

# Greška u nastavi matematike

Alen Andrijić, O.Š. Blato

- Greška – nešto krivo napravljeno, izrečeno, nešto životno loše
- “Tko radi, taj i griješi”, kaže stara poslovice ali ima i druga:
- “Na greškama se uči”.

Koje su greške u nastavi matematike, kako na greške gleda stara metodika, a kako nas kroz grešku vode novi načini poučavanja? Kakve emotivne situacije uzrokuje pojava greške u nastavi matematike?

- Znači li to da učitelj matematike u svome radu može praviti greške?
- Kada i kakve greške može praviti?
- Treba li iste i kada ispraviti?  
Kako se s napravljenim pojedinim greškama suočiti s učenicima?
- I na kraju kako sve to vrednovati, je li to moguće?

- U starim načinima poučavanja matematike greška nije smjela biti prisutna, nastavnik nije nikada u razredu sebi smio dozvoliti da napravi grešku. On je bio u razredu “Bog”.
- Učenička greška se kažnjavala lošom ocjenom.
- Kada u razredu dozvoliti sebi grešku, kada ona služi u pozitivne svrhe, kada ju stavljamo u kontekst poučavanja?
- Kako na to gleda suvremena nastava matematike?

- Kada prilikom rješavanja pojedinog zadatka primjetim kako me dobar dio učenika ne sluša i ne prati nastavu, napravim neku namjernu grešku kako bih provjerio tko će na istu reagirati. Netko uvijek digne ruku i kaže:  
“Pa učitelju to Vam nije dobro, pogriješili ste.”  
“Gdje?” – pitam ja, “nisam primjetio, pokaži grešku”

- Emotivan šok kod velikog dijela učenika “spavači” se bude, bilo da znaju kako ću ih uhvatiti u njihovoj slaboj pozornosti, bilo da vide, ma gdje je to naš profa pogriješio, pa zar će mu Matko iz prve klupe naći grešku. Ma kakav je to profesor koji griješi. Normalno greška odmah bude ispravljena, učeniku dadem da ju ispravi i primjetim, kako je samo nekolicina učenika reagirala na moju grešku, a po ostalima danas bih ja mnoge pogrešne stvari izrekao, znači samo oni prate i sudjeluju u nastavi.

- Napominjem kako greška nakon rasprave biva ispravljena, a poslužila je samo da podignem razinu pozornosti u učionici, poboljšam učeničku koncentraciju, te želju za aktivnijim sudjelovanjem u nastavi, poglavito, ako Matko za ispravak greške dobije neki “plusić”, ili pak nastavi rješavati zadatak, te za to može dobiti ocjenu.

- Tako sam kroz razgovor ocijenio učenika, a da nije bilo nikakvog stresa, sve ležerno. U pravilu nastojim da takva ocjena bude poticajna, pa ako učenik nije zadovoljan ocjenom istu ne moram unijeti u dnevnik, ili pak ona može biti samo opisna. Na takav način kod učenika se stvaraju neke pozitivne “vibracije”.



# Primjer:

- $3(x-2)-4(x+3)=6$
- $3x-6-4x+7=6$
- itd.
- Ili jednostavna greška kod množenja, zbrajanja, neke druge računске radnje s brojevima ili slično.

- Također greška se može upotrijebiti kod obrade novog gradiva, a na način da se postavi zadatak, a učenici daju ideje za rješavanje istog. Svi se rezultati zapisuju na ploči, naravno tamo ima točnih i netočnih rješenja. Do svake izjave zapisujem ime učenika koji je istu izjavio. Učenici sve zapisuju u svoje bilježnice. Po završetku prijedloga, svaki učenik pojašnjava kako je došao do svog rješenja, raspravom i razgovorom dolazimo do onog rješenja

