

# Ishodi učenja, paćenje i vrednovanje -primjeri iz prakse

Sanja Stilinović, prof. – učitelj savjetnik

OŠ Augusta Šenoae, Zagreb

s.stilinovic@osas.hr

sanja.stilinovic@skole.hr

## Uvod (osobno)

**2010. – uključivanje u OECD/PISA projekt** (Programme for International Student Assessment ili Program međunarodne procjene znanja i vještina učenika)

- kompetencije za život, matematička pismenost (situacije i konteksti, matematički sadržaj, kompetencije), razine znanja i sposobnosti

**2010. – NOK** (matematičko područje - očekivana učenička postignuća, vrednovanje učeničkih postignuća)

**2012. – aktivno sudjelovanje u Međuzupanijskim stručnim skupovima** (8 radionica) suradnja s prof. dr. sc. Aleksandrom Čižmešijom: „Kultura praćenja i vrednovanja učenika u nastavi matematike u OŠ”

- očekivana učenička postignuća – ishodi učenja
- procjenjivanje učenika (praćenje, vrednovanje i ocjenjivanje) u nastavi matematike (kriterijski, relativno, ipsativno)
- procjenjivanje za učenje, procjenjivanje kao učenje i procjenjivanje naučenog (assessment for/as/of learning)
- kriterijsko praćenje i vrednovanje pomoću rubrika
- alati za praćenje i efikasno bilježenje zapažanja

## Uvod (osobno)

**2014.** – Program cjeloživotnog obrazovanja učitelja matematike,  
4 modula tijekom 2014. godine (**PRIMATEH**)

- Matematički kurikulum i njegove sastavnice
- Ishodi učenja i njihove taksonomije primjerene matematičkom obrazovanju
- Abeceda vrednovanja u matematičkom obrazovanju
- Oblici i metode praćenja i formativnog vrednovanja učenika u nastavi matematike
- Rubrike zapažanja i njihova konstrukcija
- Ocjenjivanje u nastavi matematike. Elementi ocjene i njihov utjecaj

# Ishodi učenja

Jasno i precizno napisane izjave o tome što će učenik

- znati
- razumjeti
- moći napraviti (demonstrirati, pokazati)

nakon završetka procesa učenja.

Moraju biti praćeni s prikladnim kriterijima prema kojima se može utvrditi njihova ostvarivost.

# Ishodi učenja

- opisuju se kao mjerljive aktivnosti ili aktivnosti koje se mogu pratiti
- zapisuju se u obliku: „Učenik aktivni glagol ...”
- koristi se jedan aktivni glagol
- ne koriste se preopćeniti glagoli (npr. znati, naučiti, razumjeti, ...)
- ne koristiti neodređene i pasivne glagole (npr. saznati, biti upoznat, postati svjestan, ...)
- izbjegavati duge i složene tvrdnje
- moraju biti mjerljivi
- moraju uključivati različite razine složenosti

# Praćenje, vrednovanje i ocjenjivanje učeničkih postignuća

Procjenjivanje (assessment) - proces prikupljanja dokaza o učenikovom znanju matematike, sposobnosti i vještine upotrebe matematike te stavovima prema matematici, kao i korištenja tih dokaza u različite svrhe

- daje bitne informacije za proces poučavanja
- pomaže učenikovu učenju, razumijevanju sadržaja, napredovanju

Razlikujemo

- unutarnje i vanjsko vrednovanje (obzirom na to **tko provodi**)
- dijagnostičko, formativno i sumativno vrednovanje (obzirom na to **kad se provodi**)
- vrednovanje za učenje, kao učenje, naučenog (obzirom s **kojim se ciljem provodi**)

# Praćenje, vrednovanje i ocjenjivanje učeničkih postignuća

Pratimo i vrednujemo:

- znanje (koncepte, postupke)
- procese (primjenu znanja i rješavanje problema)
- vještine (uporaba alata, tehnologije, komunikaciju, suradnički rad)
- samostalnost, odgovornost

Vrednujemo:

- na početku nastavnog procesa (utvrđivanje znanja, vještina i sposobnosti nužnih za početak nastavnog procesa)
- tijekom nastavnog procesa (utvrđivanje napredovanja učenika – u čemu napreduju, u čemu trebaju pomoć)
- na kraju nastavnog procesa – sumativno (utvrđivanje ostvarenosti postavljenih ishoda učenja)

# Formativno vrednovanje

- kontinuirani proces (prikupljanje podataka, vrednovanje prikupljenih podataka, povratne informacije, korekcije u učenju i poučavanju)
- cilj: poboljšanje poučavanja (učitelj)
- cilj: poboljšanje učenja (učenik)
- prikupljanje informacija o učeničkim postignućima s ciljem unapređenja učenja, a ne rangiranja učenika



# Formativno vrednovanje

- primjeri aktivnosti za „brzu dijagnostiku“
- primjeri praćenja i efikasnog bilježenja zapažanja o grupi učenika
- primjeri praćenja i efikasnog bilježenja zapažanja o pojedinom učeniku

# Ishodi učenja, formativno vrednovanje - primjeri

Razred: 6.

Prije zbrajanja razlomka potrebno je provjeriti učeničko razumijevanje koncepta razlomka, poznavanje postupka određivanja niza ekvivalentnih razlomaka zadanom, zapisivanje nepravih razlomaka u obliku mješovitih brojeva i obrnuto, uspoređivanje razlomaka.

Tijekom sata provodi se postupak prikupljanja informacija.

Koristimo: crveno-zelene kartice (ili neki digitalni alat npr. Kahoot), rubrike za razredni odjel, rubrike za svakog učenika

## Aktivnost 1:

Svaki učenik ima karticu crvene i zelene boje.

U svakom zadatku treba prepoznati model/modele koji prikazuje dani razlomak.

Podizanjem odgovarajuće kartice **svi** učenici **istovremeno** odgovaraju na postavljena pitanja.

Ukoliko učenik smatra da je točan odgovor A, podigne crvenu karticu.

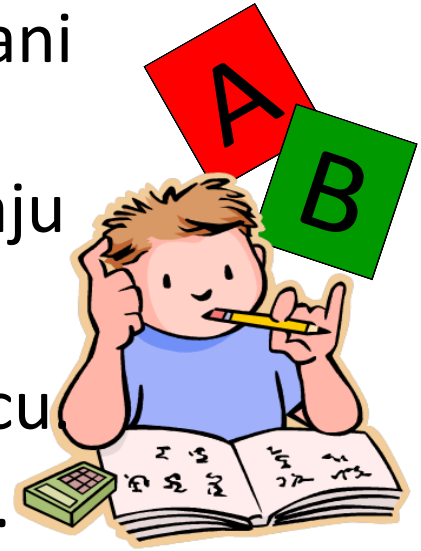
Ukoliko učenik smatra da je točan odgovor B, podiže zelenu karticu.

Ukoliko učenik smatra da su oba odgovora točna, podiže obje kartice.

Ukoliko učenik smatra da nema točnih odgovora, ne podiže karticu.

Cilj: prikupiti informacije o razumijevanju koncepta razlomka za cijeli razredni odjel.

Napomena: aktivnost možemo provesti i korištenjem nekog digitalnog alata (npr. Kahoot).



