

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE  
28. veljače 2011.

4. razred – rješenja

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. Rješavanje unatrag.
- |                      |        |
|----------------------|--------|
| $2011 + 311 = 2322$  | 3 boda |
| $2322 : 9 = 258$     | 3 boda |
| $258 - 4 = 254$      | 3 boda |
| Traženi broj je 254. | 1 bod  |

ILI


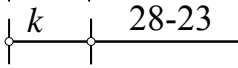
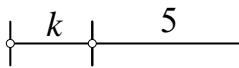
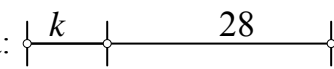
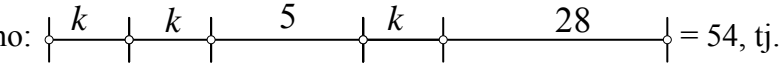
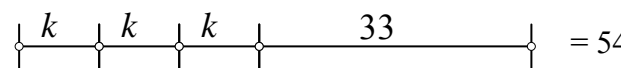
Za traženi broj  $x$  vrijedi jednakost:

- |                                |        |
|--------------------------------|--------|
| $(x + 4) \cdot 9 - 311 = 2011$ | 3 boda |
| $(x + 4) \cdot 9 = 2011 + 311$ | 1 bod  |
| $(x + 4) \cdot 9 = 2322$       | 1 bod  |
| $x + 4 = 2322 : 9$             | 1 bod  |
| $x + 4 = 258$                  | 1 bod  |
| $x = 258 - 4$                  | 1 bod  |
| $x = 254$                      | 1 bod  |
| Traženi broj je 254.           | 1 bod  |

.....UKUPNO 10 BODOVA

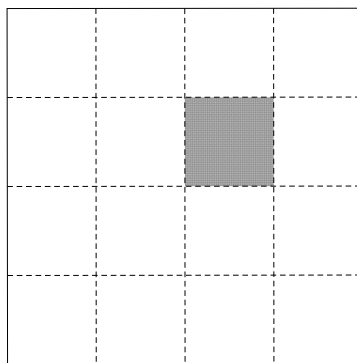
2. Ako bi na stolu bila 1 crvena kuglica, tada bi trebalo biti 8 bijelih te 19 plavih. No, tada plavih ne bi bilo najmanje
- |  |        |
|--|--------|
|  | 2 boda |
|--|--------|
- Ako bi na stolu bile 2 crvene kuglice, tada bi trebalo biti 16 bijelih te 10 plavih. No, tada plavih ne bi bilo najmanje.
- |  |        |
|--|--------|
|  | 2 boda |
|--|--------|
- Ako bi na stolu bile 3 crvene kuglice, tada bi trebalo biti 24 bijelih te 1 plava.
- |  |        |
|--|--------|
|  | 2 boda |
|--|--------|
- Ako bi na stolu bile 4, 5 ili više crvenih kuglica, tada bi trebalo biti 32, 40 ili više bijelih što bi značilo da je ukupni broj kuglica 37, 46 ili više, a to je nemoguće.
- |  |        |
|--|--------|
|  | 2 boda |
|--|--------|
- Na stolu se nalazi 1 plava kuglica.
- |  |        |
|--|--------|
|  | 2 boda |
|--|--------|

.....UKUPNO 10 BODOVA

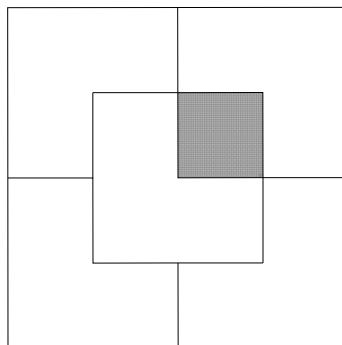
3. Kći:   $k$
- Sin: , sin =   $5$  . 1 bod
- Majka:   $28$  1 bod
- Ukupno:   $= 54$ , tj.
-   $= 33$  2 boda
- $k = (54 - 33) : 3$ , 1 bod
- $k = 21 : 3$
- $k = 7$  2 boda
- sin =  $5 + 7 = 12$
- majka =  $28 + 7 = 35$  2 boda
- Majka ima 35, sin 12, a kćer 7 godina. 1 bod
- .....UKUPNO 10 BODOVA

4. Preklopljen je kvadrat stranice 4 cm. 2 boda
- Opseg dobivenog lika u centimetrima je:
- $13 + 4 + (13 - 4) + (13 - 4) + 4 + 13 =$  6 bodova
- $= 52$ . 2 boda
- .....UKUPNO 10 BODOVA

5.