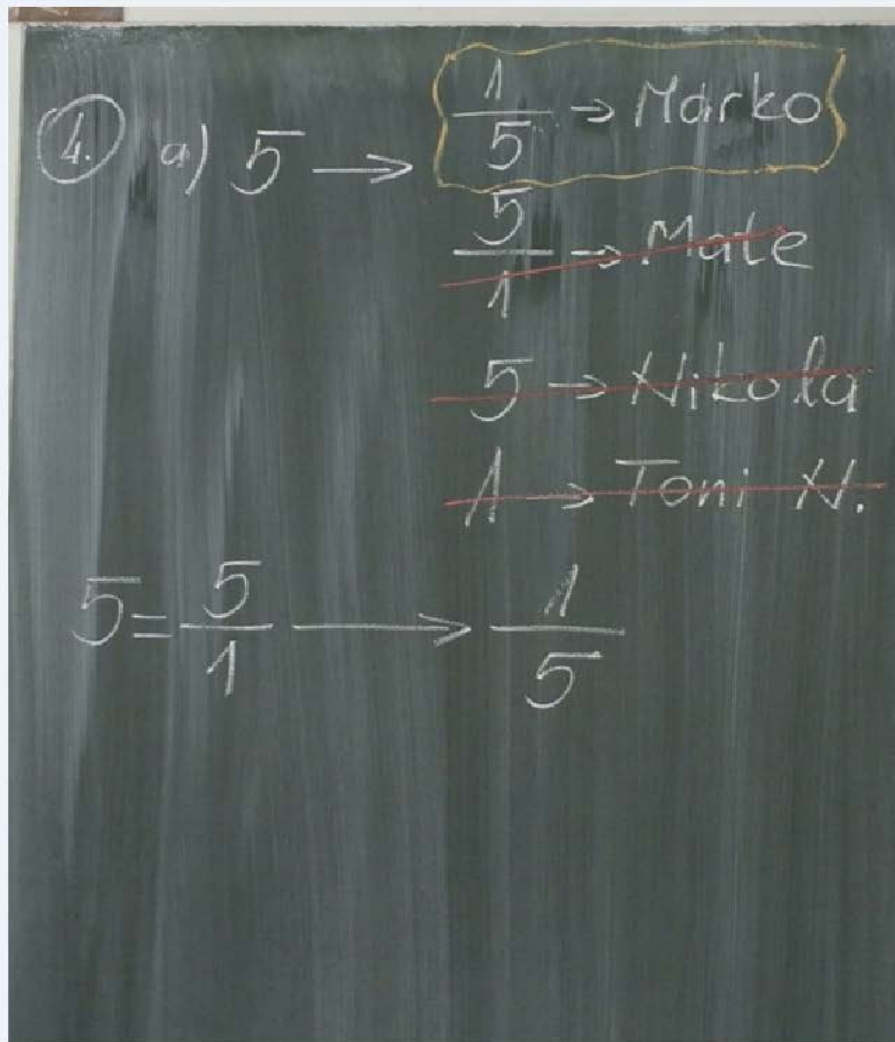
- koje je točno. Isto uokvirimo, a ostale prekrižimo. Na takav način smo dozvoljavajući grešku izrečenu tijekom sata matematike došli do točnog rješenja, potaknuli smo učenike na matematički razgovor, razvili samopouzdanje, komunikacijsku vještinu, što nam je jako potrebno u radu s učenicima, a njima također u daljnjem životu.

- Zašto ne vrednovati dobre rasprave, dobre zaključke? Nekad učenik u pokušaju obrazlaganja krivo rečenog rezultata i sam uvidi grešku, istu ispravi, pojasni točan rezultat, te se osvrne na grešku koju je prije sam napravio. Zar ovo ne zaslužuje neku dobru ocjenu u dnevnik, polako bez stresa, a da i nije svjestan učenik je ocijenjen. Ocjenu predložim, obrazložim je pred svima, u pravilu je motivirajuća, kakve bi uostalom morale, po mogućnosti, biti sve ocjene.