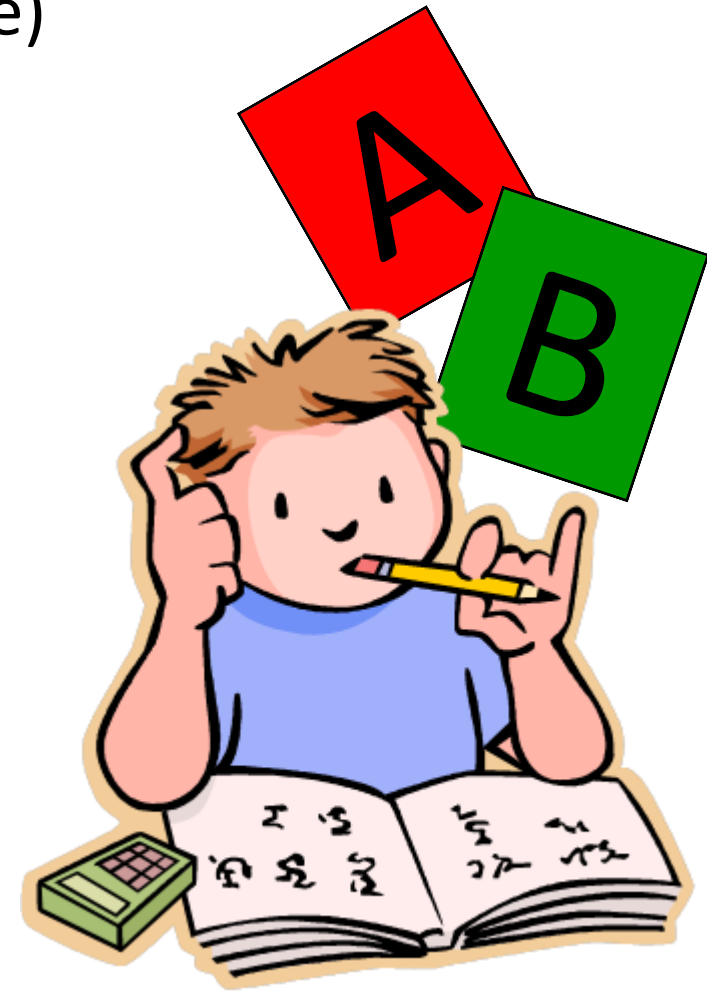
1. zadatak (učenik razlomku pridružuje model površine)

Koji model prikazuje razlomak  $\frac{5}{6}$ ?

A



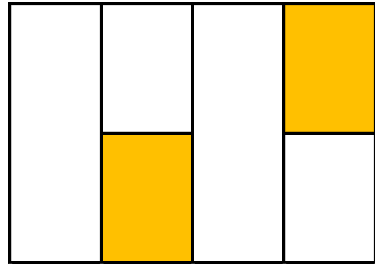
B



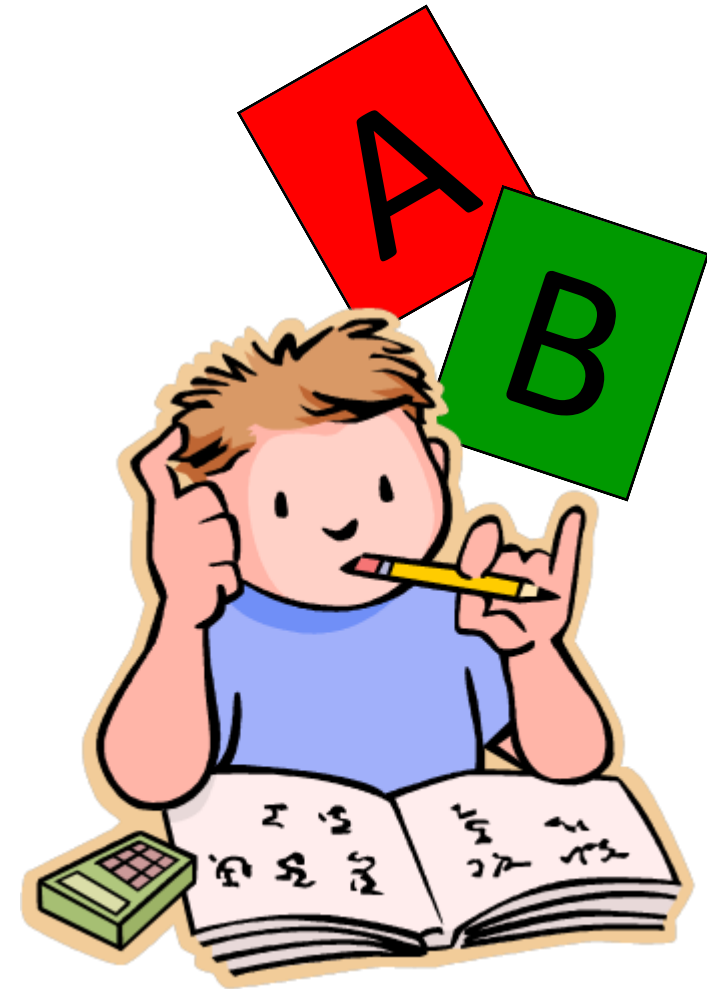
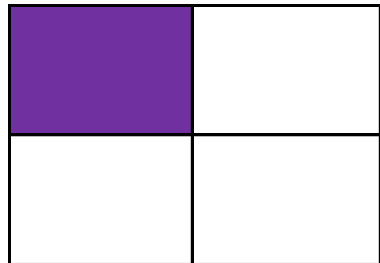
2. zadatak (učenik razlomku pridružuje model površine - u jednom ili više dijelova)

Koji model prikazuje razlomak  $\frac{1}{4}$ ?

