

DRŽAVNO NATJECANJE  
IZ MATEMATIKE  
Poreč, 28. - 30. ožujka 2019.

5. razred - osnovna škola

1. U novu školu upisano je 180 dječaka i 192 djevojčice. Odjeljenja su složena tako da sva odjeljenja imaju jednaki broj učenika i u svakom odjeljenju je jednaki broj dječaka. U svakom je odjeljenju najviše 40 učenika. Koliko dječaka i koliko djevojčica ima u svakom odjeljenju?
2. Pet mačaka može u 6 dana uhvatiti 5 miševa. Za koliko dana mogu 2 mačke uhvatiti 3 miša?
3. Vlak je krenuo s početne stanice s određenim brojem putnika. Na sljedeće tri stanice iz vlaka se iskrcavalo redom  $\frac{1}{8}$  putnika, pa  $\frac{1}{7}$  preostalih putnika, pa  $\frac{1}{6}$  preostalih putnika. Nakon toga u vlaku je ostalo 105 putnika. Na stanicama se nije ukrcao niti jedan putnik. Koliko je putnika krenulo vlakom s početne stanice?
4. Petar je svom starijem bratu Marku rekao: „Ove ću godine napuniti onoliko godina koliko iznosi zbroj znamenaka u godini mog rođenja“. Marko mu je odgovorio: „Zanimljivo, ali to isto vrijedi i za mene“. Koliko će godina napuniti mlađi, a koliko stariji brat u ovoj, 2019. godini?
5. Nacrtaj kružnicu  $k$  sa središtem  $S$  i polumjerom duljine 3 cm. Nacrtaj točke  $K$  i  $L$  za koje vrijedi:  $|SK| = 6$  cm,  $|SL| = 4$  cm,  $|KL| = 5$  cm. Konstruiraj sve jednakokračne trokute kojima je  $\overline{KL}$  osnovica, a vrh nasuprot osnovice pripada kružnici  $k$ .

Svaki se zadatak boduje s 10 bodova.

Nije dopuštena uporaba džepnog računala niti bilo kakvih priručnika.

DRŽAVNO NATJECANJE  
IZ MATEMATIKE  
Poreč, 28. - 30. ožujka 2019.

6. razred - osnovna škola

1. U prvi kvadrat upisan je drugi kvadrat čiji su vrhovi polovišta stranica prvog kvadrata. Unutar drugog kvadrata nalazi se treći kvadrat čije stranice su od stranica drugog kvadrata udaljene za po 2 cm. Unutar trećeg kvadrata nalazi se četvrti kvadrat čije stranice su od stranica trećeg kvadrata udaljene za po 3 cm. Kolika je površina prvog kvadrata ako je površina četvrtog kvadrata  $9 \text{ cm}^2$  ?
2. Tri 3D printera printaju zadani model koji se može složiti iz više dijelova. Ako bi istovremeno printali prvi i drugi printer, trebalo bi im ukupno 30 minuta za printanje cijelog modela. Ako bi istovremeno printali prvi i treći printer, trebalo bi im 40 minuta za printanje cijelog modela. Drugom i trećem printeru za istovremeno printanje cijelog modela trebale bi 24 minute. Koliko bi vremena trebalo svakom od printera kako bi zasebno isprintao cijeli zadani model?
3. Zadan je pravokutnik  $ABCD$  kojemu se duljine stranica razlikuju za 4 cm, a opseg mu je 16 dm pri čemu je  $|AB| > |BC|$ . Točka  $M$  je polovište stranice  $\overline{BC}$  pravokutnika. Točka  $N$  pripada stranici  $\overline{CD}$  i vrijedi da je  $|NC| = 3|DN|$ . Dužine  $\overline{AM}$  i  $\overline{BN}$  sijeku se u točki  $P$ . Je li veća površina trokuta  $ABP$  ili površina četverokuta  $PMCN$ ? Za koliko?
4. Koliko ima prirodnih brojeva koji su manji ili jednaki broju 2 019, a koji nisu djeljivi s niti jednim od brojeva 6, 9 i 15?
5. Prirodni brojevi smješteni su u tablicu kao što je prikazano.