- Svaki dio sastavljen je od 3 mala kvadrata, odnosno  $(16 - 1) : 5 = 3$ . 1 bod
- 3 boda



- 6 bodova
- .....UKUPNO 10 BODOVA

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE  
28. veljače 2011.

5. razred – rješenja

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

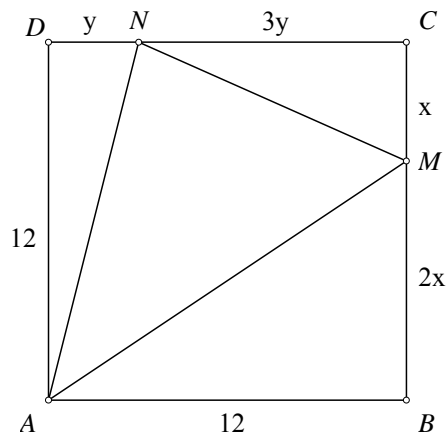
1. Pribrojnik 2010 je djeljiv brojem 6, te da bi zadani zbroj bio djeljiv brojem 6, nužno je da i pribrojnik  $\overline{a2011b}$  bude djeljiv brojem 6. 2 boda  
Prirodni je broj djeljiv brojem 6 ako je djeljiv i brojem 2 i brojem 3. 1 boda  
Prirodni je broj djeljiv brojem 2 ako mu je zadnja znamenka 0, 2, 4, 6 ili 8.  
Dakle, postoji pet mogućnosti:  $b = 0, 2, 4, 6$  ili  $8$ . 2 boda  
1. mogućnost:  $b = 0$   
Ako je broj oblika  $\overline{a20110}$ , onda je zbroj znamenaka  $a + 4$  i zbog uvjeta djeljivosti brojem 3 znamenka  $a$  može biti 2, 5 ili 8.  
Brojevi koji zadovoljavaju navedena svojstva su: 220110, 520110 i 820110.  
2. mogućnost:  $b = 2$   
Ako je broj oblika  $\overline{a20112}$ , onda je zbroj znamenaka  $a + 6$  i zbog uvjeta djeljivosti brojem 3 znamenka  $a$  može biti 3, 6 ili 9.  
Brojevi koji zadovoljavaju navedena svojstva su: 320112, 620112 i 920112.  
3. mogućnost:  $b = 4$   
Ako je broj oblika  $\overline{a20114}$ , onda je zbroj znamenaka  $a + 8$  i zbog uvjeta djeljivosti brojem 3 znamenka  $a$  može biti 1, 4 ili 7.  
Brojevi koji zadovoljavaju navedena svojstva su: 120114, 420114 i 720114.  
4. mogućnost:  $b = 6$   
Ako je broj oblika  $\overline{a20116}$ , onda je zbroj znamenaka  $a + 10$  i zbog uvjeta djeljivosti brojem 3 znamenka  $a$  može biti 2, 5 ili 8.  
Brojevi koji zadovoljavaju navedena svojstva su: 220116, 520116 i 820116.  
5. mogućnost:  $b = 8$   
Ako je broj oblika  $\overline{a20118}$ , onda je zbroj znamenaka  $a + 12$  i zbog uvjeta djeljivosti brojem 3 znamenka  $a$  može biti 3, 6 ili 9.  
Brojevi koji zadovoljavaju navedena svojstva su: 320118, 620118 i 920118. 5 bodova  
..... UKUPNO 10 BODOVA

2. Neka je  $n$  iznos novca kojeg je imala Martina.  
Tada je  $n = k \cdot V(18, 24) + 12, k \in \mathbb{N}$ . 2 boda  
Kako je  $V(18, 24) = 72$  i  $202 < n < 303$ , onda je  $k = 3$  ili  $k = 4$ ,  
odnosno  $n = 228$  ili  $n = 300$ . 3 boda  
Budući da je  $15 = 3 \cdot 5$ , iznos  $n$  treba biti djeljiv i brojem 3 i brojem 5. 1 boda  
Broj 228 nije djeljiv ni brojem 3, ni brojem 5, a broj 300 je djeljiv i brojem 3 i brojem 5. 2 boda  
Martina je imala 300 kn. 2 boda  
..... UKUPNO 10 BODOVA