A



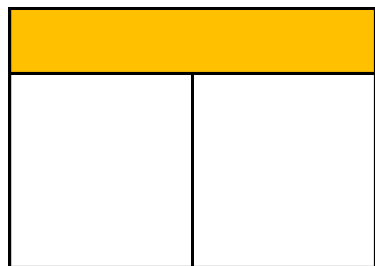
B



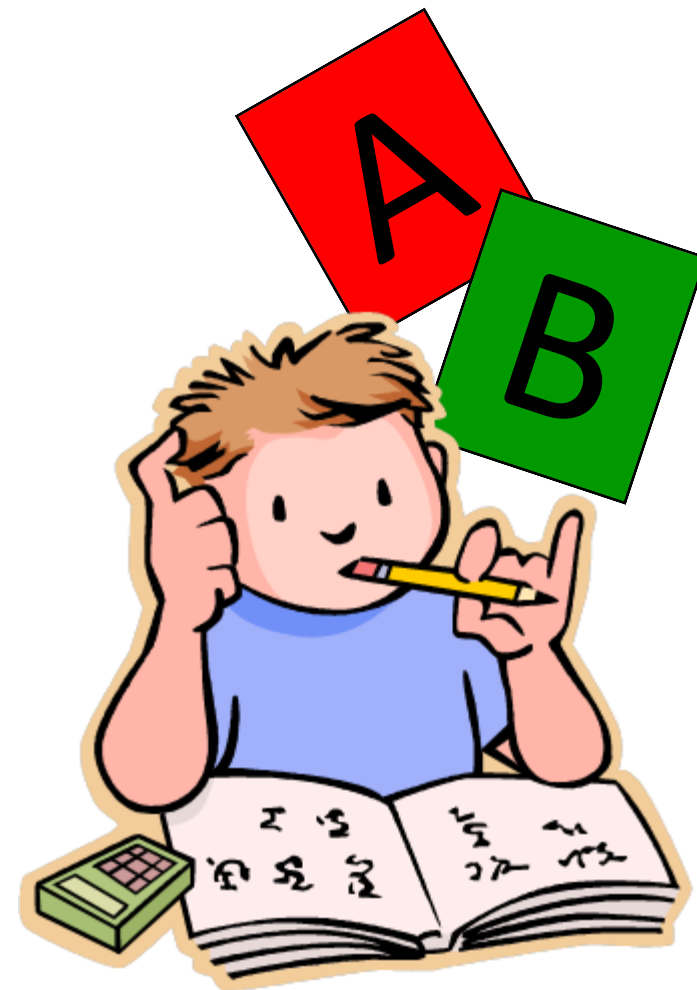
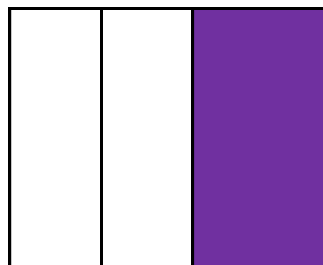
### 3. zadatak (učenik prepoznaje model površine koji ne prikazuje dani razlomak)

Koji model prikazuje razlomak  $\frac{1}{3}$  ?

A



B

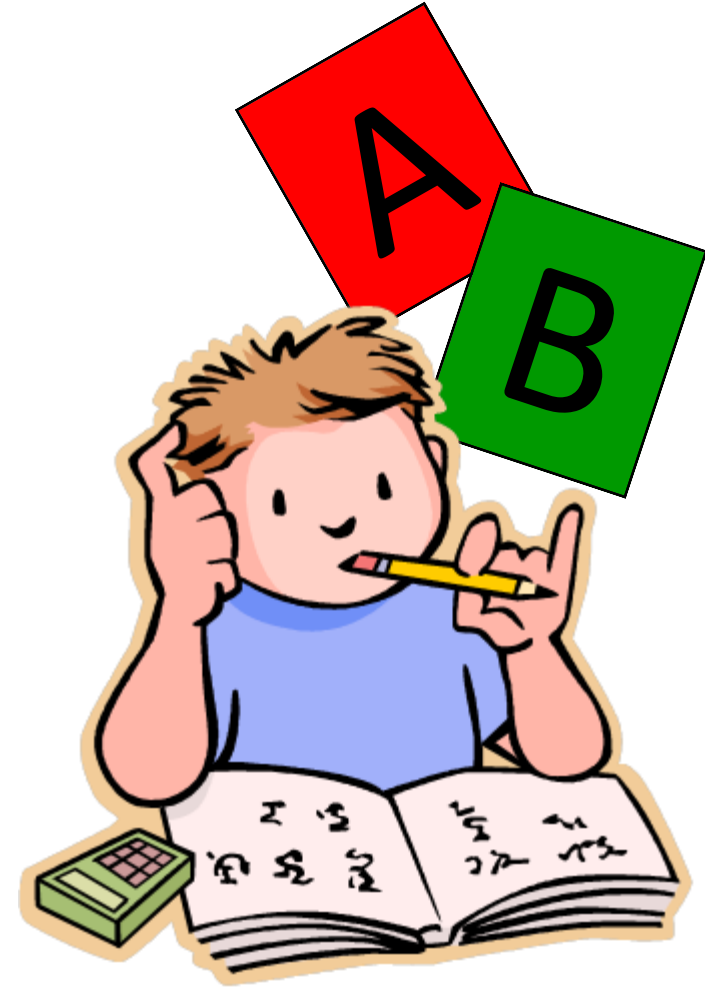


#### 4. zadatak (učenik prepoznaje različite modele za dani razlomak)

Koji model prikazuje razlomak  $\frac{2}{7}$  ?

**A** Cijeli vikend provest ću kod bake na Okiću.

**B** U 6.a ima 28 učenika. Osmero učenika tog 6.a trenira vaterpolo.



Učenik	razlomku pridružuje model površine	razlomku pridružuje model površine (u više dijelova)	prepoznaje model koji ne prikazuje razlomak (dijelovi nisu jednaki)	prepoznaje različite modele za dani razlomak
1.	DA	DA	DA	DA
2.	DA	DA	NE	DA
3.	DA	DA	DA	DA
4.	DA	DA	DA	DA
5.	DA	NE	NE	NE
6.	NE	NE	DA	DA
7.	DA	DA	DA	DA
8.	DA	NE	NE	DA
9.	DA	DA	DA	DA
10.	DA	DA	DA	DA
11.	DA	NE	DA	NE
12.	DA	NE	DA	NE
13.	DA	DA	DA	DA
14.	DA	DA	DA	DA
15.	DA	DA	DA	DA
16.	NE	NE	NE	DA
17.	NE	NE	NE	NE
18.	DA	DA	DA	DA
19.	DA	DA	DA	DA
20.	DA	DA	DA	DA
21.	NE	DA	DA	DA
22.	NE	DA	DA	DA
23.	DA	DA	DA	DA
24.	DA	DA	DA	DA
25.	DA	DA	DA	DA
26.	DA	NE	DA	NE
27.	DA	NE	NE	NE
28.	DA	NE	DA	DA



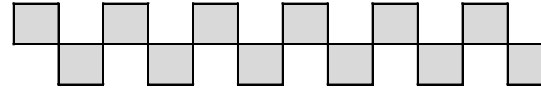
## Aktivnost 2:

Učenici rade u četveročlanim skupinama. Za dani model trebaju navesti barem četiri razlomka koji se mogu prikazati danim modelom. Svaki učenik rješava zadatak za sebe, odgovor upisuje u zajedničku tablicu, potom u skupini učenici uspoređuju odgovore i diskutiraju njihovu točnost.

Svoj odgovor učenici trebaju objasniti (obrazloženje može biti i prikaz crtežom).

Cilj: prikupiti informacije o razumijevanju koncepta ekvivalentnih razlomaka.

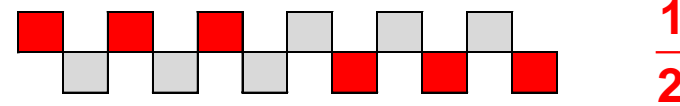
Navedi barem 4 razlomka različitih nazivnika koji se mogu prikazati sljedećim modelom (sivi dio) i objasni svoj odgovor.



Ovaj model se sastoji od 12 sivih kvadrata. Tim modelom možemo prikazati razlomke čiji su nazivnici djelitelji broja 12. To su : 1, 2, 3, 4, 6 i 12.