- Ovakvo ispitivanje nije stresno za učenika, naprotiv, motivirajuće je. Kažem ako učenik nije zadovoljan s danom brojčanom ocjenom, dam opisnu ocjenu, u obliku bilješke u dnevniku, koja je uvijek afirmativna, ili pak kombiniram opisno i brojčano.

- Primjer:
- Savladao je rješavanje linearnih jednadžbi s jednom nepoznanicom, ali bi morao poraditi, te vježbati oslobađanje zagrada – griješi u predznaku. Tu ima prostora za doradu.

- Evo primjera iz prakse ovakvog načina rada, pogled na školsku ploču i pogled na učeničku bilježnicu.





### Recipročni brojevi

1. Ako razlomku zamijenimo odnosa matricom samjarnim vrijednosti

a) brojilca i nazivnika, dobili smo njegov recipročni broj

b) Obrat broj recipročan brojeva:

$$\frac{2}{17} \rightarrow \frac{17}{2}$$

$$\frac{6}{15} \rightarrow \frac{15}{6}$$

$$\frac{1}{5} \rightarrow \frac{5}{1}$$

$$\frac{3}{7} \rightarrow \frac{7}{3}$$

2. Obrat broj recipročan brojeva:

$$a) \frac{5}{4} \rightarrow \frac{4}{5}$$

$$b) \frac{2}{7} \rightarrow \frac{7}{2}$$

$$c) \frac{11}{4} \rightarrow \frac{4}{11}$$

$$3. a) \frac{5^1}{8_1} \cdot \frac{8^1}{5_1} = \frac{1}{1} = 1$$

$$b) \frac{3^1}{5_1} \cdot \frac{5^1}{3_1} = \frac{1}{1} = 1$$

$$c) \frac{2^1}{3} \cdot \frac{3^1}{2_1} = \frac{1}{1} = 1$$

Uvijek recipročni brojeva je jednaka jedinica

4. Obrat broj recipročan brojeva:

$$a) 5 \rightarrow \frac{1}{5} \rightarrow \text{MAREK}$$

$$\frac{5}{1} \rightarrow \text{MATE}$$

$$5 \rightarrow \text{MILICA}$$

$$1 \rightarrow \text{FANTIN}$$

$$5 = \frac{5}{1} \rightarrow \frac{1}{5}$$

## Zbrajanje i oduzimanje potencija

$$3 \cdot 10^5 + 10^5 =$$

~~$$13 \cdot 10^5 \rightarrow \text{Sanja}$$~~

$$4 \cdot 10^5 \rightarrow \text{Petra}$$

~~$$3 \cdot 10^5 \rightarrow \text{Zoran}$$~~

~~$$3 \cdot 20^5 \rightarrow \text{Marko}$$~~

$$3 \cdot 10^5 + 10^5 = 4 \cdot 10^5 \rightarrow \text{Petra}$$

~~$$13 \cdot 10^5 \rightarrow \text{Sanja}$$~~

~~$$3 \cdot 10^5 \rightarrow \text{Zoran}$$~~

~~$$3 \cdot 20^5 \rightarrow \text{Marko}$$~~



② a)  $x^2 - 16 = \cancel{(x+8)(x-8)} \rightarrow$  Ante  
 $(x+4)(x-4) \rightarrow$  Matej ✓  
 ~~$(x+2)(x-2) \rightarrow$  Vid~~  
 $(x-4)(x+4) \rightarrow$  Roko ✓

13 14 15 16 17 18 19

$Y^6 - Y^4 = Y^2 \rightarrow$  ~~Maring~~  
 $Y^{10} \rightarrow$  Karla  
 $Y^{-10} \rightarrow$  ~~Matej~~  
 $Y^{-2} \rightarrow$  ~~Ante~~

$$Y^6 - (-4) = Y^{6+4} = Y^{10}$$

$$1) a) 10^8 : 10^3 = 10^{8-3} = 10^5$$

$$b) x^9 : x^3 = x^6$$

$$c) x^{11} : x^1 = x^{10}$$

$$d) y^6 : y^{-4} = y^2 \rightarrow \text{Marina}$$

$$y^{10} \rightarrow \text{Karla} \rightarrow y^6 - (-4) = y^{6+4} = y^{10}$$

$$y^{10} \rightarrow \text{Matej}$$

$$y^{-2} \rightarrow \text{Ank}$$

- Ili kako to izgleda u praksi pokušava dočarati ovaj video: [reci-zapiši-komentiraj](#)