3. Neka je traženi četveroznamenkasti broj oblika  $\overline{abc4}$ . 1 bod  
Tada uz uvjete zadatka vrijedi:  
 $\overline{abc4} = \overline{abc} + 2011$ , 2 boda  
 $\overline{abc0} + 4 = \overline{abc} + 2011$ , 1 bod  
 $10\overline{abc} + 4 = \overline{abc} + 2011$ , 2 boda  
 $9\overline{abc} = 2007$ , 2 boda  
 $\overline{abc} = 223$ . 1 bod  
Navedeno svojstvo ima broj 2234. 1 bod  
.....UKUPNO 10 BODOVA

4. Zbroj brojeva u svakoj od skupina bit će 2 boda  
 $(101 + 102 + 103 + \dots + 140) : 4 = 4820 : 4 = 1205$ .  
Kako je  $101 + 140 = 102 + 139 = 103 + 138 = \dots = 120 + 121 = 241$   
te postoji 20 takvih parova brojeva, za svaku od četiriju skupina treba odabrati  
po 5 parova brojeva.  
(objašnjenje razvrstavanja, ovo ili neko drugo) 4 bodova  
Npr. 101,140,102,139,103,138,104,137,105,136; 1. skupina  
106,135,107,134,108,133,109,132,110,131; 2. skupina  
111,130,112,129,113,128,114,127,115,126; 3. skupina  
116,125,117,124,118,123,119,122,120,121; 4. skupina  
(ova razdioba ili bilo koja druga ispravna). 4 boda  
.....UKUPNO 10 BODOVA

5. Skica:



- Ako je površina kvadrata  $144 \text{ cm}^2$ , onda mu je duljina stranice 12 cm. 1 bod  
Prema uvjetima zadatka vrijedi: 2 boda  
 $|BM| = 8 \text{ cm}$ ,  $|MC| = 4 \text{ cm}$ ,  $|CN| = 9 \text{ cm}$  i  $|ND| = 3 \text{ cm}$  2 boda  
Površinu ( $p$ ) trokuta AMN izračunat ćemo tako da od površine kvadrata  
oduzmemo zbroj površina pravokutnih trokuta ABM, MCN i AND, pa  
imamo jednakost:  
 $p = 144 - [(12 \cdot 8) : 2 + (4 \cdot 9) : 2 + (3 \cdot 12) : 2]$ . 3 boda  
Konačno, površina trokuta  $p = 60 \text{ cm}^2$ . 2 boda  
.....UKUPNO 10 BODOVA

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE  
28. veljače 2011.

6. razred – rješenja

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. Ako je  $\frac{a+b}{b} = 1\frac{2}{5}$ , 1 bod

onda vrijedi  $\frac{a}{b} + \frac{b}{b} = 1 + \frac{2}{5}$  2 boda

tj.  $\frac{a}{b} + 1 = 1 + \frac{2}{5}$ , 1 bod

odnosno  $\frac{a}{b} = \frac{2}{5}$ . 1 bod

Znači da je  $\frac{b}{a} = \frac{5}{2}$ . 1 bod

$\frac{b-a}{a} = \frac{b}{a} - \frac{a}{a} = \frac{b}{a} - 1 = \frac{5}{2} - 1 = \frac{3}{2}$ . 4 boda

..... UKUPNO 10 BODOVA

2. Označimo li parni broj s  $n$ , onda su duljine stranica trokuta redom:  
 $n, n+2$  i  $n+4$ . 2 boda

Kako je opseg trokuta 84 cm, imamo jednakost:  
 $n + n + 2 + n + 4 = 84$  cm. 1 bod

Rješavajući tu jednadžbu imamo:  
 $3n + 6 = 84$ , odnosno  $3n = 78$ , odakle slijedi da je  $n = 26$ . 1 bod

Dakle, duljine stranica trokuta su redom: 26 cm, 28 cm i 30 cm. 2 boda

S obzirom da je duljina visine na drugu po veličini stranicu  $v_2 = 24$  cm,  
površina zadanog trokuta bit će:  
 $p = (28 \cdot 24) : 2 = 672 : 2 = 336$  cm<sup>2</sup>. 2 boda

