MATEMATIČKI KLOKAN S
6 100 000 sudionika u 60zemalja Europe, Amerike, Afrike i Azije
Četvrtak, 23. ožujka 2017. – Trajanje 75 minuta
Natjecanje za Student (IV. razred SŠ)

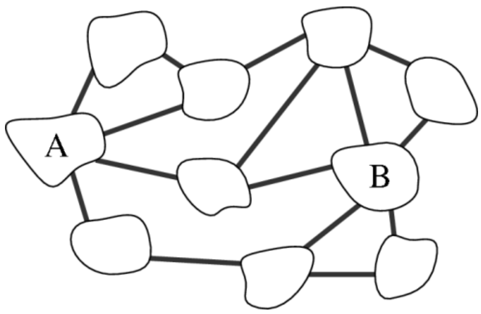
* Natjecanje je pojedinačno. **Računala su zabranjena**.
* **Svaki zadatak ima pet ponuđenih odgovora od kojih je samo jedan točan**.
* Prvih osam pitanja donosi po 3 boda, drugih osam po 4 boda, a trećih osam po 5 bodova.
* Ako nijedan odgovor nije zaokružen ili su zaokružena dva ili više odgovora zadatak donosi 0 bodova.
* Ako je zaokruženi odgovor pogrešan, oduzima se četvrtina bodova predviđenih za taj zadatak.
* Svaki sudionik u natjecanju dobiva simboličan dar, a deset posto najboljih nagradu.

Pitanja za 3 boda:

1. Berislav se voli igrati svojim HO modelom željeznice. Neke stvari je izradio u HO omjeru $1:87$. Izradio je čak i 2 cm visok model svoga brata. Koliko je visok Berislavov brat?

A) 1.74 m B) 1.62 m C) 1.86 m D) 1.94 m E) 1.70 m

2. Na slici vidimo 10 otoka povezanih s 15 mostova. Koji je najmanji mogući broj mostova koje možemo eliminirati kako bi bilo nemoguće stići od otoka A do otoka B?

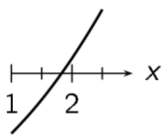


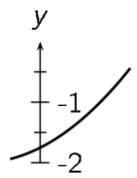
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

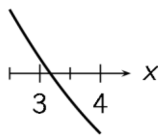
3. Za dva pozitivna broja a i b vrijedi da je 75% od a jednako 40% od b. To znači da je

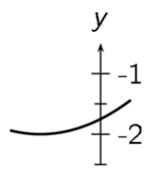
A) $15a = 8b$ B) $7a = 8b$ C) $3a = 2b$ D) $5a = 12b$ E) $8a = 15b$

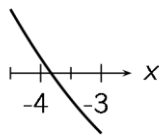
4. Četiri od danih pet isječaka dijelovi su grafa iste kvadratne funkcije. Koji isječak nije dio tog grafa?

A)


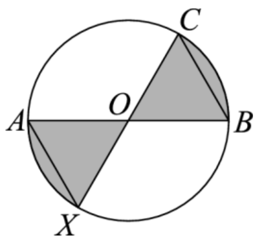
B)


C)


D)


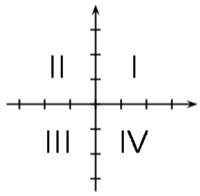
E)


5. Dan je krug sa središtem u točki O i dijametrima $\overline{AB}$ i $\overline{CX}$ te vrijedi $|OB| = |BC|$. Koliki dio površine kruga je osjenčen?



A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{7}$ D) $\frac{3}{8}$ E) $\frac{4}{11}$

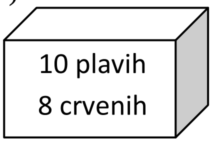
6. U kojem kvadrantu ne leži ni jedna točka grafa linearne funkcije $f(x) = -3.5x + 7$?

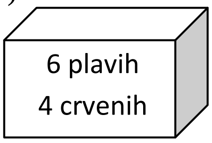


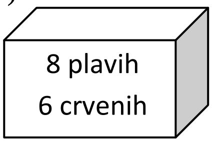
A) I B) II C) III D) IV

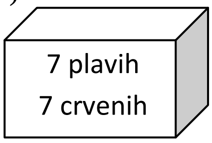
E) U svakom se kvadrantu nalazi barem jedna točka grafa.