1						
2	3					
4	5	6				
7	8	9	10			
11	12	13	14	15		
16	17	18	19	20	21	
22	23	24	25	26	27	28

Tablica se nastavlja zapisivanjem prirodnih brojeva tako da svaki sljedeći redak sadrži po jedan broj više nego prethodni redak. Odredi zbroj svih brojeva u onom retku tablice u kojem se nalazi broj 1 000.

Svaki se zadatak boduje s 10 bodova.  
Nije dopuštena uporaba džepnog računala niti bilo kakvih priručnika.

DRŽAVNO NATJECANJE  
IZ MATEMATIKE  
Poreč, 28. - 30. ožujka 2019.

7. razred - osnovna škola

1. Trojica prijatelja su uštedjeli određeni iznos novca. Kada bi prvi imao pet puta manje, drugi dva puta manje, a treći dva i pol puta manje vlastite uštede, zajedno bi imali 160 kuna.  
Kada bi prvi imao dva puta manje, drugi četiri puta manje, treći tri puta manje vlastite uštede, zajedno bi imali 240 kuna.  
Koliki je iznos uštede trojice prijatelja?
2. Koliko ima uređenih parova cijelih brojeva  $(a, b)$  takvih da je  $|a| + |b| < 2019$ ?
3. Tri međusobno paralelna pravca sijeku se sa sedam na njih okomitih pravaca u 21 točki. Sjecišta tih pravaca nalaze se u tri reda i sedam stupaca. Neke od tih točaka su obojane crveno, a neke plavo. Dokaži da se uvijek mogu odabrati četiri točke iste boje koje su vrhovi pravokutnika.
4. Zadan je trokut  $ABC$ . Na stranicama  $\overline{AC}$  i  $\overline{BC}$  trokuta  $\triangle ABC$  označene su točke  $M$  i  $N$  tako da vrijedi:  $|AM| : |MC| = 1 : m$  i  $|BN| : |NC| = 1 : n$ . Odredi prirodne brojeve  $m$  i  $n$  za koje je  $P_{\triangle ABC} : P_{\triangle MNC} = 2 : 1$ .
5. Neka je  $ABC$  jednakostraničan trokut. Trokutu je opisana kružnica  $k$ . Na manjem luku  $\widehat{BC}$  kružnice  $k$  je točka  $D$ . Dokaži da vrijedi  $|AD| = |BD| + |CD|$ .

Svaki se zadatak boduje s 10 bodova.

Nije dopuštena uporaba džepnog računala niti bilo kakvih priručnika.

DRŽAVNO NATJECANJE  
IZ MATEMATIKE  
Poreč, 28. - 30. ožujka 2019.

8. razred - osnovna škola

1. Zadan je pravokutni trokut  $ABC$  s pravim kutom kod vrha  $C$ . Kada bi se duljina jedne katete povećala za 7 cm, a druga ostala ista, hipotenuza novog trokuta bila bi za 5 cm dulja od početne hipotenuze. Ako bi se duljina iste katete u početnom trokutu smanjila za 4 cm, a druga ostala ista, nova bi hipotenuza bila za 2 cm kraća od početne hipotenuze. Izračunaj površinu početnog trokuta  $ABC$ .

2. Dokaži da ne postoje prirodni brojevi  $m, n, p$  takvi da je

$$m^2 + n^2 + p^2 = mn + np + pm + 50.$$

3. Na koliko se različitih načina mogu u tablicu  $3 \times 3$  upisati prirodni brojevi tako da je, u svakom retku i svakom stupcu, umnožak upisanih brojeva jednak 50?

4. Odredi sve prirodne brojeve  $x$ ,  $x \geq 4$ , za koje je vrijednost izraza  $\sqrt{x-4}\sqrt{x-4} + \sqrt{x+4}\sqrt{x-4}$  prirodan broj.

5. Duljina stranice kvadrata je 1. Dokaži da za svaki pravac  $p$  koji prolazi sjecištem dijagonala, ne prolazi niti jednim vrhom kvadrata te nije usporedan niti s jednom njegovom stranicom, vrijedi tvrdnja: "Zbroj kvadrata udaljenosti svih četiriju vrhova kvadrata od pravca  $p$  jednak je 1."

Svaki se zadatak boduje s 10 bodova.

Nije dopuštena uporaba džepnog računala niti bilo kakvih priručnika.