

# **TRANSFORMACIJE GRAFA FUNKCIJE... U VIRTUALNOM RAZREDU UPORABOM GEOGEBRA GRUPE**

**dr. sc. Željka Dijanić**  
**Srednja škola Čazma**



**Osmi kongres nastavnika matematike**

**PMF, Zagreb, 3. 7. 2018.**

[www.menti.com](http://www.menti.com)

>

27 87 63

---

$$f_1(x) = x^2 - 5 \quad f_2(x) = \frac{1}{x+3} \quad f_3(x) = 2\sqrt{1-x}$$

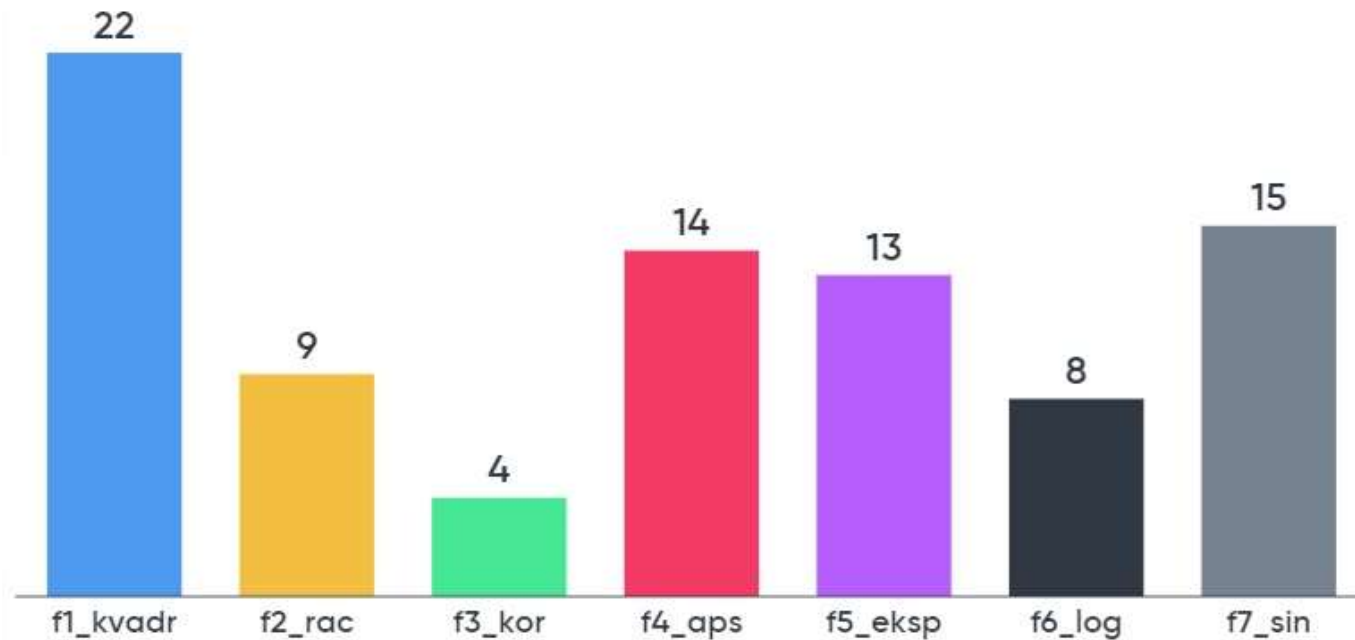
$$f_4(x) = |-2x+1|-3 \quad f_5(x) = 3^{x-2} + 1$$

$$f_6(x) = -\log_2(x+4) \quad f_7(x) = \frac{1}{2} \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$$

[www.menti.com](http://www.menti.com) > 27 87 63

---

Koje funkcije graf bi vaš prosječni učenik maturant znao nacrtati?



# U nastavi ...

- kvadratna funkcija – 2. razred
- trigonometrijske funkcije – 3. razred
- kompozicija funkcija – 4. razred (???)
  - pomak po osi x:  $g(x)=f(x-a)$
  - pomak po osi y:  $g(x)=f(x)+a$
  - simetrija prema osi y:  $g(x)=-f(x)$
  - apsolutna vrijednost:  $g(x)=|f(x)|$
  - ...