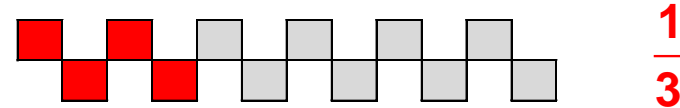
$$12 : 2 = 6$$

6 kvadrata čine **polovinu** tog modela



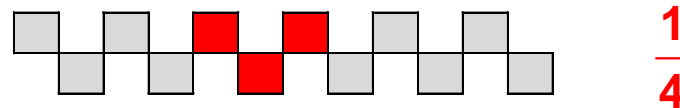
$$12 : 3 = 4$$

4 kvadrata čine **trećinu** tog modela



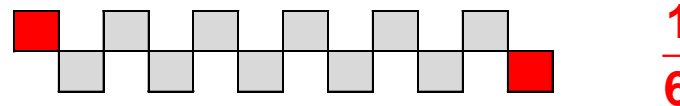
$$12 : 4 = 3$$

3 kvadrata čine **četvrtinu** tog modela



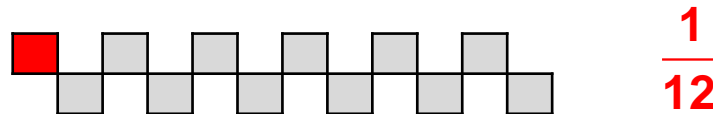
$$12 : 6 = 2$$

2 kvadrata čine **šestinu** tog modela

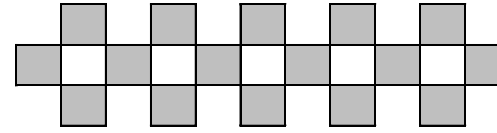


$$12 : 12 = 1$$

1 kvadrat čini **dvanaestinu** tog modela

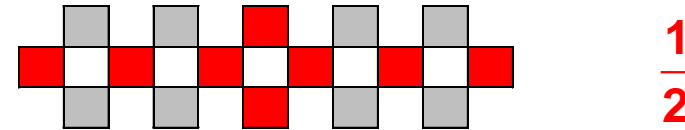


Navedi barem 4 razlomka različitih nazivnika koji se mogu prikazati sljedećim modelom (sivi dio) i objasni svoj odgovor.

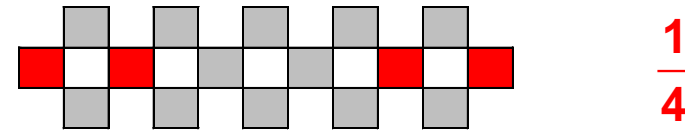


Ovaj model se sastoji od 16 sivih kvadrata. Tim modelom možemo prikazati razlomke čiji su nazivnici djelitelji broja 16. To su : 1, 2, 4, 8 i 16.

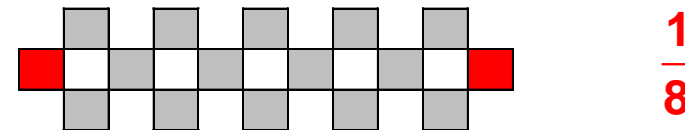
$16 : 2 = 8$   
8 kvadrata čine **polovinu** tog modela



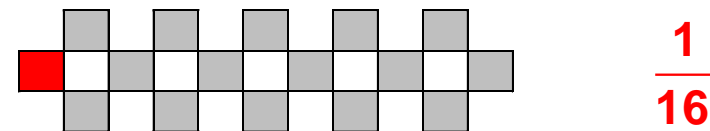
$16 : 4 = 4$   
4 kvadrata čine **četvrtinu** tog modela

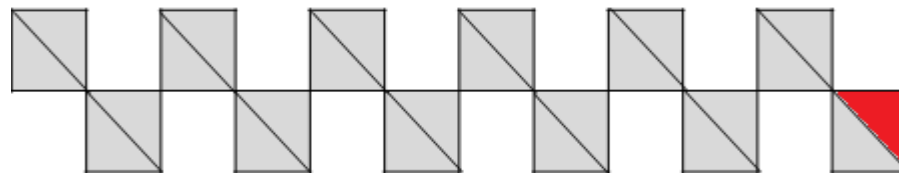


$16 : 8 = 2$   
2 kvadrata čine **osminu** tog modela



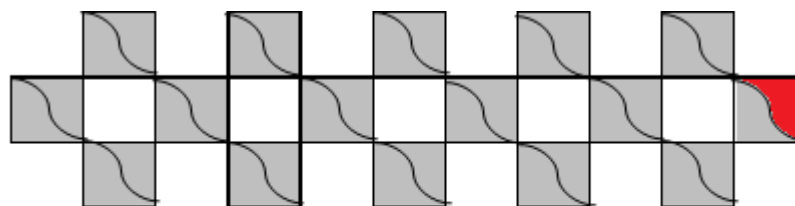
$16 : 16 = 1$   
1 kvadrat čini **šesnaestinu** tog modela





$$\frac{1}{24}$$

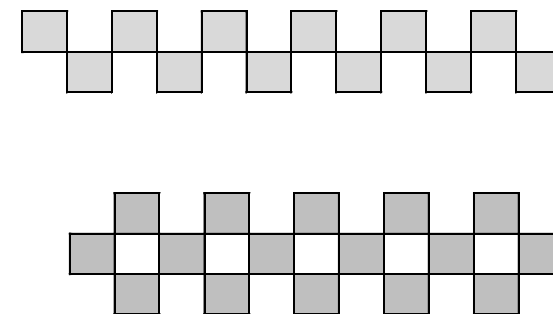
Ako se svaki kvadrat podijeli dijagonalom, ukupno dobijemo 24 jednaka dijela pa se može prikazati i razlomak s nazivnikom 24.



$$\frac{1}{32}$$

Ako se svaki kvadrat podijeli zakrivljenom crtom na dva jednaka dijela, ukupno dobijemo 32 jednaka dijela pa se može prikazati i razlomak s nazivnikom 32.

	zapiši razlomak koji odgovara modelu	zapiši još neke razlomke koji odgovaraju modelu	zapiši obrazloženje	navedene razlomke prikaži crtežom
1.				
2.				
3.				
4.				



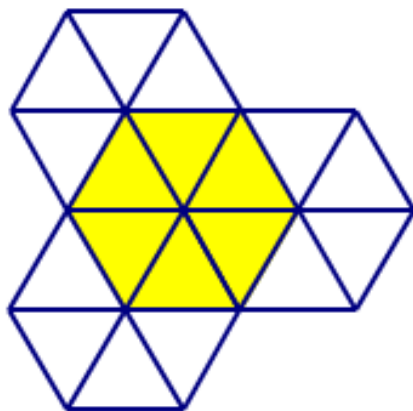
Učenik	uočava broj jednakih dijelova u modelu	određuje djelitelje broja dijelova	određuje jedan razlomak koji odgovara modelu	određuje više razlomaka koji odgovaraju modelu	modificira model i prikazuje nove razlomke
1.	DA	DA	DA	DA	DA
2.	DA	NE	DA	NE	NE
3.	DA	NE	DA	NE	NE
4.	DA	DA	DA	DA	NE

Učenik	zapisuje obrazloženje odgovora	obrazloženje daje pomoću crteža
1.	DA	DA
2.	NE	NE
3.	NE	NE
4.	NE	DA

