MINISTARSTVO ZNANOSTI I OBRAZOVANJA REPUBLIKE HRVATSKE
AGENCIJA ZA ODGOJ I OBRAZOVANJE
HRVATSKO MATEMATIČKO DRUŠTVO

DRŽAVNO NATJECANJE
IZ MATEMATIKE
Primošten, 3.travnja-5.travnja 2017.

5. razred-osnovna škola

1. Vinko ima njivu oblika pravokutnika duljine 63 m. Od Marka je kupio susjednu njivu jednake duljine, kojoj je širina za 4 m veća od Vinkove. Obje njive zajedno imaju površinu 2016 m^2. Koliko je Vinko platio susjedu Marku ako je cijena 1 m^2 jednaka 150 kn?

2. Koliki je ostatak pri dijeljenju broja

   $1 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 2 \cdot 3 + 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 + 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 + \ldots + 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \ldots \cdot 14 + 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \ldots \cdot 14 \cdot 15$

   brojem 72 ?

3. Izbočeni kut od 315° računski podijeli na više kutova (dijelova) tako da je svaki sljedeći kut (dio) dvostruko veći od prethodnog. Veličina svakog kuta prirodan je broj u stupnjevima. Nađi sva rješenja!

4. U prazna polja tablice upiši jednoznamenkaste brojeve tako da njihov umnožak u svakom od četiri retka i četiri stupca bude jednak upisanom broju na kraju retka/stupca i pokaži da se to ne može napraviti drugačije.

				243
				245
				64
				50
70	45	840	72	

5. Zadana su dva nepoznata broja a i b takva da je broj a tri puta manji od broja b. Ako od broja a oduzmemo 3, dobivenu razliku pomnožimo brojem 5, umnošku dodamo 15 i dobiveni zbroj podijelimo brojem 20, dobije se broj x. Ako broj b podijelimo brojem 8, količniku dodamo 6, zbroj pomnožimo brojem 2 i od umnoška oduzmemo 22, dobije se broj y. Koliki su brojevi a i b ako je x dva puta manji od y ?

Svaki se zadatak boduje s 10 bodova.
Nije dopuštena uporaba džepnog računala niti bilo kakvih priručnika.

MINISTARSTVO ZNANOSTI I OBRAZOVANJA REPUBLIKE HRVATSKE
AGENCIJA ZA ODGOJ I OBRAZOVANJE
HRVATSKO MATEMATIČKO DRUŠTVO

DRŽAVNO NATJECANJE
IZ MATEMATIKE
Primošten, 3.travnja-5.travnja 2017.

6. razred-osnovna škola

1. Tri komada tkanine imaju ukupnu duljinu 34 m. Ako od prvog komada odrežemo četvrtinu njegove duljine, od drugog komada polovinu njegove duljine i od trećeg komada šestinu njegove duljine, preostali dijelovi tkanine imat će jednake duljine. Kolika je duljina svakog komada tkanine prije rezanja?

2. Kuće na lijevoj strani ulice imaju neparne, a kuće na desnoj strani ulice parne kućne brojeve. Zbroj svih kućnih brojeva kuća s jedne strane ulice je 1369, a s druge 2162. Koliko je kuća u toj ulici?

3. Pri rješavanju zadatka Josip je trebao pomnožiti dva dvoznamenkasta broja. Međutim, pogriješio je jer je znamenke jednog broja zapisao u obrnutom redoslijedu. Dobio je umnožak koji je za 3816 veći od točnog rezultata zadatka. Koliki je točni rezultat?

4. Zadan je jednakokračni trokut ΔABC. Nad krakom $\overline{AC}$ nacrtan je kvadrat $ACDE$, a nad krakom $\overline{BC}$ jednakostranični trokut ΔBFC. Dijagonale kvadrata $\overline{EC}$ i $\overline{AD}$ sijeku se u točki S, a pravac AF siječe krak $\overline{BC}$ u točki G. Pravac SG siječe krak $\overline{AC}$ u točki H. Ako je $|\angle DAF| = 85°$, kolika je veličina kuta $\angle AHS$?

5. U trokutu ΔABC najkraća stranica ima duljinu 5 cm. Za duljine visina tog trokuta vrijedi $v_b = v_a + v_c$. Odredi sve moguće cjelobrojne duljine svih stranica trokuta mjerene u centimetrima.

Svaki se zadatak boduje s 10 bodova.
Nije dopuštena uporaba džepnog računala niti bilo kakvih priručnika.