## KAKO... a da je brzo i efikasno?

- učenje otkrivanjem
- digitalni obrazovni sadržaj
- interaktivni aplet + pitanje = zaključak
- e-knjiga GeoGebre
- virtualni razred – GeoGebra grupa



## Transformacije grafa funkcije

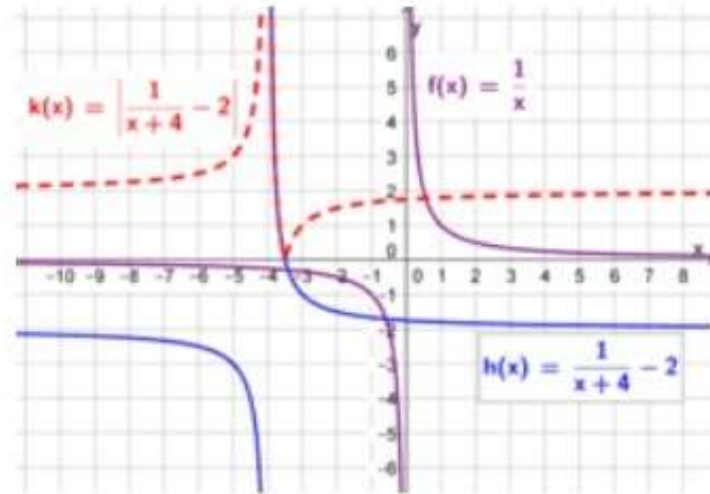
Otkrivamo i sami zaključujemo

KVIZ... Jesmo li shvatili?

A sada sami crtamo!

# Transformacije grafa funkcije

Autor: Željka Dijanić



## Sadržaj

Otkrivamo i sami zaključujemo

1. Graf funkcije  $g(x)=f(x-a)$
2. Graf funkcije  $g(x)=f(x)+a$
3. Graf funkcije  $g(x)=-f(x)$
4. Graf funkcije  $g(x)=f(-x)$
5. Graf funkcije  $g(x)=|f(x)|$
6. Graf funkcije  $g(x)=a \cdot f(x)$



KVIZ... Jesmo li shvatili?

- Zadatak A.
- Zadatak B.
- Zadatak C.
- Zadatak D.

A sada sami crtamo!

- Zadatak 01. Nacrtaj graf  $g(x) = \ln(x-2)+5$
- Zadatak 02. Nacrtaj graf  $g(x) = \sqrt{4-x}-3$
- Zadatak 03. Nacrtaj graf  $g(x) = -(x+6)^2+2$
- Zadatak 04. Nacrtaj graf  $g(x) = 4 - \frac{1}{5+x}$
- Zadatak 05. Nacrtaj graf  $g(x) = |3-2^{(x-4)}|$

# Virtualni razred

- komunikacija učenik – nastavnik
- dijeljenje digitalnih materijala
- predaja učeničkih radova
- praćenje napretka učenika
- vrednovanje učeničkih radova
- davanje povratne informacije

← IZVRSNI SREDNJA BBŽ

Objave Članovi Materijali Vrednovanje

Filteri: KVIZ... Jesmo li shvatili? Transformacije grafa funkcije - Otkrivamo i sami zaključujemo

|          | Zadatak B. | Zadatak C. | 1. Graf funkcij... | 2. Graf funkcij... | 3. Graf funkcij... | 4. Graf funkcij... |
|----------|------------|------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| Učenik 1 | ✓          | ✓          | ✓                  | ✓                  | ✓                  | 📄                  |
| Učenik 2 | ✓          | ✓          | ✓                  | 📄                  | 📄                  | 📄                  |
| Učenik 3 | ✓          | ✓          | ✓                  | ✓                  | 📄                  | 📄                  |
| Učenik 4 | ✓          | ✓          | ✓                  | ✓                  | 📄                  | ✓                  |
| Učenik 5 | 📄          | 📄          | ✓                  | ✓                  | 📄                  | ✓                  |
| Učenik 6 | 📄          | 📄          | ✓                  | ✓                  | 📄                  | 📄                  |
| Učenik 7 | ✓          | ✓          | ✓                  | 📄                  | 📄                  | ✓                  |
| Učenik 8 | 📄          | 📄          | ✓                  | ✓                  | ✓                  | 📄                  |

## ZAKLJUČAK 1.

Kako na temelju grafa funkcije  $f(x)$  nacrtati graf funkcije  $g(x) = f(x-a)$ ?