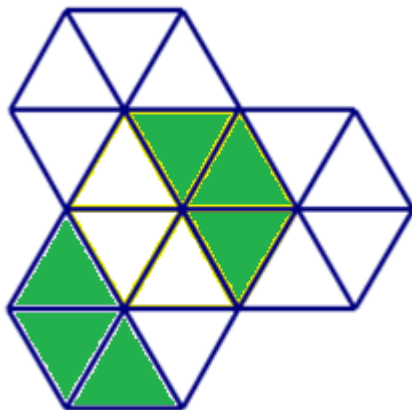
Napomena: Zadatak može biti i ovakav:  
Pronađi model kojim možeš prikazati slijedeće razlomke.

$$\frac{1}{3} \quad \frac{2}{6}$$

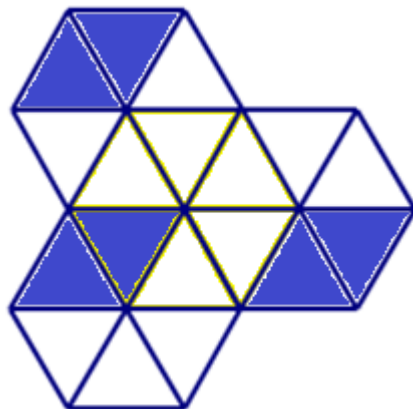
$$\frac{3}{9} \quad \frac{6}{18}$$



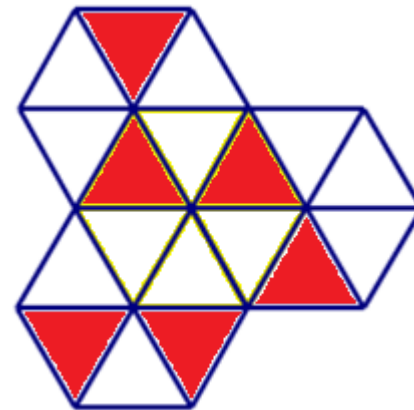
$$\frac{1}{3}$$



$$\frac{2}{6}$$



$$\frac{3}{9}$$



$$\frac{6}{18}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9} = \frac{6}{18}$$

### Aktivnost 3:

Učenici rade u četveročlanim skupinama. Trebaju usporediti dane razlomke i obrazložiti korištenu strategiju.

Svaki učenik rješava zadatak za sebe, potom u skupini učenici uspoređuju odgovore i diskutiraju njihovu točnost te komentiraju odabir strategije.

Svaka skupina odabire koja od ponuđenih strategija je optimalna za svaki od zadataka.

Cilj: prikupiti informacije o korištenju različitih strategija uspoređivanja razlomaka te odabiru optimalne.

## Strategije uspoređivanja razlomaka:

$$\frac{14}{17} \quad \text{i} \quad \frac{14}{19}$$

Razlomci imaju jednake brojnike  
pa uspoređujemo nazivnike!

$$\frac{14}{17} > \frac{14}{19} \quad \text{jer je } 17 < 19$$

$$\frac{29}{15} \quad \text{i} \quad \frac{33}{16}$$

Neprave razlomke pretvorimo u  
mješovite brojeve pa ih usporedimo!

$$\frac{29}{15} < \frac{33}{16} \quad \text{jer je } 1\frac{14}{15} < 2\frac{1}{16}$$

$$\frac{27}{28} \quad \text{i} \quad \frac{39}{40}$$

Određujemo kojem razlomku  
fali više (ili manje) do 1!

$$\frac{27}{28} < \frac{39}{40} \quad \text{jer je } \frac{1}{28} > \frac{1}{40}$$



$$\frac{11}{27} \quad \text{i} \quad \frac{7}{18}$$

Proširivanjem svodimo na zajednički nazivnik!

$$\frac{11}{27} > \frac{7}{18} \quad \text{jer je} \quad \frac{22}{54} > \frac{21}{54}$$

$$\frac{2}{41} \quad \text{i} \quad \frac{3}{53}$$

Proširivanjem svodimo na zajednički brojnik!

$$\frac{2}{41} < \frac{3}{53} \quad \text{jer je} \quad \frac{6}{123} < \frac{6}{106}$$

$$2.3 \quad \text{i} \quad \frac{7}{3}$$

Decimalan broj pretvorimo u razlomak pa usporedimo!

$$2.3 < \frac{7}{3} \quad \text{jer je} \quad \frac{23}{10} = \frac{69}{30} < \frac{70}{30}$$

$$\frac{14}{10} \quad \text{i} \quad \frac{27}{15}$$

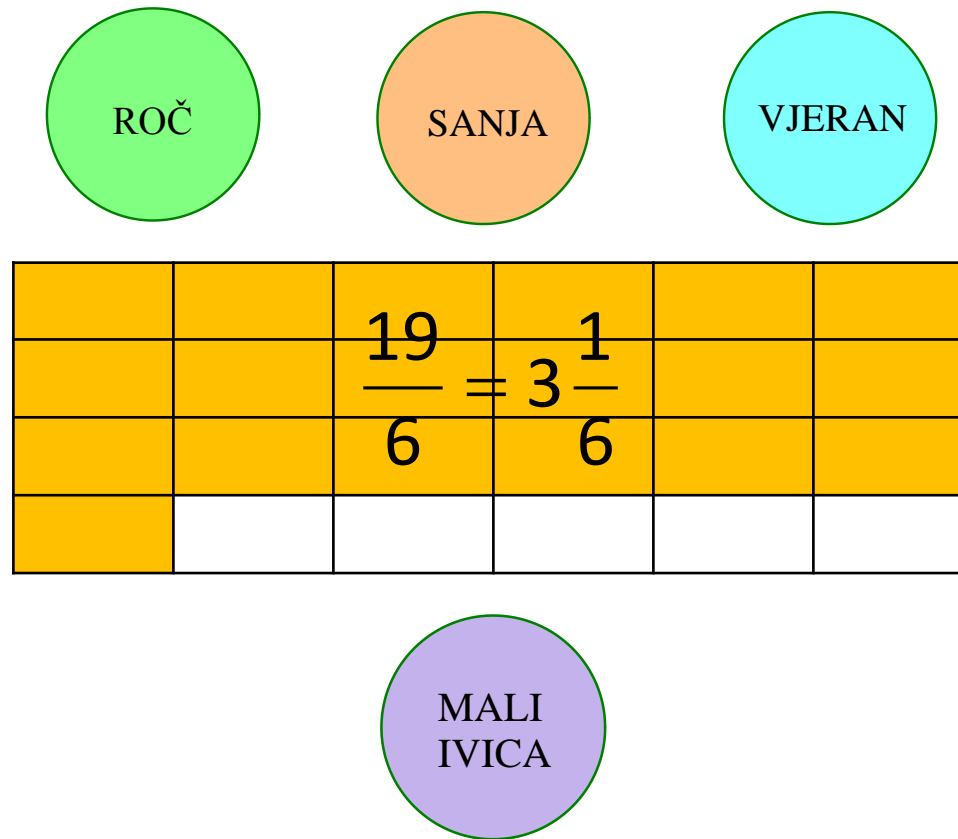
Skraćivanjem svodimo na zajednički nazivnik!

$$\frac{14}{10} < \frac{27}{15} \quad \text{jer je} \quad \frac{7}{5} < \frac{9}{5}$$

	učenik
<b>uspoređuje razlomke jednakih nazivnika</b>	
<b>uspoređuje razlomke jednakih brojnika</b>	
<b>svodi razlomke na jednake nazivnike pa uspoređuje</b>	
<b>svodi razlomke na jednake brojnike pa uspoređuje</b>	
<b>zapisuje kao mješovite brojeve pa uspoređuje</b>	
<b>uspoređuje dijelove koji nedostaju do 1</b>	
<b>uspoređuje ekvivalentne razlomke/zapise</b>	