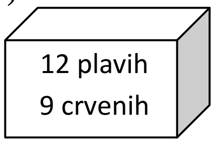
7. Svaka od danih pet kutija sadrži crvene i plave kuglice kao što je na njima označeno. Borna želi uzeti jednu kuglicu iz jedne od kutija ne gledajući. Iz koje kutije Borna treba izvući kuglicu kako bi vjerojatnost da izvuče plavu kuglicu bila najveća?

A)


B)


C)


D)


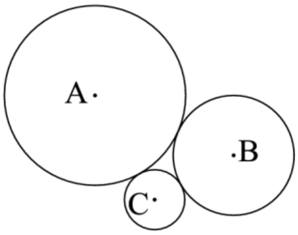
E)


8. Graf koje od danih funkcija ima najviše zajedničkih točaka s grafom funkcije $f(x) = x$?

A) $g_1(x) = x^2$ B) $g_2(x) = x^3$ C) $g_3(x) = x^4$ D) $g_4(x) = -x^4$ E) $g_5(x) = -x$

Pitanja za 4 boda:

9. Tri kružnice koje se međusobno dodiruju imaju središta u točkama A, B i C te redom radijuse 3, 2 i 1. Kolika je površina trokuta ABC?



A) 6 B) $4\sqrt{3}$ C) $3\sqrt{2}$ D) 9 E) $2\sqrt{6}$

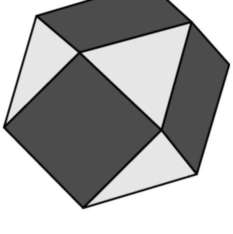
10. Pozitivan broj p manji je od 1, a broj q veći je od 1. Koji je od danih brojeva najveći?

A) $p \cdot q$ B) $p + q$ C) $\frac{p}{q}$ D) p E) q

11. Dva uspravna valjka A i B imaju isti volumen. Radijus baze valjka B je 10% veći od radijusa baze valjka A. Koliko je veća visina valjka A od visine valjka B?

A) 5% B) 10% C) 11% D) 20% E) 21%

12. Strane poliedra na slici trokuti su ili kvadrati. Svaki kvadrat okružuju 4 trokuta i svaki trokut okružuju 3 kvadrata. Ako kvadrata ima 6, koliko ima trokuta?

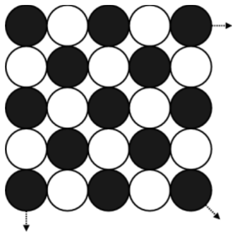


A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

13. Imamo četiri simetrične igraće kocke u obliku tetraedra. Na stranama svake od njih su brojevi 2, 0, 1 i 7. Bacimo li sve četiri igraće kocke, kolika je vjerojatnost da možemo sastaviti broj 2017 koristeći točno jedan od tri vidljiva broja sa svake igraće kocke?

A) $\frac{1}{256}$ B) $\frac{63}{64}$ C) $\frac{81}{256}$ D) $\frac{3}{32}$ E) $\frac{29}{32}$

14. Julija ima 2017 žetona: 1009 ih je crno, a ostali su bijeli. Složila ih je u uzorak u obliku kvadrata kao na slici tako što je počela s crnim žetonom u gornjem lijevom uglu i alternirala boje u svakom retku i svakom stupcu. Koliko joj je žetona pojedine boje ostalo nakon što je dovršila najveći mogući kvadrat?



A) Nijedan. B) 40 svake boje. C) 40 crnih i 41 bijeli. D) 41 svake boje. E) 40 bijelih i 41 crni.

15. Dva su uzastopna broja takva da je suma znamenaka svakog od njih višekratnik broja 7. Koliko najmanje znamenki ima manji od ta dva broja?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

16. Titi pokušava biti dobri mali Klokan, ali laganje je prezabavno. Zato je svaka treća njegova izjava laž, a ostatak je istina. (Ponekad Titi počne s lažnom izjavom, a ponekad s jednom ili dvije istinite izjave.)
Titi je zamislio dvoznamenkast broj i govori svojoj prijateljici o njemu:
„Jedna od njegovih znamenki je 2."
„Veći je od 50. "
„Paran je broj. "
„Manji je od 30. "
„Djeljiv je s 3. "
„Jedna od njegovih znamenki je 7. "
Kolika je suma znamenaka broja kojeg je Titi zamislio?