Zapiši riječima svoj zaključak...

A

Vrijednost a pomiče funkciju lijevo na x osi kada je negativna, a desno kad je pozitivna.

$f_x$



Željka Dijanić 10. veljače 2018. 10:34

Zamijenila si lijevo i desno, minus je dio formule pa kada je a pozitivan u formuli piše minus i to se pomiče desno. Al shvatila si bit . 👍



Anita 12. veljače 2018. 15:09

Vrijednost a pomiče funkciju lijevo na x osi kada je pozitivna, a desno kad je negativna.

A

Nacrtamo graf  $f(x) = x^{**2}$ . Ako je a pozitivan, graf mičemo desno po x osi za apsolutno od a. Ako je a negativan graf mičemo lijevo po x osi za apsolutno od a.

$f_x$



Željka Dijanić 10. velj 2018. 10:34

Bravo! 👍

Sakrij\_(1)



### ZAKLJUČAK 3.

Kako na temelju grafa funkcije  $f(x)$  nacrtati graf funkcije  $g(x) = -f(x)$ ?

Zapiši riječima svoj zaključak...

$g(x)$  i  $f(x)$  su simetrični s obzirom na x-os.

Nacrtamo graf  $f(x)$ . Potom obrnemo sve y vrijednosti, pozitivne ucrtamo kao negativne, negativne kao pozitivne u istoj vrijednosti. X-evi ostaju isti.

Vrijednosti koje su pozitivne postaju negativne, a vrijednosti koje su negativne postaju pozitivne.

Tako što ćemo sve vrijednosti  $f(x)$  zamijeniti njihovim suprotnim vrijednostima tj. zrcalit ćemo funkciju  $f(x)$  s obzirom na os x

Ako je riječ o  $f(x) = 1/x$ , tada jedna točka mora biti  $(-1, -1)$  ili  $(1, 1)$ , odnosno i x i y istovremeno moraju biti pozitivni ili negativni. Ako je riječ o funkciji  $g(x) = -(1/x)$ , tada jedna točka mora imati pozitivan x, a y negativan i obrnuto. Npr.  $(1, -1)$  i  $(-1, 1)$ .



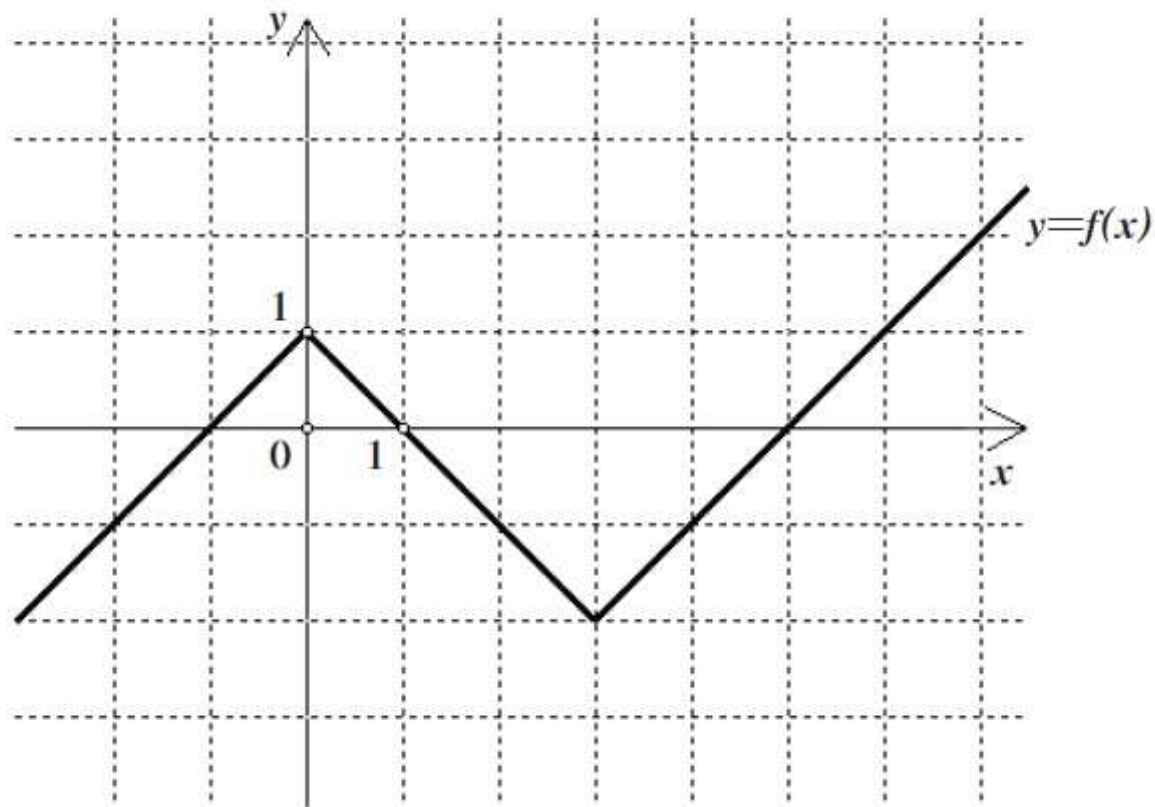
# Što smo postigli?