Kako je površina trokuta i  $p = (26 \cdot v_1) : 2$  imamo da je:  
 $336 = (26 \cdot v_1) : 2$ , odnosno da je  $v_1 = 25.84615\dots$  cm  $\approx 25.85$  cm 1 bod

I konačno površina je trokuta i  $p = (30 \cdot v_3) : 2$ , tj  $336 = (30 \cdot v_3) : 2$ ,  
pa je  $v_3 = 22.4$  cm 1 bod

..... UKUPNO 10 BODOVA

3. Ako je broj djeljiv brojevima 2, 3 i 7, onda mora biti djeljiv i brojem  $2 \cdot 3 \cdot 7 = 42$  i obratno. 2 boda

Kako je  $184\ 952 = 42 \cdot 4403 + 26$  i 2 boda

najveći troznamenasti broj  $999 = 42 \cdot 23 + 33$ , 2 boda

onda je zbroj  $184\ 952 + 999 = 42 \cdot 4403 + 26 + 42 \cdot 23 + 33 =$   
 $= 42 \cdot 4403 + 42 \cdot 23 + 42 + 17 =$   
 $= 42 \cdot (4403 + 23 + 1) + 17.$

Vidimo da taj zbroj nije djeljiv brojem 42 jer pri dijeljenju brojem 42 ostatak je 17. 2 boda

Zaključujemo da je  $999 - 17 = 982$  najveći troznamenasti broj koji treba dodati  
broju 184 952 kako bi njihov zbroj bio djeljiv brojem 42. 2 boda

..... UKUPNO 10 BODOVA

4. Neka je  $s$  označena duljina ograde u metrima.

Tijekom vikenda obojio je  $\frac{3}{8} \cdot x + 12$  metara ograde. 1 bod

U ponedjeljak je obojio  $\frac{1}{4} \cdot x + 3$  metara ograde. 1 bod

U utorak je obojio  $\frac{1}{3} \cdot \left( \frac{3}{8} \cdot x + 12 + \frac{1}{4} \cdot x + 3 \right) = \frac{1}{3} \cdot \left( \frac{5}{8} \cdot x + 15 \right) = \frac{5}{24} \cdot x + 5$  metara ograde. 2 boda

U srijedu je obojio  $\frac{1}{24} \cdot x$  metara ograde.

Ukupno je obojio:

$$\frac{3}{8} \cdot x + 12 + \frac{1}{4} \cdot x + 3 + \frac{5}{24} \cdot x + 5 + \frac{1}{24} \cdot x =$$

$$\frac{21}{24} \cdot x + 20 = \frac{7}{8} \cdot x + 20 \text{ metara ograde,} \quad \text{2 boda}$$

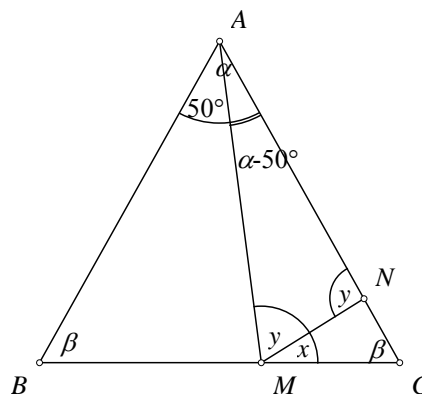
a to je jednako cijeloj duljini ograde, tj. 1 bod

vrijedi da je duljina  $\frac{1}{8}$  ograde jednaka 20 m, tj. 2 boda

duljina cijele ograde Josipovog vrta je  $8 \cdot 20 = 160$  m. 1 bod

..... UKUPNO 10 BODOVA

5. Skica:



$\angle CMA$  je vanjski kut trokuta  $AMB$  pa vrijedi: 2 boda

$$x + y = \beta + 50^\circ \quad (1) \quad \text{2 boda}$$

$\angle ANM$  je vanjski kut trokuta  $M CN$  pa vrijedi:

$$y = x + \beta \quad (2) \quad \text{2 boda}$$

Iz (1) i (2) imamo redom:

$$x + x + \beta = \beta + 50^\circ, \quad \text{2 boda}$$

$$2x = 50^\circ,$$

$$x = 25^\circ,$$

Veličina kuta  $\angle CMN$  je  $25^\circ$ . 2 boda

..... UKUPNO 10 BODOVA

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE  
28. veljače 2011.