- Također, vrlo je zanimljivo dati učenicima riješen test dijela gradiva koje želimo ponoviti s više napravljenih grešaka, a učenički je zadatak da isprave zadani test, te isti boduju. Za svaki zadatak dati predložen broj bodova.
- Učenici su dužni ispraviti dani test, pogrešne zadatke točno riješiti tj. ispraviti učinjene greške.



učitelj.

Pismeni ispit iz matematike za **SEDMI** razredSustavi linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice**GRUPA S**1. Metodom supstitucije riješi sustav:  $x + 2y = 7$  (3 boda)

$$y = 4x - 10$$

Rješenje:

$$\begin{array}{ll} x + 2y = 7 & y = 4x - 10 \\ x + 2(4x - 10) = 7 & y = 4 \cdot 3 - 10 \\ x + 8x - 20 = 7 & y = 12 - 10 \quad \text{Rj. (2,3)} \\ 9x = 27 \quad / : 9 & y = 2 \\ x = 3 & \end{array}$$

2. Riješi metodom suprotnih koeficijenata:

a)  $2x + 3y = 7$  (3 boda)      b)  $3(x - 2) + 5(y - 3) = -7$  (4 boda)

$$3x - 6y = 7$$

$$4(3 - x) - 3(5 - y) = -12$$

Rješenje:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } 2x + 3y = 7 \quad / \cdot 2 & \text{b) } 3(x - 2) + 5(y - 3) = -7 & 3x + 5y = 14 \\ \underline{3x - 6y = 7} & \underline{4(3 - x) - 3(5 - y) = -12} & 3x + 5 \cdot 101 = 14 \\ 4x + 6y = 14 & 3x - 6 + 5y - 15 = -7 & 3x + 505 = 14 \\ \underline{3x - 6y = 7} & \underline{12 - 4x - 15 - 3y = -12} & 3x = 14 - 505 \\ 7x = 21 \quad / : 7 & 3x + 5y = -7 + 15 + 6 & 3x = -491 \quad / : 3 \\ x = 3 & \underline{-4x - 3y = 12 + 15 - 12} & x = -\frac{491}{3} \\ & & \text{Rj. } \left(-\frac{491}{3}, 101\right) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 2x + 3y = 7 \\ 2x + 3 \cdot 3 = 7 \\ 2x + 9 = 7 \\ 2x = 7 + 9 \\ 2x = 16 \quad / : 2 \\ x = 8 \end{array}$$

Rj. (8, 3)

$$\begin{array}{l} 3x + 5y = 14 \quad / \cdot 4 \\ \underline{-4x - 3y = 15 \quad / \cdot 3} \\ 12x + 20y = 56 \\ \underline{-12x - 9y = 45} \\ y = 101 \end{array}$$

**Skala:**

0 - 39 %	1
40 - 54 %	2
55 - 74 %	3
75 - 89 %	4
90 - 100 %	5

- Ponekad zatražim od učenika da u bilježnicu napišu ispravak ovakvog testa, s točnim postupcima, kao kod analize testa, pa to vrednujem na kraju sata. Pogledajmo primjere iz prakse:

Skupni bod

1) a) 2004 - dvije tisuće i četiri (+)  
 b) 2004000 - dvije tisuće i četiri (-)  
 c) 304 206 - tri tisuća i četiri, tisuće i dvjesti (+) dvije milijuna i četiri tisuće i dvjesti

