

# NATJECANJA IZ MATEMATIKE – PRAKTIČNI SAVJETI

Matija Bašić, PMF-MO

*Stručno-metodičke večeri HMDa  
Zagreb, 2. 11. 2016.*

# NACIONALNI OKVIRNI KURIKULUM MATEMATIKA

## Domene

- brojevi
- algebra i funkcije
- oblik i prostor
- mjerenje
- podatci
- infinitezimalni račun

## Procesi

- prikazivanje i komunikacija
- povezivanje
- logičko mišljenje,  
argumentiranje i  
zaključivanje
- rješavanje problema i  
matematičko modeliranje
- primjena tehnologija

# GENERIČKE KOMPETENCIJE (ONK)

Oblici mišljenja

- Rješavanje problema i donošenje odluka
- Metakognicija
- Kritičko mišljenje
- Kreativnost i inovativnost

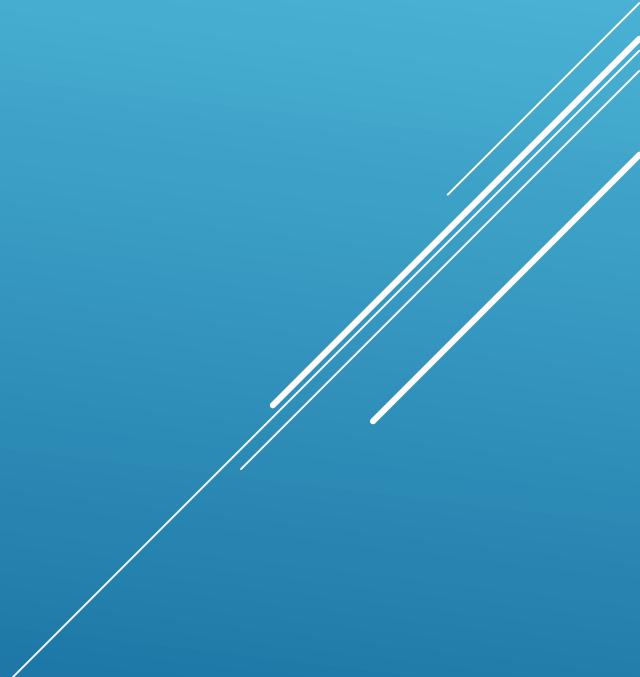
Osobni i  
socijalni razvoj

- Upravljanje sobom
- Upravljanje obrazovnim i profesionalnim razvojem
- Povezivanje s drugima
- Aktivno građanstvo