- otkrili nove spoznaje
- povezali stara i nova znanja
- zapisali vlastiti zaključak
- razvijali točan i precizan matematički izričaj
- priprema za državnu maturu

# Državna matura, ljetno 2010.

17. Na slici je graf funkcije  $f$ .

U istome koordinatnome sustavu nacrtajte graf funkcije  $g$  takve da je  $g(x) = f(x) + 1$ .



# Državna matura, jesen 2010.

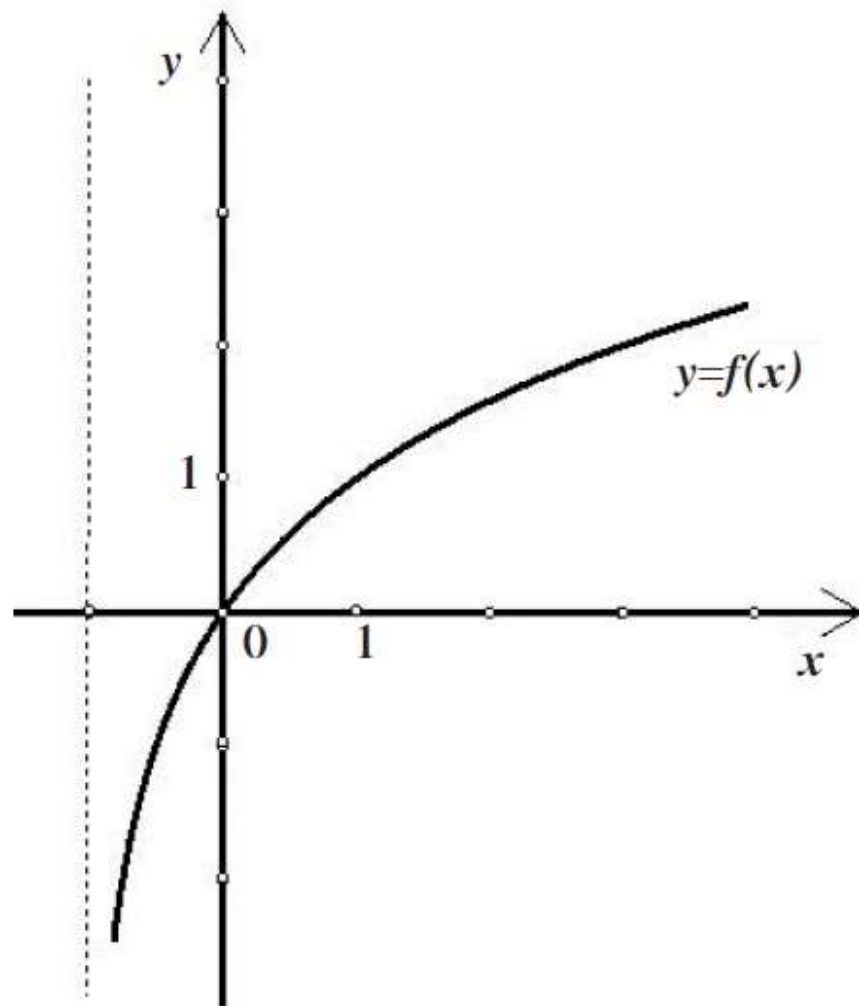
6. Graf koje funkcije je prikazan na slici?