2) IZRACUNAS

a)  $157 + 31 = -$

$$\begin{array}{r} 157 \\ + 31 \\ \hline 188 \end{array}$$

b)  $154 + 30 = -$

$$\begin{array}{r} 154 \\ + 30 \\ \hline 184 \end{array}$$

c)  $286 : 3 = +$

$$\begin{array}{r} 286 : 3 \\ \hline 95 \end{array}$$

d)  $3402 - 978 = -$

$$\begin{array}{r} 3402 \\ - 978 \\ \hline 2424 \end{array}$$

e)  $318 \cdot 24 = -$

$$\begin{array}{r} 318 \cdot 24 \\ \hline 7632 \end{array}$$

3) a)  $3 + 4 \cdot 2 =$   
 $= 4 \cdot 2 =$   
 $= 14 \quad (-/+)$

b)  $3 + 4 \cdot 2 =$   
 $= 3 + 8 =$   
 $= 11$

c)  $5 + 3 \cdot 0 - 2 \cdot 1 =$   
 $= 5 + 0 - 2 =$   
 $= 3 \quad (-/-)$

d)  $3 + 4 \cdot 2 =$   
 $= 6 + 2 =$   
 $= 8 \quad (+/+)$

4) PRVI DAN JE DANA VOZAČ PROŠAO 328 km. DRUGI DAN 12 km MANJE. KOLIKI JE UKUPNI PUT PROŠAO VOZAČ?

$328 + (328 - 12) =$   
 $= 328 + 316$   
 $= 644 \text{ km} \quad (-/+)$

$328 + (328 - 12) =$   
 $= 328 + 316$   
 $= 644 \text{ km}$

6. MAJKA JE KUPILA 3 kg MESA PO CIJENI 53 KRN  
 ZA KILOGRAM, TE ČETIRI KRUHA PO CIJENI 10 KRN  
 KOMAD. JE LI JOJ BILLO DOVOLJNO 200 KRN DA P  
 RAČUN?

$$3 \cdot 53 + 4 \cdot 10 =$$

$$= 159 + 40 = 199 \text{ KRN}$$

NISE JOJ BILLO  
 DOVOLJNO.