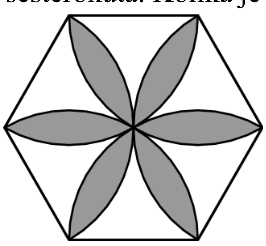
A) 9 B) 12 C) 13 D) 15 E) 17

Pitanja za 5 bodova:

17. Koliko prirodnih brojeva ima svojstvo da je broj koji se dobije brisanjem njegove posljednje znamenke jednak 1/14 početnog broja?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

18. Na slici je prikazan pravilan šesterokut sa stranicama duljine 1. Cvijet je konstruiran koristeći odsječke kružnica radijusa 1 sa središtem u vrhovima šesterokuta. Kolika je površina cvijeta?



A) $\frac{\pi}{2}$ B) $\frac{2\pi}{3}$ C) $2\sqrt{3}-\pi$ D) $\frac{\pi}{2}+\sqrt{3}$ E) $2\pi-3\sqrt{3}$

19. Niz a_n zadan je rekurzivno: $a_1 = 2017$, $a_{n+1} = \frac{a_n - 1}{a_n}$. Odredi a_{2017}.

A) -2017 B) $\frac{-1}{2016}$ C) $\frac{2016}{2017}$ D) 1 E) 2017

20. Suma duljina stranica pravokutnog trokuta iznosi 18. Suma kvadrata duljina stranica tog trokuta iznosi 128. Odredi površinu ovog trokuta?

A) 18 B) 16 C) 12 D) 10 E) 9

21. U 5 kutija raspoređujete 5 bijelih i 5 crnih kuglica. U svakoj kutiji mora biti barem jedna kuglica. Protivnik izvlači jednu kuglicu iz kutije po izboru i pobjeđuje ako je izvučena kuglica bijele boje. Koji raspored kuglica će vam dati najbolje šanse za pobjedu?

A. U svaku kutiju stavimo jednu bijelu i jednu crnu kuglicu.
B. U tri kutije rasporedimo samo crne kuglice, a u dvije samo bijele kuglice.
C. U četiri kutije rasporedimo samo crne kuglice, a u jednu sve bijele kuglice.
D.U svaku kutiju stavimo po jednu crnu kuglicu, a u jednu dodamo i sve bijele kuglice.
E. U svaku kutiju stavimo po jednu bijelu kuglicu, a u jednu dodamo i sve crne kuglice.

22. Vrijedi $|x| + x + y = 5$ i $x + |y| - y = 10$. Odredi vrijednosti izraza $x + y$.

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

23. Koliko postoji troznamenkastih prirodnih brojeva ABC takvih da je $(A + B)^C$ troznamenkast prirodan broj i potencija broja 2?

A) 15 B) 16 C) 18 D) 20 E) 21

24. Svaki od 2017 ljudi koji žive na otoku su ili lažovi (koji uvijek lažu) ili iskreni ljudi (koji uvijek govore istinu). Više od 1000 stanovnika otoka sudjelovalo je na banketu gdje su svi sjedili za jednim okruglim stolom. Svaki od njih reče „Od dvoje ljudi koji sjede pored mene jedan je lažov, a jedan iskren čovjek.” Koliko iskrenih ljudi može najviše biti na otoku?

A) 1683 B) 668 C) 670 D) 1344 E) 1343

Rješenja zadataka bit će objavljena 20. travnja 2017. godine na internet stranici HMD-a. Eventualne primjedbe na rješenja zadataka primaju se isključivo elektronskim putem na e-mail klokan@math.hr do 27. travnja 2017. u 23:59.
Rezultati natjecanja najbolje plasiranih učenika bit će objavljeni 2. svibnja 2017. godine na oglasnoj ploči škole i na internet stranici HMD-a.
Primjedbe i žalbe učenika primaju se isključivo elektronskim putem na e-mail klokan@math.hr do 9. svibnja 2017. u 23:59.
Nagrade najboljim učenicima dodjeljivat će se od 18. svibnja 2017. godine.
Obavijesti se mogu dobiti na Internetu - **http://www.matematika.hr/klokan/2017/**.