A.  $f(x) = \frac{2}{3}x$

B.  $f(x) = -\frac{2}{3}x^2 - \frac{8}{3}x$

C.  $f(x) = 2^{1+\frac{x}{3}} - 2$

D.  $f(x) = \log_2(x+1)$

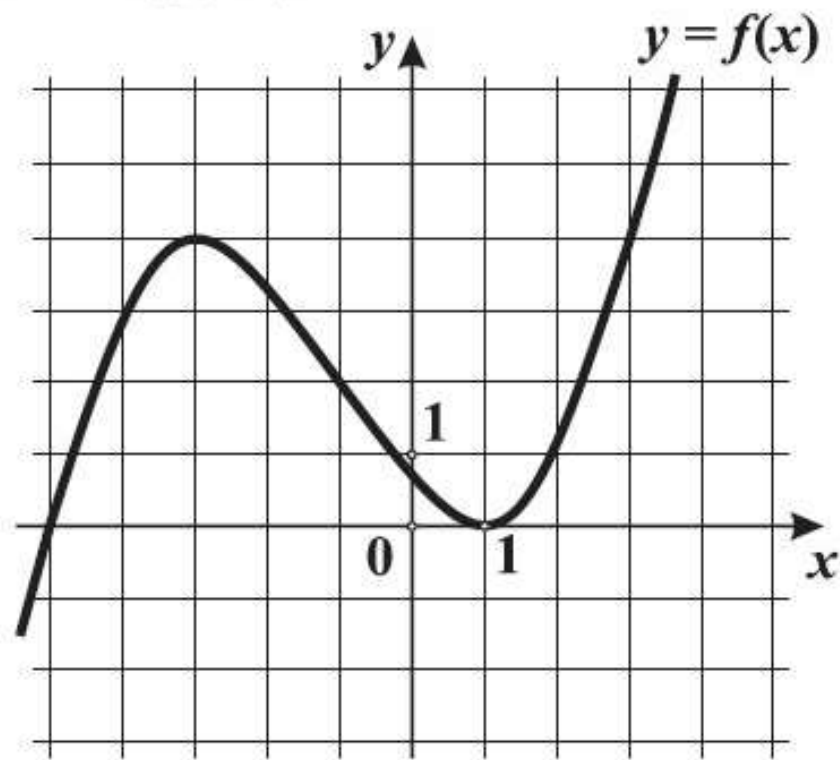


# Državna matura, ljeeto 2014.

22.2. Na slici je prikazan graf funkcije  $f$ .

Funkcija  $g$  zadana je formulom  $g(x) = f(x+1) + 2$ .

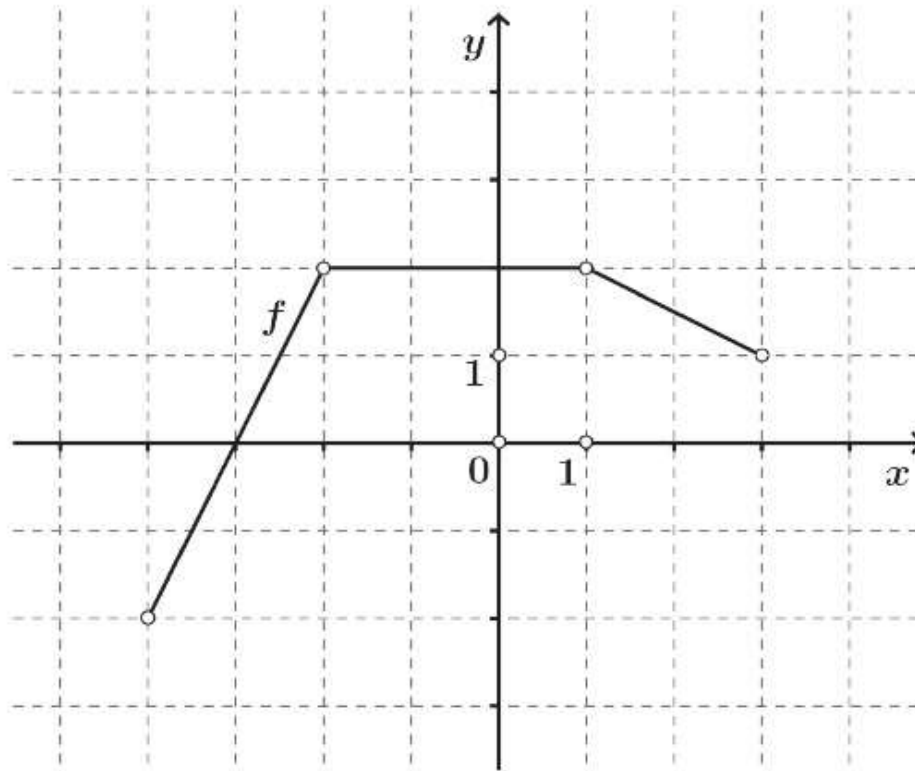
Kolika je vrijednost  $g(-2)$ ?