---

$$3 \cdot 53 + 4 \cdot 10 =$$

$$= 159 + 40 =$$

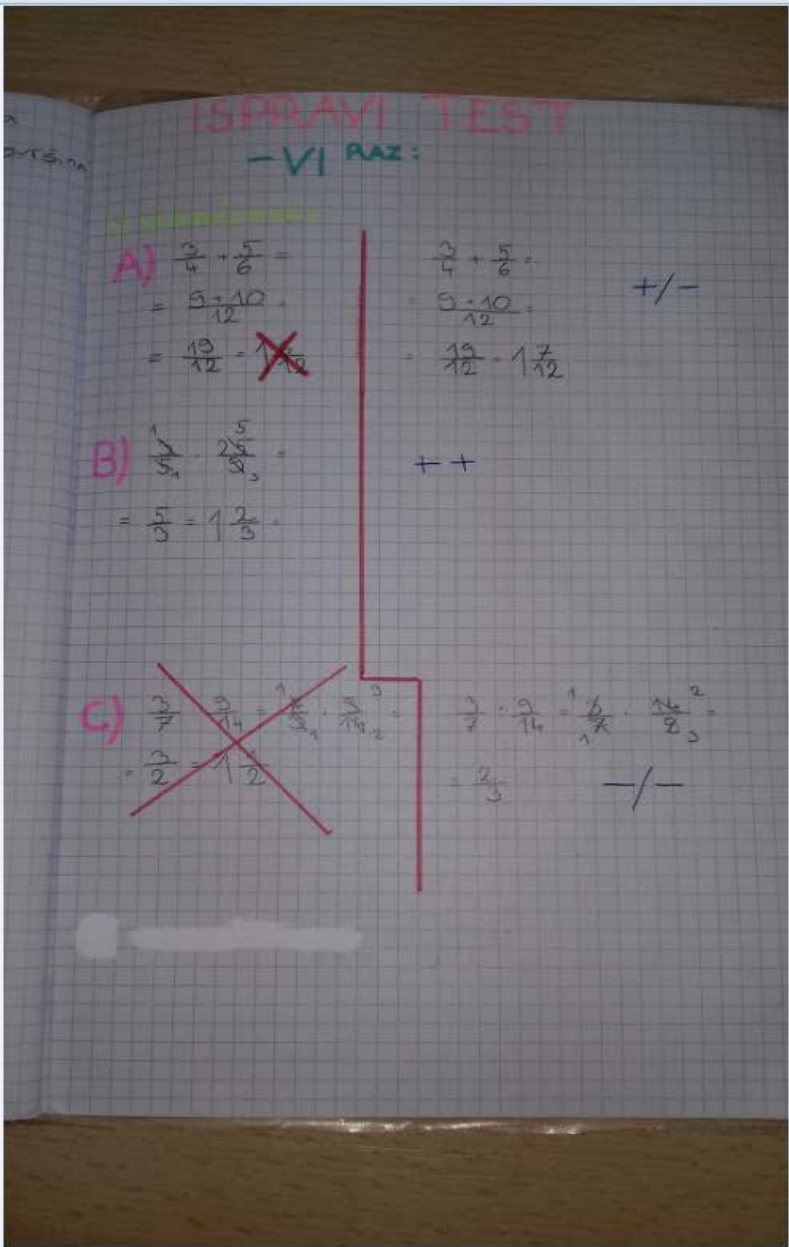
$$= 199 \text{ KRN}$$

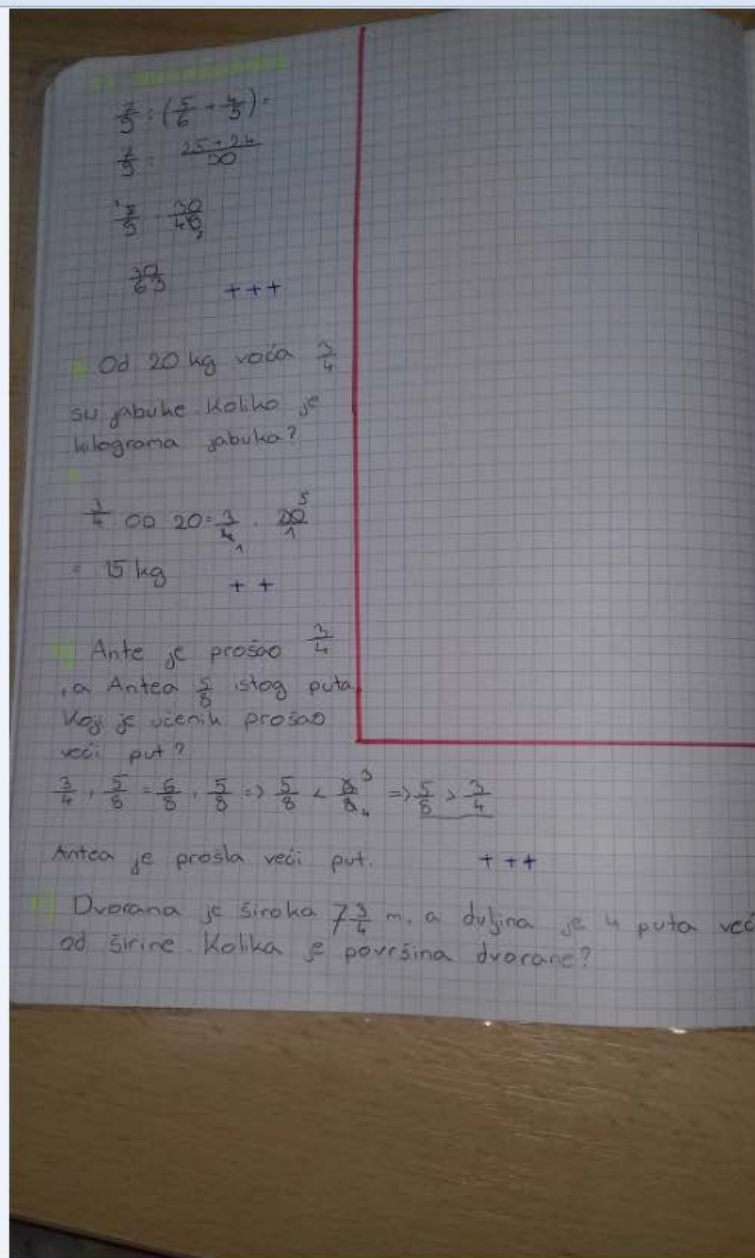
NISE JOJ BILLO  
 DOVOLJNO

6/14

1

10.







$$\begin{array}{l}
 a = 7\frac{3}{4} \text{ m} = \frac{31}{4} \text{ m} \\
 b = 7\frac{3}{4} \text{ m} = \frac{31}{4} \text{ m} \\
 p = ? \\
 p = 2a + 2b \\
 p = 2 \cdot 31 + 2 \cdot \frac{31}{4} \\
 p = 61 + \frac{31}{2} \\
 p = \frac{122 + 31}{2} = \frac{153}{2} \text{ m} \\
 p = 81 \text{ m}^2
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 a = 7\frac{3}{4} \text{ m} = \frac{31}{4} \text{ m} \\
 b = 7\frac{3}{4} \cdot 4 = \frac{31}{4} \cdot 4 = 31 \text{ m} \\
 p = ? \\
 p = a \cdot b \\
 p = \frac{31}{4} \cdot \frac{31}{1} \\
 p = \frac{961}{4} = 240\frac{1}{4} \text{ m}^2 \\
 -/-/-
 \end{array}$$

**SKALA**

16, 17: 5

14, 15: 4

11, 13: 3

8 → 10: 2

11/17

do bar(3)

- Moram primjetiti kako učenici vrlo rado odrade ovakve zadatke, a komentari su interesantni, poglavito kod učenika petog razreda:
- “A je li mi ovo stvarno ispravljamo nečiji test?”
- “A čiji je ovo test, zašto nema imena?”
- Netko se dosjeti kako je ovo njihov učitelj pisao. Pa su novi komentari:



- Od onih: “Pa tko Vam je dao diplomu, kada ovako griješite?” ... pa do: “A jadan profa, dobit će jedinicu, ma dat ću mu ovdje jedan bod kako bi dobio dvicu.”