Učenic	uspoređuje razlomke	uspoređuje razlomke	svodi razlomke na jednake	svodi razlomke na jednake	zapisuje kao mješovite	uspoređuje dijelove	uspoređuje ekvivalentne
	jednakih nazivnika	jednakih brojnika	nazivnike pa uspoređuje	brojнике pa uspoređuje	brojeve pa uspoređuje	koji nedostaju do 1	razlomke/zapise
1.	DA	DA	DA	DA	DA	DA	DA
2.	DA	DA	DA	DA	DA	NE	DA
3.	DA	DA	DA	DA	DA	NE	DA
4.	DA	DA	DA	DA	NE	DA	NE
5.	DA	NE	DA	NE	DA	NE	DA
6.	DA	DA	DA	DA	DA	DA	DA
7.	DA	DA	DA	DA	DA	DA	DA
8.	DA	NE	NE	NE	DA	NE	NE
9.	DA	DA	DA	DA	DA	DA	DA
10.	DA	DA	DA	DA	DA	DA	DA
11.	DA	NE	DA	NE	DA	NE	DA
12.	DA	NE	DA	NE	NE	NE	NE
13.	DA	DA	DA	DA	DA	DA	DA
14.	DA	DA	DA	DA	DA	NE	DA
15.	DA	DA	DA	DA	DA	DA	DA
16.	DA	NE	NE	NE	NE	NE	NE
17.	DA	NE	DA	NE	DA	NE	NE
18.	DA	DA	DA	DA	DA	DA	DA
19.	DA	DA	DA	DA	DA	DA	DA
20.	DA	DA	DA	DA	DA	DA	DA
21.	DA	DA	DA	NE	DA	NE	DA
22.	DA	DA	DA	DA	DA	NE	DA
23.	DA	DA	DA	DA	DA	NE	DA
24.	DA	DA	DA	DA	DA	NE	DA
25.	DA	DA	DA	DA	DA	NE	DA
26.	DA	NE	DA	NE	DA	NE	NE
27.	DA	NE	NE	NE	NE	NE	NE
28.	DA	DA	DA	DA	DA	DA	DA

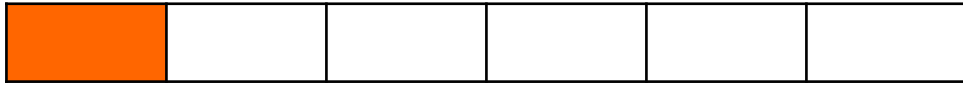
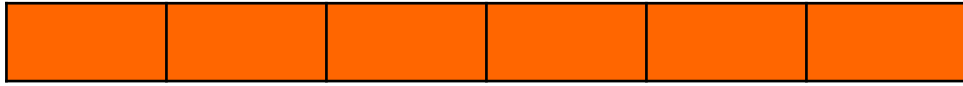
# Primjer rubrika praćenja na satu obrade:



Rad u skupini.

Učenici koji misle da je dani model odgovarajući za prikaz zadanog mješovitog broja sjednu s jedne, a ostali s druge strane stola.

Diskusija: tko je u pravu?



ROČ

$$3\frac{1}{6} = \frac{19}{6}$$

VJERAN

ROČ

Sanja prepoznaje model koji ne odgovara mješovitom broju ali ne argumentira svoj stav.

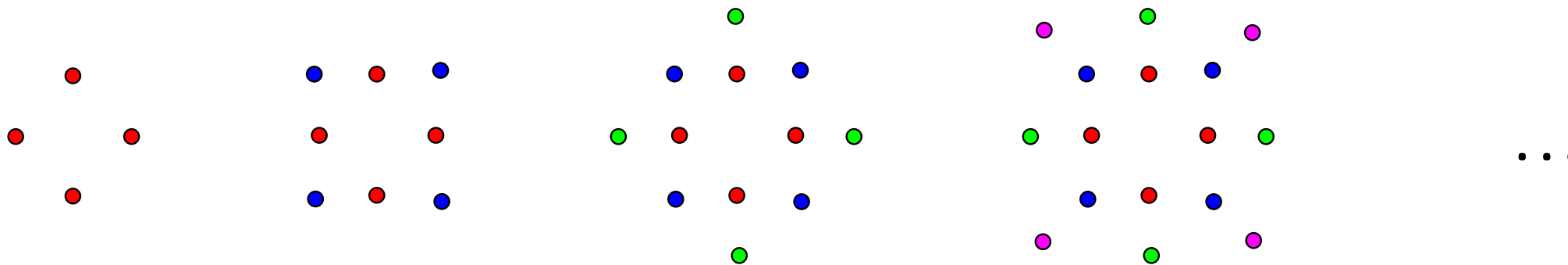
Vjeran prepoznaje model koji ne odgovara mješovitom broju, navodi primjer ispravnog modela, ali ne obrazlaže zašto dani model nije dobar.

Roč prepoznaje model koji ne odgovara mješovitom broju, navodi primjer ispravnog modela i obrazlaže zašto dani model nije dobar.

$$\frac{19}{24} \neq 3\frac{1}{6} \text{ jer je } \frac{19}{24} < 1$$

# Primjer rubrika praćenja na satu obrade:

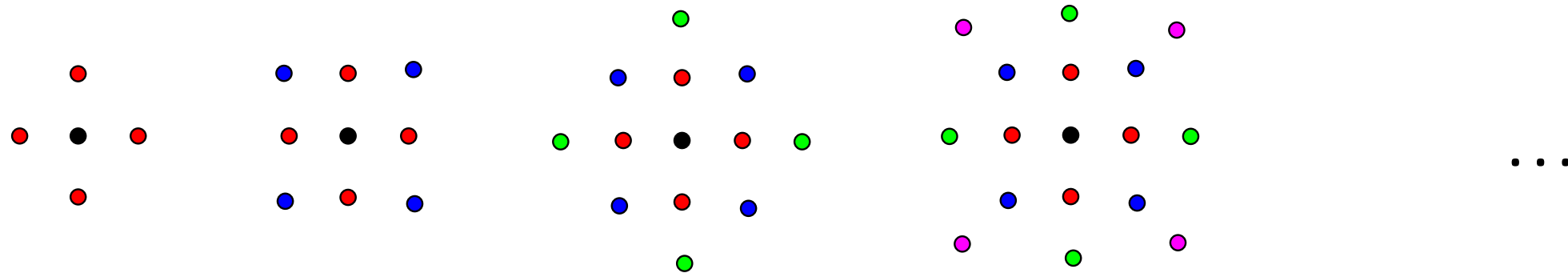
Popuni tablicu. Nacrtaj šestu sliku u nizu. Odredi broj točaka na sto pedesetoj slici u nizu.  
 Na kojoj slici u nizu ima 6 368 točaka?



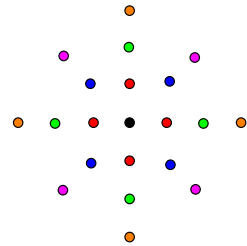
broj slike	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	...	$n$ -ta
broj točaka	4	8	12	16				...	