7. razred-rješenja

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. Označimo li pojedinačne zarade redom s  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , možemo pisati :

$$a : b : c = \frac{5}{6} : \frac{4}{3} : \frac{7}{8}. \quad 1 \text{ BOD}$$

Svedemo li sva tri razlomka na zajednički nazivnik 24, imat ćemo ovaj razmjer :

$$a : b : c = \frac{20}{24} : \frac{32}{24} : \frac{21}{24}, \text{ odnosno } a : b : c = 20 : 32 : 21. \quad 2 \text{ BODA}$$

Iz dobivenog produženog razmjera slijedi da je :

$$a : b = 20 : 32 \rightarrow 32a = 20b \rightarrow a = \frac{20}{32}b, \text{ te}$$

$$b : c = 32 : 21 \rightarrow 32c = 21b \rightarrow c = \frac{21}{32}b \quad 2 \text{ BODA}$$

Kako je ukupna zarada 657 kn, vrijedi jednakost :

$$a + b + c = 657, \text{ odnosno } \frac{20}{32}b + b + \frac{21}{32}b = 657 \quad 1 \text{ BOD}$$

Rješavajući tu jednadžbu dobijemo da je zarada  $b = 288 \text{ kn}$ . 2 BODA

Na sličan način dobijemo da je zarada  $a = \frac{20}{32}b = \frac{20}{32} \cdot 288 = 180 \text{ kn}$ ,

odnosno da je zarada  $c = \frac{21}{32}b = \frac{21}{32} \cdot 288 = 189 \text{ kn}$ . 2 BODA

..... UKUPNO 10 BODOVA

2. Kako je  $-2 + 3 = -4 + 5 = -6 + 7 = \dots = 1$ , 2 BODA

onda je  $-2 + 3 - 4 + 5 - 6 + 7 - \dots = 2011 - 1$  odnosno  $-2 + 3 - 4 + 5 - 6 + 7 - \dots = 2010$ .

2 BODA

To znači da trebamo 2010 parova brojeva s različitim predznacima odnosno 4020 brojeva.

2 BODA

Posljednji par bi bio  $-4020, 4021$ .

2 BODA

Niz treba završiti s brojem 4021.

2 BODA

..... UKUPNO 10 BODOVA

3. Neka je  $n$  broj stranica prvog pravilnog mnogokuta, a  $m$  broj stranica drugog pravilnog mnogokuta, te  $\beta_n$  veličina unutarnjeg kuta prvog, a  $\beta_m$  veličina unutarnjeg kuta drugog pravilnog mnogokuta.

Tada vrijedi  $n=2\cdot m$

1 BOD

$$i \quad \frac{(m-2)\cdot 180^\circ}{m} = \frac{(n-2)\cdot 180^\circ}{n} - 10^\circ.$$

2 BODA

$$\text{Dalje je } \frac{(m-2)\cdot 180^\circ}{m} = \frac{(2m-2)\cdot 180^\circ}{2m} - 10^\circ$$

1 BOD

pa je  $m=18$

2 BODA

odnosno  $n=36$ .

1 BOD

Slijedi  $\beta_n=170^\circ$

2 BODA

i  $\beta_m=160^\circ$ .

1 BOD

..... UKUPNO 10 BODOVA

4. Vrijedi

$$xy - y = 3 + 7x$$

$$y(x-1) = 7x + 3$$

2 BODA

Za  $x=1$  slijedi  $y\cdot 0 = 10$  što je nemoguće za svaki  $y \in \mathbb{Z}$ .