Oblici rada i  
korištenje alata

- Komunikacija
- Suradnja
- Informacijska pismenost
- Digitalna pismenost

# REDOVNA I DODATNA NASTAVA



# NAČELA I CILJEVI NATJECANJA IZ MATEMATIKE

1. pravednost i transparentnost

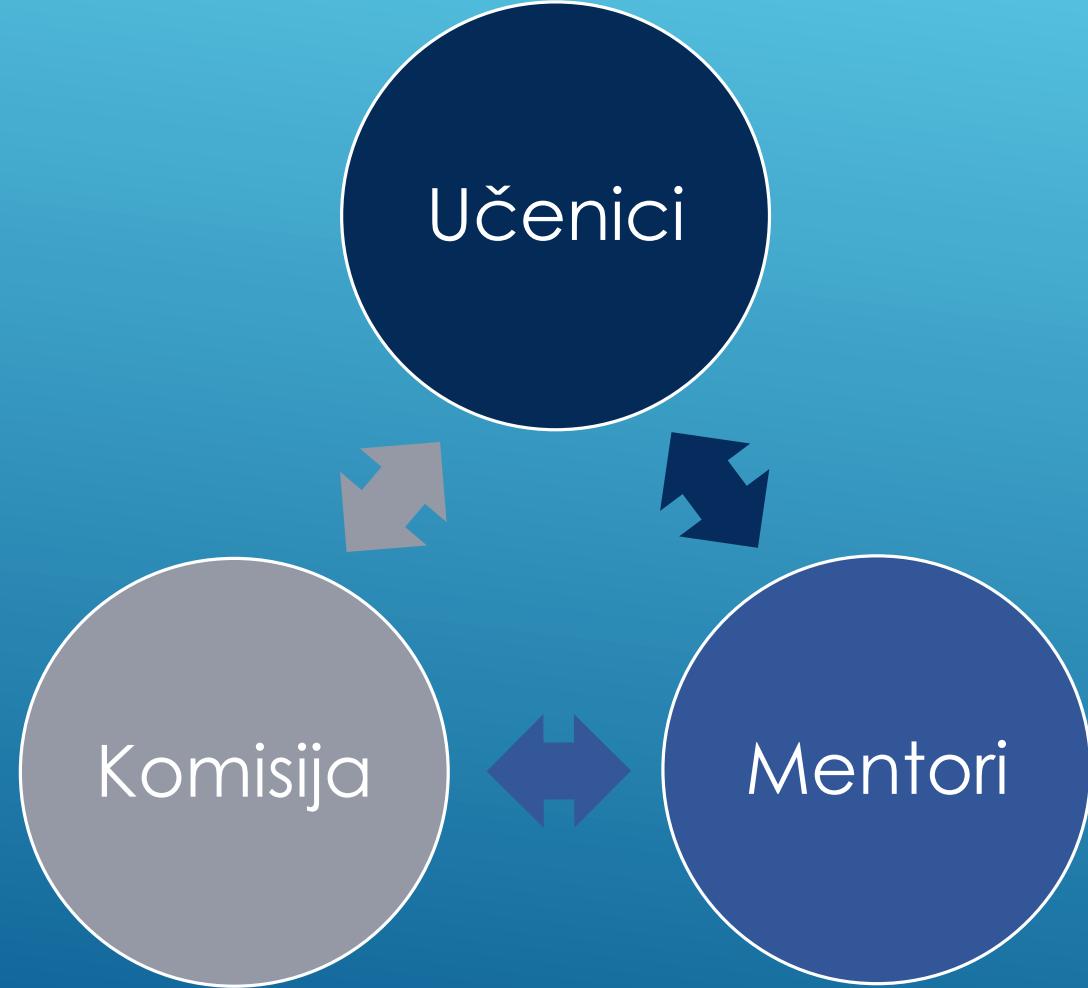
2. poticanje izvrsnosti

3. promicanje znanosti kao pokretača razvoja modernog društva

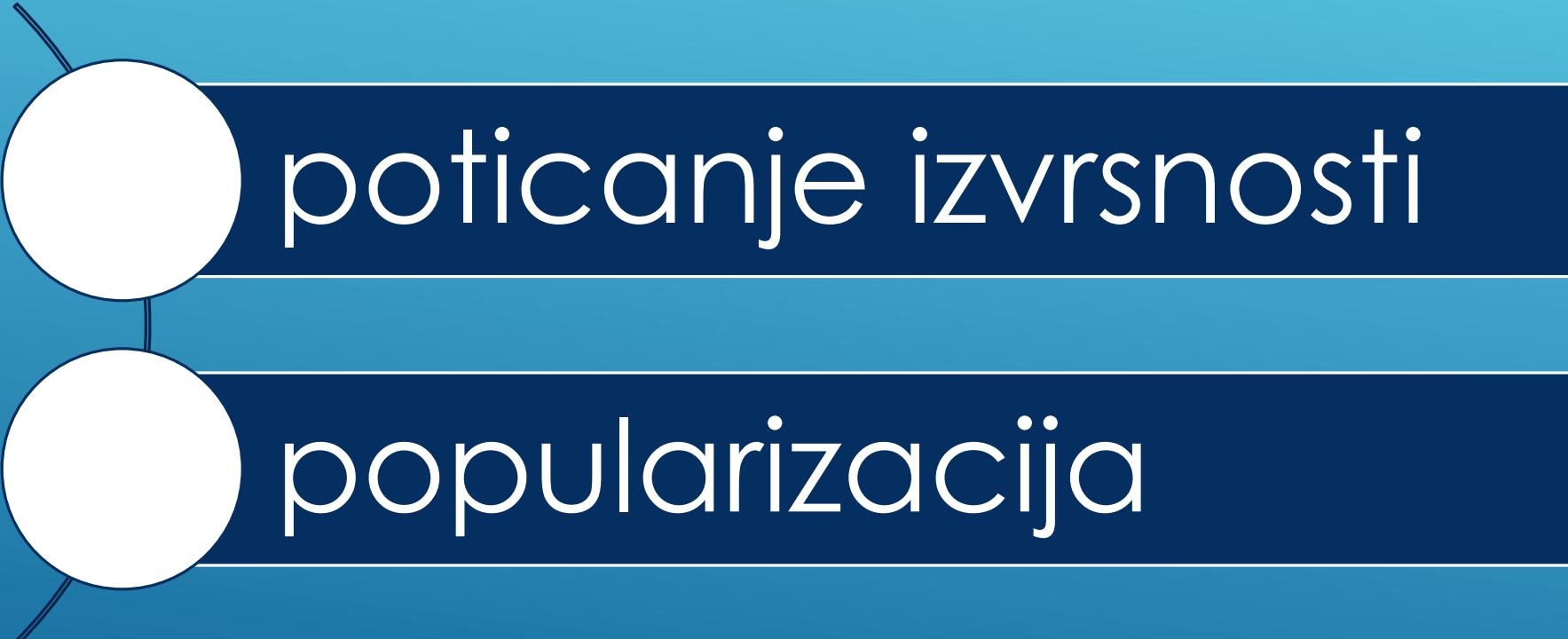
4. popularizacija matematike i uključivost svih učenika