MINISTARSTVO ZNANOSTI I OBRAZOVANJA REPUBLIKE HRVATSKE
AGENCIJA ZA ODGOJ I OBRAZOVANJE
HRVATSKO MATEMATIČKO DRUŠTVO

DRŽAVNO NATJECANJE
IZ MATEMATIKE
Primošten, 3.travnja-5.travnja 2017.

7. razred-osnovna škola

1. Jednom davno, neki je kralj imao suprugu i četvero djece: dva sina i dvije kćeri. Kada je umro, njegovi dukati raspodijeljeni su prema pravilima koja su tada vrijedila: imovina se prvo dijeli između obitelji i države u omjeru 2 : 1, zatim se ostatak (obiteljski dio) dijeli između djece i kraljice u omjeru 3 : 1. Svoj dio djeca dijele u omjeru 4 : 1 u korist sinova, a zatim se dobiveni iznos dijeli između starijeg i mlađeg djeteta u omjeru 5 : 1. Izračunaj koliko je dukata dobio stariji sin, ako je mlađi sin dobio 300 dukata manje od majke?

2. Od ukupnog broja upisanih učenika u 1. razred srednje škole, na početku školske godine bilo je 43 % djevojčica. Tijekom godine, školu je napustilo 14 djevojčica i 36 dječaka pa su na kraju školske godine 46 % polaznika 1. razreda bile djevojčice. Koliko je ukupno bilo upisanih učenika u 1. razred na početku školske godine? Koliko je na kraju školske godine bilo dječaka?

3. Zorica se upravo probudila i sanjivo protrljala oči. Uočila je da je tek prošlo 5 sati i da su se kazaljke na njenoj uri poklopile. U koliko se sati probudila Zorica? Točno vrijeme napiši u satima, minutama i sekundama.

4. Izračunaj površinu pravilnog dvanaesterokuta kojemu je duljina najkraće dijagonale 10 cm.

5. Neka je dužina $\overline{AD}$ promjer kružnice, a B i C točke na kružnici takve da se dužine $\overline{AC}$ i $\overline{BD}$ sijeku unutar kružnice pod kutom od 60°. Ako je točka S središte kružnice, dokaži da je trokut ΔBCS jednakostraničan.

Svaki se zadatak boduje s 10 bodova.
Nije dopuštena uporaba džepnog računala niti bilo kakvih priručnika.

MINISTARSTVO ZNANOSTI I OBRAZOVANJA REPUBLIKE HRVATSKE
AGENCIJA ZA ODGOJ I OBRAZOVANJE
HRVATSKO MATEMATIČKO DRUŠTVO

DRŽAVNO NATJECANJE
IZ MATEMATIKE
Primošten, 3.travnja-5.travnja 2017.

8. razred-osnovna škola

1. Zadan je pravilni šesterokut $A_1A_2A_3A_4A_5A_6$. Točke P_1 i P_2 su polovišta stranica $\overline{A_4A_5}$ i $\overline{A_3A_4}$. Koliki je omjer površina trokuta $\Delta P_1A_1P_2$ i pravilnog šesterokuta $A_1A_2A_3A_4A_5A_6$?

2. Riješi sustav jednadžbi:
$$(x+y)^2-z^2=1,\quad (y+z)^2-x^2=5,\quad (z+x)^2-y^2=10.$$

3. Neka su p i q zadani različiti prosti brojevi. Nađi sve uređene parove (m, n) prirodnih brojeva koji zadovoljavaju jednadžbu $p\cdot m+q\cdot n=m\cdot n$.

4. Neka je H nožište visine trokuta ΔABC povučene iz vrha C. Neka su R i S redom točke u kojima kružnice upisane trokutima ΔAHC i ΔBCH diraju $\overline{CH}$. Ako je $|AB|=2018$, $|AC|=2017$ i $|BC|=2016$, izračunaj $|RS|$.

5. Dvadeset učenika koji sudjeluju na kampu iz matematike odlučili su međusobno poslati poruke i to svaki od njih točno desetorici preostalih učenika. Odredi najmanji mogući broj obostranih poruka, tj. nađi primjer rasporeda slanja poruka u kojem je broj obostranih poruka najmanji mogući i dokaži da manji broj obostranih poruka nije moguće postići.
(Kažemo da je poruka između učenika A i B obostrana ako vrijedi da je učenik A poslao poruku učeniku B i da je učenik B poslao poruku učeniku A.)

Svaki se zadatak boduje s 10 bodova.
Nije dopuštena uporaba džepnog računala niti bilo kakvih priručnika.