1 BOD

$$\text{Za } x \neq 1 \text{ slijedi } y = \frac{7x+3}{x-1} = \frac{7x-7+10}{x-1} = \frac{7(x-1)+10}{x-1} = 7 + \frac{10}{x-1}$$

2 BODA

$$y \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \frac{10}{x-1} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x-1 \in \{1, -1, 2, -2, 5, -5, 10, -10\}$$

2 BODA

$$\Leftrightarrow x \in \{2, 0, 3, -1, 6, -4, 11, -9\}$$

1 BOD



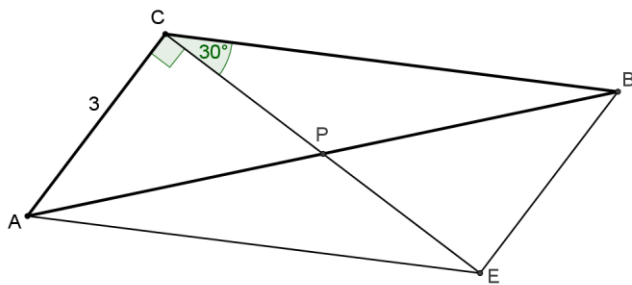
Iz izraza  $y = \frac{7x+3}{x-1} = 7 + \frac{10}{x-1}$  izračunamo  $y$  te su traženi parovi brojeva (2,17), (0,-3), (3,12),

(-1,2), (6,9), (-4,5), (11,8) i (-9,6).

2 BODA

..... UKUPNO 10 BODOVA

5. Nadopunimo trokut  $\triangle ABC$  do paralelograma  $AEBC$ .



3 BODA

Tada vrijedi  $|\sphericalangle AEC| = 30^\circ$

2 BODA

što znači da je  $\triangle AEC$  polovica jednakostraničnog trokuta

2 BODA

pa je  $|AE| = 2 \cdot |AC| = 2 \cdot 3 = 6$

2 BODA

odnosno  $|BC| = 6 \text{ cm}$ .

1 BOD

..... UKUPNO 10 BODOVA

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE  
28. veljače 2011.

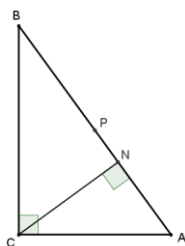
8. razred-rješenja

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

$$\begin{aligned} 1. \quad & \frac{1}{1000} \cdot \left[ \frac{1570^2 + 1070^2 - 2140 \cdot 1570}{10 \cdot \sqrt{275^2 - 225^2}} \right]^2 = \frac{1}{1000} \cdot \left[ \frac{1570^2 - 2 \cdot 1570 \cdot 1070 + 1070^2}{10 \cdot \sqrt{(275 + 225) \cdot (275 - 225)}} \right]^2 = & 2 \text{ BODA} \\ & = \frac{1}{1000} \cdot \left[ \frac{(1570 - 1070)^2}{10 \cdot \sqrt{500 \cdot 50}} \right]^2 = & 2 \text{ BODA} \\ & = \frac{1}{1000} \cdot \left[ \frac{500^2}{10 \cdot \sqrt{50 \cdot 10 \cdot 50}} \right]^2 = & 2 \text{ BODA} \\ & = \frac{1}{1000} \cdot \left[ \frac{500^2}{10 \cdot 50 \cdot \sqrt{10}} \right]^2 = & 1 \text{ BOD} \\ & = \frac{1}{1000} \cdot \left[ \frac{500^2}{500 \cdot \sqrt{10}} \right]^2 = \frac{1}{1000} \cdot \left[ \frac{500}{\sqrt{10}} \right]^2 = & 1 \text{ BOD} \\ & = \frac{1}{1000} \cdot \frac{250000}{10} = 25. & 2 \text{ BODA} \end{aligned}$$

..... UKUPNO 10 BODOVA

2.



1 BOD

Primjenimo li Pitagorin poučak na  $\triangle ABC$ , slijedi  $|AB|^2 = |AC|^2 + |BC|^2$  odnosno

$$|AB| = 50 \text{ cm.} \quad 2 \text{ BODA}$$

Kako je  $P$  polovište hipotenuze, onda je  $|AP| = 25 \text{ cm.}$  1 BOD

$$\text{Za površinu trokuta } \triangle ABC \text{ vrijedi } P_{\triangle ABC} = \frac{|AC| \cdot |BC|}{2} = 600 \text{ cm}^2. \quad 1 \text{ BOD}$$

$$\text{Takoder, } P_{\triangle ABC} = \frac{|AB| \cdot |CN|}{2} \text{ odakle slijedi } |CN| = 24 \text{ cm.} \quad 2 \text{ BODA}$$