5. sinergijsko djelovanje svih sudionika

# NAČELO SINERGIJSKOG DJELOVANJA



# KAKO OSIGURATI SVA NAČELA ISTOVREMENO?



poticanje izvrsnosti

popularizacija

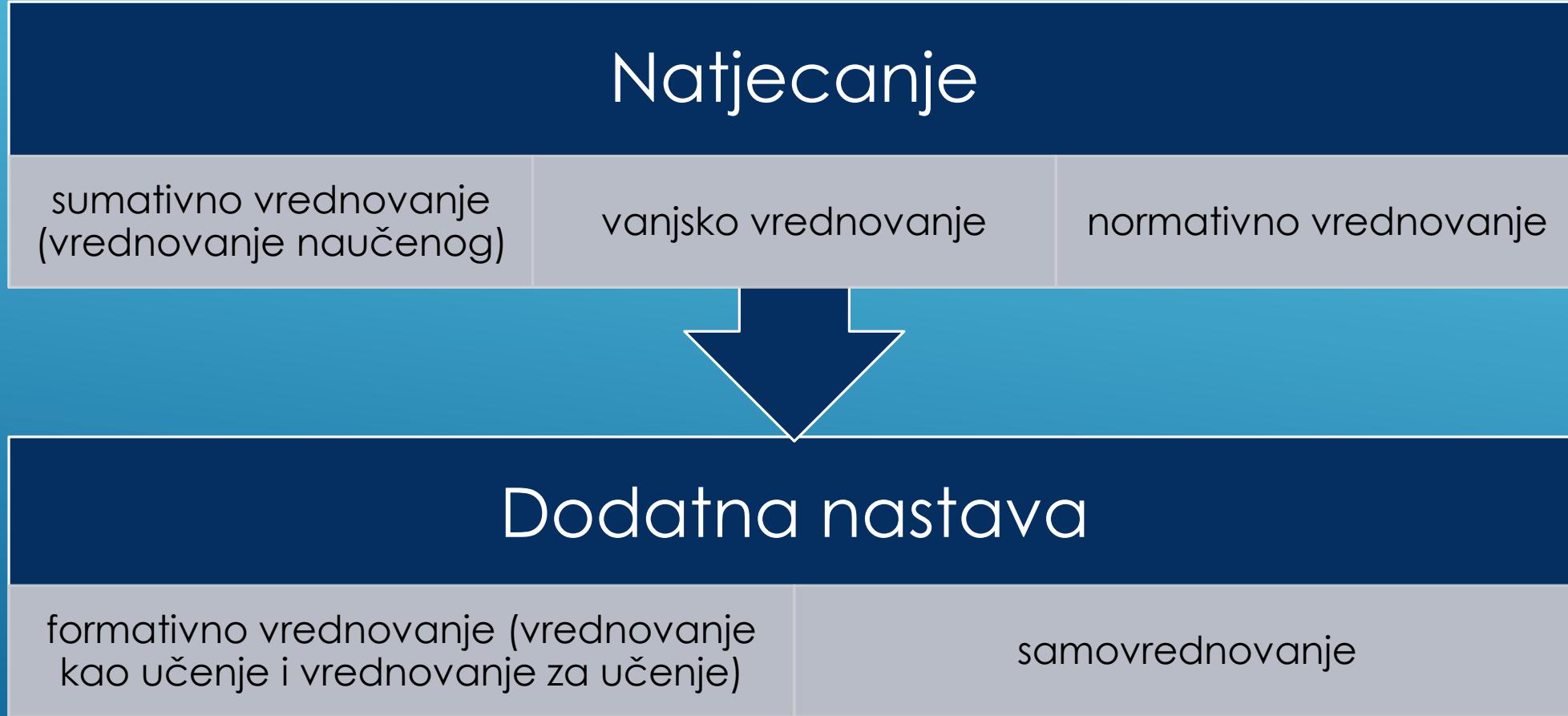
# PRAVEDNOST I TRANSPARENTNOST

Hrvatska  
matematička  
olimpijada

revizija  
županijskog  
natjecanja



# VREDNOVANJE NATJECATELJA



# SMJERNICE ZA IZRADU BODOVNE SHEME

Idealna situacija: prvo vidjeti sve testove, a onda izraditi kriterije bodovanja

Samostalno rješiti zadatak

Prikupiti što više različitih rješenja

Odrediti ključne korake – lakše napraviti shemu s manjim rasponom bodova

Revidirati i usporediti bodovanja različitih rješenja

Pojasniti specifične situacije napomenama

# NATJECANJA IZ MATEMATIKE I KOMPETENCIJE

*Mane klasičnog pristupa podučavanja  
(nastavnik prezentira rješenja zadataka  
kao ilustraciju određene metode):*

nedostatak vremena  
da se "pokriju sve  
metode"

učenici su pasivni i ne  
usvajaju način  
razmišljanja

nedostaje izgradnja  
samopouzdanja i  
samostalnosti  
učenika

učenik ne  
prepoznaje ključne  
elemente i nema  
povratnu informaciju  
o svom znanju kako  
bi mogao izgraditi  
realistična  
очекivanja

# NATJECANJA IZ MATEMATIKE I KOMPETENCIJE

## Aktivirajući pristup:

učenje  
istraživanjem  
(minimalne  
intervencije  
nastavnika)

nastavnik s  
učenikom  
rješava  
zadatke koje  
nije prije video  
(istraživački  
pristup)

pokazivanje  
strategija  
rješavanja  
umjesto  
metoda

učenik  
samostalno  
pronalazi i  
grupira  
zadatke

pokazati  
emocije  
(prenošenje  
interesa)

**postizanje  
aha-efekta**

# DODATNA NASTAVA – ISHODI UČENJA

Učenik...

- koristi matematičke metode i alate s razumijevanjem
- koristi matematički jezik, uvodi vlastite oznake i pomoćne elemente sa svrhom;
- pristupa zadacima koje nije prije vidio sa samopouzdanjem da ih može riješiti;
- uspješno artikulira i prenosi svoje misli drugima (pismeno i usmeno);
- koristi tehnologiju u rješavanju problema i učenju
- samostalno uči i traži materijale vezane za određenu temu
- svjesno koristi **strategije rješavanja problema**
- kritički pristupa svom radu
- slijedi svoju prirodnu značajku i pokazuje želju za učenjem
- preuzima odgovornost za svoje učenje i napredovanje
- ima realistična očekivanja
- prepoznaće ulogu matematike u razvoju modernog društva