# Primjer rubrika praćenja na satu obrade:

Popuni tablicu. Nacrtaj šestu sliku u nizu. Odredi broj točaka na sto pedesetoj slici u nizu. Na kojoj slici u nizu ima 6 368 točaka?



broj slike	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	...	$n$ -ta
broj točaka	5	9	13	17				...	

		učenik
<b>primjenjuje općeniti zaključak</b>	Ako je broj točaka na slici 6368, onda je $4n = 6368$ . Stoga je $n = 6368 : 4 = 1592$ . Taj broj točaka nalazi se na 1592-oj slici u nizu.	
<b>općeniti zaključak zapisuje matematičkim simbolima</b>	Broj točaka na $n$ -toj slici je $4n$	
<b>uočava pravilnost i koristi u računanju broja točaka</b>	Broj točaka na slici je četverokratnik rednog broja slike. Na petoj slici ima 20, na šestoj slici 24, a na sedmoj 28 točaka. Broj točaka na 150-toj slici je $4 \cdot 150 = 600$ .	
<b>rekonstruira slijedeću sliku u nizu</b>		
<b>rješava dio zadatka koji može očitati sa slike</b>	Na prvoj slici su 4 točke, na drugoj 8 točaka, na trećoj 12 točaka, na 4. ima 16 točaka.	
<b>nije evidentiran niti pokušaj rješavanja zadatka</b>		



		učenik
<b>primjenjuje općeniti zaključak</b>	Ako je broj točaka na slici 6368, onda je $4n = 6368$ . Stoga je $n = 6368 : 4 = 1592$ . Taj broj točaka nalazi se na 1592-oj slici u nizu.	Roč
<b>općeniti zaključak zapisuje matematičkim simbolima</b>	Broj točaka na $n$ -toj slici je $4n$	Vjeran
<b>uočava pravilnost i koristi u računanju broja točaka</b>	Broj točaka na slici je četverokratnik rednog broja slike. Na petoj slici ima 20, na šestoj slici 24, a na sedmoj 28 točaka. Broj točaka na 150-toj slici je $4 \cdot 150 = 600$ .	Maja
<b>rekonstruira slijedeću sliku u nizu</b>		Katarina
<b>rješava dio zadatka koji može očitati sa slike</b>	Na prvoj slici su 4 točke, na drugoj 8 točaka, na trećoj 12 točaka, na 4. ima 16 točaka.	Sanja
<b>nije evidentiran niti pokušaj rješavanja zadatka</b>		Ivica

Napomene u rubrici praćenja (e-Dnevnik):

Roč

**Očitava** podatke iz poznatih članova niza (slika),

**određuje (prikazuje/crta)** prvi član koji nedostaje u nizu,

**uočava** pravilnost kojom može nastaviti niz,

**generalizira** opažanja (matematičkim simbolima zapisuje ovisnost dviju varijabli),

**primjenjuje** dobivenu formulu ovisnosti u rješavanju složenijih zadataka.

Napomene u rubrike praćenja (e-Dnevnik):

Vjeran

**Očitava** podatke iz poznatih članova niza (slika),

**određuje (prikazuje/crta)** prvi član koji nedostaje u nizu,

**uočava** pravilnost kojom može nastaviti niz,

**generalizira** opažanja (matematičkim simbolima zapisuje ovisnost dviju varijabli) ali

**ne primjenjuje** dobivenu formulu ovisnosti u rješavanju složenijih zadataka.

ili

... no potrebno je i dobivenu formulu ovisnosti **primijeniti** u rješavanju složenijih zadataka što nije dokumentirano u učenikovu radu.

Napomene u rubrike praćenja (e-Dnevnik):

Maja

**Očitava** podatke iz poznatih članova niza (slika),

**određuje (prikazuje/crta)** prvi član koji nedostaje u nizu,

**uočava** pravilnost kojom može nastaviti niz, ali

**ne generalizira** opažanja (matematičkim simbolima zapisuje ovisnost dviju varijabli) stoga i

**ne primjenjuje** dobivenu formulu ovisnosti u rješavanju složenijih zadataka.

ili

... potrebno je i **generalizirati** opažanja (matematičkim simbolima zapisuje ovisnost dviju varijabli) te **primijeniti** dobivenu formulu ovisnosti u rješavanju složenijih zadataka što nije dokumentirano u učenikovu radu.

Napomene u rubrike praćenja (e-Dnevnik):

Katarina

**Očitava** podatke iz poznatih članova niza (slika),

**određuje (prikazuje/crta)** prvi član koji nedostaje u nizu, ali

**ne uočava** pravilnost kojom može nastaviti niz,

**ne generalizira** opažanja (matematičkim simbolima zapisuje ovisnost dviju varijabli) stoga i

**ne primjenjuje** dobivenu formulu ovisnosti u rješavanju složenijih zadataka.

ili

... potrebno je i **uočiti** pravilnost kojom može nastaviti niz, **generalizirati** opažanja (matematičkim simbolima zapisuje ovisnost dviju varijabli) te **primijeniti** dobivenu formulu ovisnosti u rješavanju složenijih zadataka što nije dokumentirano u učenikovu radu.

Napomene u rubrike praćenja (e-Dnevnik):

Sanja

**Očitava** podatke iz poznatih članova niza (slika), ali

**ne određuje (prikazuje/crta)** prvi član koji nedostaje u nizu,

**ne uočava** pravilnost kojom može nastaviti niz,

**ne generalizira** opažanja (matematičkim simbolima zapisuje ovisnost dviju varijabli) stoga i

**ne primjenjuje** dobivenu formulu ovisnosti u rješavanju složenijih zadataka.

ili

... potrebno je i **odrediti (prikazati/crtati)** prvi član koji nedostaje u nizu, **uočiti** pravilnost kojom može nastaviti niz, **generalizirati** opažanja (matematičkim simbolima zapisuje ovisnost dviju varijabli) te **primijeniti** dobivenu formulu ovisnosti u rješavanju složenijih zadataka što nije dokumentirano u učenikovu radu.

## Napomene u rubrike praćenja (e-Dnevnik):

Ivica

**Nije evidentirao** niti pokušaj rješavanja zadatka gdje na osnovu niza slika

**treba:**

**očitati** podatke iz poznatih članova niza (slika),

**odrediti (prikazati/crtati)** prvi član koji nedostaje u nizu,

**uočiti** pravilnost kojom može nastaviti niz,

**generalizirati** opažanja (matematičkim simbolima zapisuje ovisnost dviju varijabli)

**primijeniti** dobivenu formulu ovisnosti u rješavanju složenijih zadataka.

Primjer rubrika praćenja na satu obrade:

Nekoliko škola iz zapadnog dijela grada planira sudjelovanje na Festivalu matematike. Jasna je organizirala autobusni prijevoz i cijena autobusa je 6.000,00 kn. Popuni tablicu tako da odrediš cijenu za jednog učenika ako je poznat broj učenika koji idu na natjecanje.

broj putnika	10	20	25	30	40	50	60
cijena za jednog putnika							

Popuni slijedeću tablicu i zapiši svoja opažanja.