Primijenimo li Pitagorin poučak na  $\triangle ANC$ , slijedi  $|AN|^2 + |CN|^2 = |AC|^2$  odnosno

$$|AN| = 18 \text{ cm.}$$

2 BODA

Na kraju,  $|PN| = |AP| - |AN| = 7 \text{ cm.}$

1 BOD

..... UKUPNO 10 BODOVA

3. 
$$\frac{1+2+\dots+2011+m}{1+2+\dots+2010+m} = \frac{1+2+\dots+2010+m+2011}{1+2+\dots+2010+m} = 1 + \frac{2011}{1+2+\dots+2010+m}$$
 2 BODA

Početni broj će biti prirodan ako je  $\frac{2011}{1+2+\dots+2010+m}$  prirodan broj,

2 BODA

a najmanju vrijednost će imati ako je  $1+2+\dots+2010+m = 2011$ .

2 BODA

Dalje je  $\frac{2010 \cdot 2011}{2} + m = 2011$ .

2 BODA

Slijedi  $m = -2019044$ .

2 BODA

..... UKUPNO 10 BODOVA

4. Neka je  $j$  broj minuta za koje Janko može obaviti posao, a  $m$  broj minuta za koje Matko može

obaviti posao. Prema uvjetu zadatka vrijedi da je  $j = m + 30$ .

1 BOD

U minuti Janko obavi  $\frac{1}{j}$  posla, Matko  $\frac{1}{m}$  posla, a zajednički obavljaju  $\frac{1}{j} + \frac{1}{m}$  posla.

1 BOD

Zajedno cijeli posao dovrše za 36 minuta, pa u minuti obavljaju  $\frac{1}{36}$  posla, tj. vrijedi  $\frac{1}{j} + \frac{1}{m} = \frac{1}{36}$ .

1 BOD

Budući da je  $j = m + 30$ , dobivamo  $\frac{1}{m+30} + \frac{1}{m} = \frac{1}{36}$ .

1 BOD

Sređivanjem tog izraza dobit ćemo:  $\frac{m}{m(m+30)} + \frac{m+30}{m(m+30)} = \frac{1}{36}$ , tj.  $\frac{2m+30}{m(m+30)} = \frac{1}{36}$ .

2 BODA

Dalje dobivamo redom:  $36(2m+30) = m(m+30)$ ,  
 $72m + 1080 = m^2 + 30m$ ,  
 $m^2 - 42m - 1080 = 0$ .

1 BOD

Tu jednadžbu možemo napisati u obliku  $m^2 - 2m \cdot 21 + 441 = 1080 + 441$ , tj.  $(m-21)^2 = 39^2$ .

1 BOD

Prema tome je  $m - 21 = 39$  ili  $m - 21 = -39$ , odnosno  $m = 60$  ili  $m = -18$ .

1 BOD

Prema uvjetu zadatka jasno je da rješenje ne može biti negativan broj.

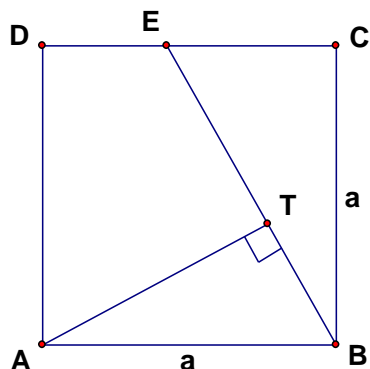
To znači da Matko sam završi posao za 60, a Janko za 90 minuta.

1 BOD

..... UKUPNO 10 BODOVA

5. Neka je  $|CE| = 3k, |ED| = 2k$  i  $|AT| = x$ . Tada je  $a = 5k$ .

1 BOD



Trokuti  $ABT$  i  $BEC$  su slični jer su pravokutni i  $|\sphericalangle BAT| = |\sphericalangle EBC|$  (kutovi s okomitim kracima).

3 BODA

Vrijedi  $\frac{|BT|}{|EC|} = \frac{|AT|}{|BC|}$  odnosno  $\frac{6}{3k} = \frac{x}{5k}$  pa je  $x = 10 \text{ cm}$ .

2 BODA

Primjenjujući Pitagorin poučak na trokut  $ABT$  imamo:

$|AB|^2 = |AT|^2 + |BT|^2$  odnosno  $a^2 = 10^2 + 6^2$  pa je  $a^2 = 136$ .

2 BODA

Dakle, površina kvadrata je  $136 \text{ cm}^2$ .

2 BODA

..... UKUPNO 10 BODOVA