# RJEŠAVANJE PROBLEMA

## Strategije

- prisjećanje relevantnih situacija, informacija i metoda
- samostalno ispitivanje posebnih slučajeva
- otkrivanje uzorka koristeći vlastite logiku
- postavljanje hipoteze
- dokazivanje i opovrgavanje hipoteze
- konstrukcija primjera i kontraprimjera za svoje slutnje
- kombinirana primjena razmišljanja unatrag i unaprijed
- formuliranje kreativnih alternativa
- stvaranje i izvršavanje plana rješavanja problema
- kritičko evaluiranje ideja

# LITERATURA

## Zbirke za rješavanje problema iz matematike

- 1. Arthur Engel, Problem Solving Strategies
- 2. Paul Zeitz, The Art and Craft of Problem Solving
- 3. Loren C. Larson, Problem-Solving Through Problems
- 4. Svetoslav Savchev, Titu Andreescu, Mathematical Miniatures
- 5. Babinskaja, Zadaci s ruskih matematičkih natjecanja
- 6. Dušan Djukić et al., IMO Compendium
- 7. Željko Hanjš, Međunarodne matematičke olimpijade
- 8. George Polya, Kako riješiti matematički zadatak? (How to solve it?)
- 9. George Polya, Matematičko otkriće
- 10. Yufei Zhao, <http://yufeizhao.com/olympiad.html>
- 11. Titu Andreescu et al., Problems Around the World (zbirke 1996-97, 1997-98, 1998-99, 1999-2000, 2000-01)
- 12. Materijali s priprema, <http://natjecanja.math..hr>

# KOMBINATORIKA

- najvažniji ishodi: dokaz egzistencije (eksplicitno i neeksplicitno), dokazivanje nemogućnosti određene situacije, prebrojavanje
- dodatna literatura:
  - Mario Krnić, Dirichletov princip
  - Maja Cvitković, Kombinatorika
  - Darko Veljan, Kombinatorna i diskretna matematika
  - predavanja i vježbe iz kolegija Diskretna matematika, PMF-MO
  - Titu Andreescu, Zuming Feng, 102 Combinatorial Problems
  - Jiri Herman et al., Counting and Configurations
  - Pablo Soberón, Problem-Solving Methods in Combinatorics

# PREGLED TEMA - KOMBINATORIKA

- logički zadaci
- Dirichletov princip
- prebrojavanje
- invarijante
- princip ekstrema (kombinatorna geometrija)
- optimizacija (ekstremalna kombinatorika)
- matematička indukcija u kombinatornim zadacima (od 3. r. )

## PRIMJER 1

Od devet sukladnih pravokutnika čije dužina i širina su prirodni brojevi sastavljena je pravokutna ploča dimenzija  $20 \times 9$ . Kojih sve dimenzija mogu biti polazni pravokutnici?

## PRIMJER 2

U kutiji se nalazi po  $k$  loptica s oznakom  $k$  za sve  $k = 1, 2, \dots, 50$ .

Iz kutije se izvlače loptice bez gledanja.

Koliko je najmanje loptica potrebno izvući da bismo bili sigurni da je izvučeno barem 10 loptica s istom oznakom?

## PRIMJER 3

Na zabavi je bilo 7 osoba. Je li moguće da se svatko rukovao s točno tri osobe?

## PRIMJER 4

Supružnici Ana i Tomislav došli su na zabavu na kojoj su sudjelovala još četiri para. Nitko se nije rukovao sa svojim bračnim drugom niti sa samim sobom. Kada je kasnije Tomislav upitao sve prisutne s koliko su se osoba rukovali, dobio je devet različitih odgovora.

S koliko se osoba rukovala Ana?

## PRIMJER 5

Dano je konačno mnogo točaka u ravnini tako da površina svakog trokuta kojem su vrhovi neke tri od danih točaka nije veća od 1.

Dokažite da postoji trokut površine 4 koji sadrži sve točke.

## PRIMJER 6

Ravnina je podijeljena pravcima u općem položaju na područja.

Dokažite da područja možemo obojiti u dvije boje (crnu i bijelu) tako da nikoja dva susjedna područja nisu iste boje.



# HVALA NA PAŽNJI

- ▶ kontakt: [mbasic@math.hr](mailto:mbasic@math.hr)
- ▶ [web.math.pmf.unizg.hr/~mbasic/](http://web.math.pmf.unizg.hr/~mbasic/)