# Državna matura, ljetno 2017.

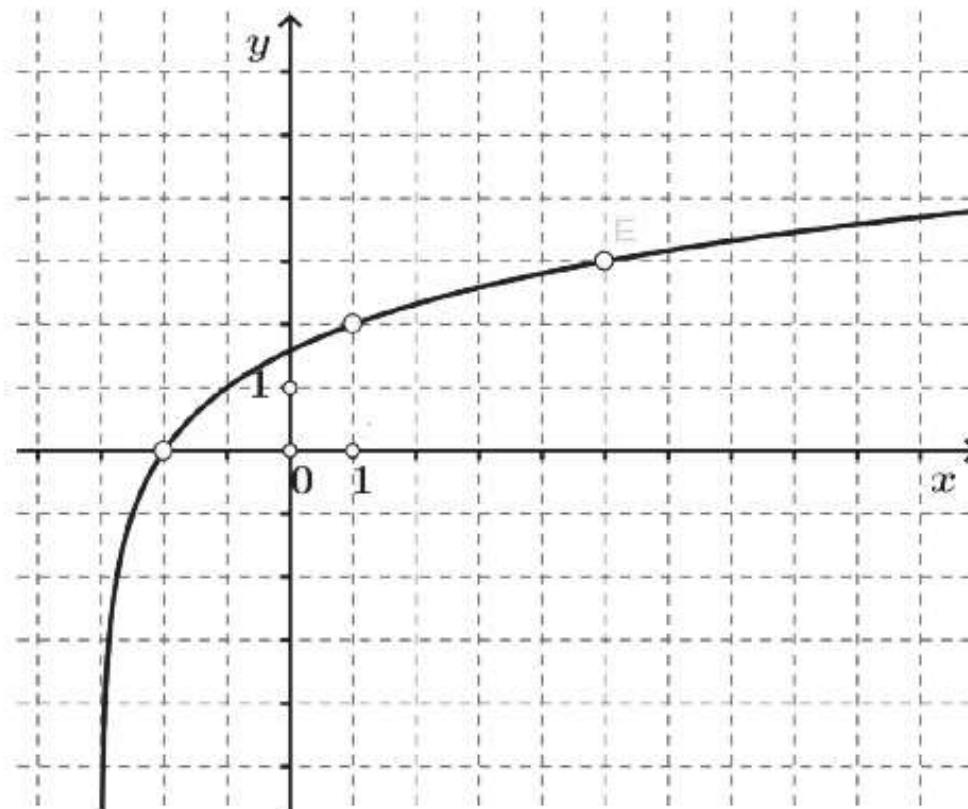
- 26.2. U zadanome koordinatnome sustavu prikazan je graf funkcije  $f$  definirane na intervalu  $[-4, 3]$ . U tome koordinatnom sustavu nacrtajte graf funkcije  $g(x) = |f(x)| - 1$ .



# Državna matura, jesen 2017.

28.3. Graf funkcije  $f(x) = \log_b(x+a)$  prikazan je na slici.

Odredite vrijednosti cijelih brojeva  $a$  i  $b$ .



# Državna matura, ljetno 2018.

28. Na slici je prikazan graf funkcije  $f$  koja je definirana na intervalu  $[-3, 5]$ .

Neka je  $g$  funkcija takva da vrijedi  $g(x) = -2f(x+3)$ . Za koju vrijednost  $x$

funkcija  $g$  poprima maksimalnu vrijednost i koliko ta maksimalna vrijednost iznosi?