- Moram napomenuti kako su učenici jako strogi kod bodovanja.

- Ovakav način rada može se provoditi u paru, a može i pojedinačno, pa zašto ne ocijeniti i ovakav način rada. Sve to stvara u razredu stanovite pozitivne emotivne situacije, pozitivno emotivno ozračje, i sve to djeluje na jedan pozitivan stav prema matematici kao predmetu.

- Inače se ovaj rad i njemu slični nalaze na stranicama Antonije Horvatek, te se isti mogu primjenjiti u nastavi matematike.

- Na ovakav način vidjeli smo kako smo grešku u nastavi matematike stavili u službu nastave, što nastavu kod učenika zasigurno čini zanimljivijom, a to je bitno i kako vrednovati i dati ocjenu i na takav način.
- Napominjem da je u svim ovim slučajevima greška poslužila kao alat, a ne pravilo, jer je bitno da svaka greška bude ispravljena i rješenja zadataka moraju biti točna i učenicima jasna.

- I na kraju i mi ćemo biti ocjenjeni od strane učenika i njihovih roditelja, vjerujem uz ovakav način rada sigurno prolazno. A to je za naš rad vrlo bitno. Također je bitno da se učenici tijekom sata matematike osjećaju opušteno, da im ne bude dosadno, da se u razgovoru s vršnjacima opuštaju, da se naviknu na javni nastup.

- U prezentaciji sam koristio dijelove predavanja:

“Tehnike rada u nastavi matematike” autorice prof. dr. Željke Zorić, PMF Split.

- **HVALA NA POZORNOSTI**