATEMATIČAR FIBONACCI I

FIBONACCIJEV NIZ (VOĐENO ČITANJE) – 11

- *Istaknite nekoliko zanimljivih svojstava Fibonaccijevog niza.*
 - Svaki treći Fibonaccijev broj je paran, svaki četvrti djeljiv je s tri, svaki peti s pet, a svaki šesti s četiri, odnosno osam. *(Doris i Klara)*
 - Svaka dva susjedna člana niza međusobno su prosti brojevi. *(Igor)*
 - Član a_n djeljiv je članom a_m ako je n djeljiv s m . *(Sandra)*
 - Najveća zajednička mjera (djelitelj) dvaju Fibonaccijevih brojeva a_n i a_m jednaka je Fibonaccijevom broju čiji položaj u nizu određuje najveća zajednička mjera od n i m . *(Kaja)*



MATEMATIČAR FIBONACCI I

FIBONACCIJEV NIZ (VOĐENO ČITANJE) – 12

- *Izračunajte vrijednosti omjera susjednih članova. Što zaključujete?*
- *Omjeri susjednih članova (1/1, 2/1, 3/2, 5/3, 8/5, 13/8, 21/13, 34/21, 55/34, 89/55, 144/89, 233/144, ...) približavaju se broju $\varphi = 1,618$, tj. zlatnom broju.*

(Tea i Klara)



MATEMATIČAR FIBONACCI I

FIBONACCIJEV NIZ (VOĐENO ČITANJE) – 13

- *Procijenite odnose Fibonaccija i ostalih učenjaka njegova doba.*
- *Razmislite o prihvaćenosti Fibonaccijeve ostavštine.*



MATEMATIČAR FIBONACCI I

FIBONACCIJEV NIZ (VOĐENO ČITANJE) – 14

- *Da li su se vaše pretpostavke o odnosima Fibonaccija i ostalih učenjaka, te o prihvaćenosti Fibonaccijevih djela ostvarile?*



MATEMATIČAR FIBONACCI I

FIBONACCIJEV NIZ (VOĐENO ČITANJE) – 15

○ *Navedite primjere zlatnog reza u prirodi.*

→ *jabuka (cvijet, sjemenke) (Klara)*

→ *suncokretov cvat, cvat ananasa, cvatovi malina i jagoda, cvatovi ivančice, tratinčice i kamilice*

(Lorena, Igor i Tea)

→ *češeri (Patrik)*

→ *rast cvjetova (npr. latice ruže) i listova (javor, breza, lipa; oko stabljike kukuruza) (Doris i Kaja)*

→ *„raspored“ ružinih bodlji (Nikolina)*

→ *kućice puževa, školjke (npr. Nautilus) (Ognjen)*

→ *rojevi pčela (Patrik)*

→ *molekule DNK; ljudski embrij (Ivana i Sandra)*



MATEMATIČAR FIBONACCI I

FIBONACCIJEV NIZ (*VOĐENO ČITANJE*) – 16

- učenici su navikli na pitanja s jednim mogućim (točnim) odgovorom
- na početku vođenog čitanja bili su nesigurni i šutljivi
- za verbaliziranje misli, te izražavanje i oblikovanje, a i doradu ideja, potrebno je određeno vrijeme



MATEMATIČAR FIBONACCI I

FIBONACCIJEV NIZ (*VOĐENO ČITANJE*) – 17

- prihvaćanje i uvažavanje mišljenja – aktivna uključenost učenika u kritičku analizu (na temelju vlastitih iskustava i iskustava drugih)
- svako je mišljenje pojedinca vrijedno (jačanje samopouzdanja)
- uspješna komunikacija – aktivno slušanje, suzdržavanje od kritiziranja
- konstruktivan rad – intelektualna znatiželja, odnosi pozitivne ovisnosti



POJAM I ZADAVANJE NIZA – 2 SATA

(ČINKVINE) – 1

- pisanje činkvina u parovima (20 minuta)
 - sažimanje informacija, uz prezentaciju
- ČINKVINA – pjesma od pet stihova
 - 1. stih: opis teme u jednoj riječi
 - 2. stih: opis teme u dvije riječi (pridjevi)
 - 3. stih: tri riječi koje opisuju radnju (glagolske imenice)
 - 4. stih: fraza od četiri riječi – osjećaji u vezi s temom
 - 5. stih: jedna riječ koja sažima, tj. čini bit teme



POJAM I ZADAVANJE NIZA – 2 SATA
(ČINKVINE) – 2

NIZOVI

KONAČNI, BESKONAČNI

ZADAVANJE, ODREĐIVANJE, RAST

TAJANSTVENA FORMULA U PRIRODI

FIBONACCI

(Kaja i Sandra)



POJAM I ZADAVANJE NIZA – 2 SATA (ČINKVINE) – 3

NIZ

rastući, padajući

zadavanje, opisivanje, prebrojavanje

slavni problem sa zečevima

Fibonacci

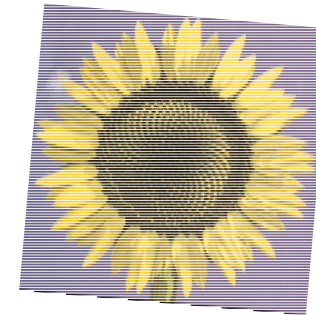
(Ivana i Nikolina)



DOMAĆE ZADAĆE

- sugestije nastavnika za daljnja promišljanja i istraživanje

- Primjena zlatnog reza u prirodi



- Zlatni rez u umjetnosti i arhitekturi



SAMOVREDNOVANJE

- kriteriji samovrednovanja
 - učenici ocjenjuju suradnju u grupi, ali i svoje rezultate
- poticajne povratne informacije nastavnika
 - učenici su usmjereni na daljnje aktivnosti u procesu učenja



HVALA NA PAŽNJI!



*Želim vam mnogo
radosnih trenutaka
otkrivanja ljepote u
svijetu znanosti!*

Pitanja ? ? ?

e – mail:
zeljka.vrcelj@skole.hr