Izdvoji opažanja i zapiši zaključke koji bi najbolje opisivali vezu ovih dviju veličina.



Primjer rubrika praćenja na satu obrade:

$x$  broj učenika

$y$  cijena za jednog učenika

$x$	10	20	25	30	40	50	60
$y$	600	300	240	200	150	120	100
$x + y$	610	320	265	230	190	170	160
$y - x$	590	280	215	170	110	70	40
$x \cdot y$	6000	6000	6000	6000	6000	6000	6000
$\frac{y}{x}$	60	15	$\frac{48}{5}$	$\frac{20}{3}$	$\frac{15}{4}$	$\frac{12}{5}$	$\frac{5}{3}$

	ako se povećava x, smanjuje se y	koliko puta se povećava x, toliko puta se smanjuje y	zbroj se smanjuje	razlika se smanjuje	umnožak je stalan broj	količnik se smanjuje
Roč						
Katarina						
Vjeran						
Sanja						

	računa vrijednost y	ako se povećava x, smanjuje se y	koliko puta se povećava x, toliko puta se smanjuje y	zbroj se smanjuje	razlika se smanjuje	umnožak je stalan broj	količnik se smanjuje
Vjeran	DA	DA	NE	NE	NE	DA	NE
Katarina	DA	DA	DA	DA	DA	DA	DA
Roč	DA	DA	NE	DA	DA	DA	DA
Sanja	NE	NE	NE	NE	NE	NE	NE

Katarina:

Iz kontekstualnog zadatka **određuje** vezu dviju veličina,

**računa** vrijednost jedne veličine u ovisnosti o odgovarajućoj vrijednosti druge te **računa** zbroj, razliku, umnožak i količnik odgovarajućih vrijednosti.

**Uočava** kovarijaciju.

**Uočava** pravilnost u nizovima.

**Ističe** specifičnu karakteristiku obrnuto proporcionalne ovisnosti.

Roč:

Iz kontekstualnog zadatka **određuje** vezu dviju veličina,

**računa** vrijednost jedne veličine u ovisnosti o odgovarajućoj vrijednosti druge te **računa** zbroj, razliku, umnožak i količnik odgovarajućih vrijednosti.

**Uočava** kovarijaciju.

**Uočava** pravilnost u nizovima.

**Ne ističe** specifičnu karakteristiku obrnuto proporcionalne ovisnosti.

Vjeran:

Iz kontekstualnog zadatka **određuje** vezu dviju veličina, **računa** vrijednost jedne veličine u ovisnosti o odgovarajućoj vrijednosti druge te **računa** zbroj, razliku, umnožak i količnik odgovarajućih vrijednosti.

**Uočava** kovarijaciju.

**Uočava** isključivo očitu pravilnost u nizovima.

**Ne ističe** specifičnu karakteristiku obrnuto proporcionalne ovisnosti.

Sanja:

Nije dokumentirala niti pokušaj rješavanja zadatka u kojem je trebalo:

Iz kontekstualnog zadatka **odrediti** vezu dviju veličina,

**računati** vrijednost jedne veličine u ovisnosti o odgovarajućoj vrijednosti druge te **računati** zbroj, razliku, umnožak i količnik odgovarajućih vrijednosti.

**Uočiti** kovarijaciju.

**Uočiti** pravilnost u nizovima.

**Istaknuti** specifičnu karakteristiku obrnuto proporcionalne ovisnosti.

Kad „šablona” pobijedi zdrav razum:

Orkestar od 100 članova izvodi Beethovenovu 9. simfoniju i izvedba traje 40 minuta.

Koliko će trajati izvedba ako se razboli 20 članova tog orkestra (viroza)?

Rješenje (mali Ivica):

Ako se razboljelo 20 članova, 9. simfoniju će umjesto 100, izvesti 80 članova orkestra.

Koliko puta smanjimo broj radnika toliko se puta poveća vrijeme rada. Veličine su **obrnuto proporcionalne** pa za odgovarajuće vrijednosti tih veličina vrijedi: umnožak im je stalan broj.

x broj članova

y vrijeme

$100 \cdot 40 = 4\ 000$  (vrijeme potrebno jednom muzičaru)

$4\ 000 : 80 = 50$

Orkestar od 80 članova izvest će simfoniju za 50 minuta.

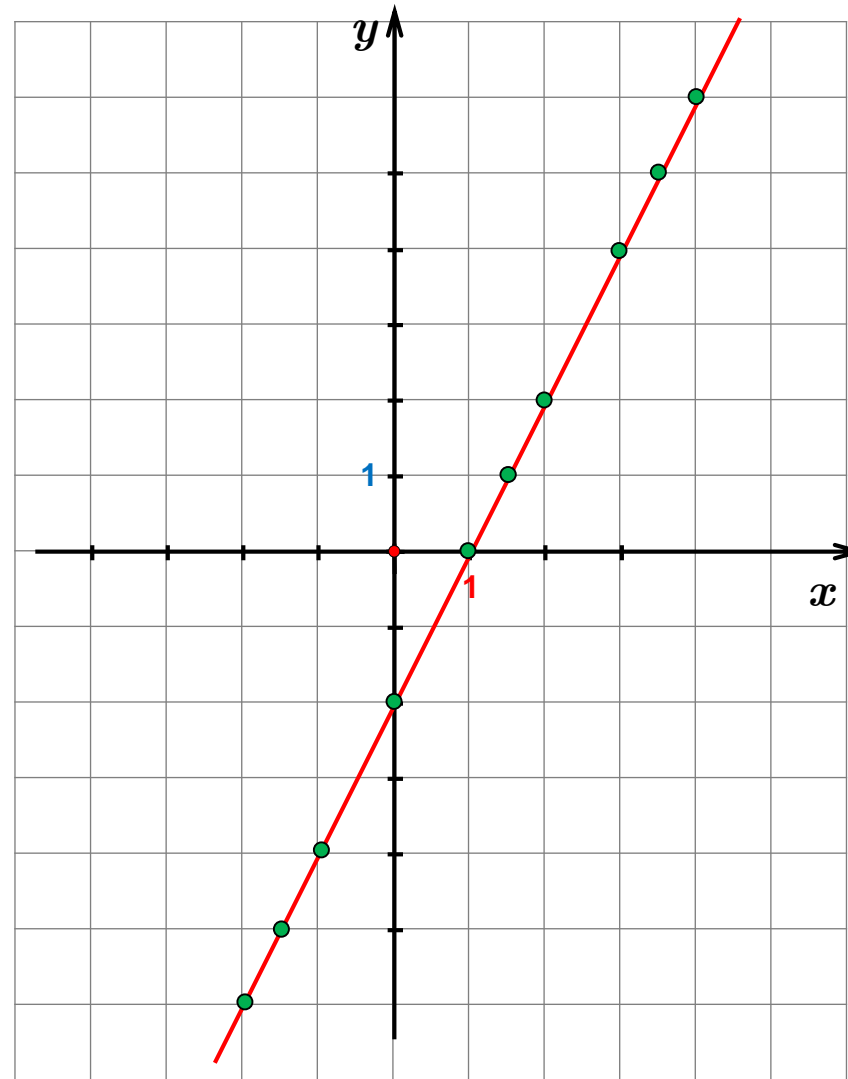
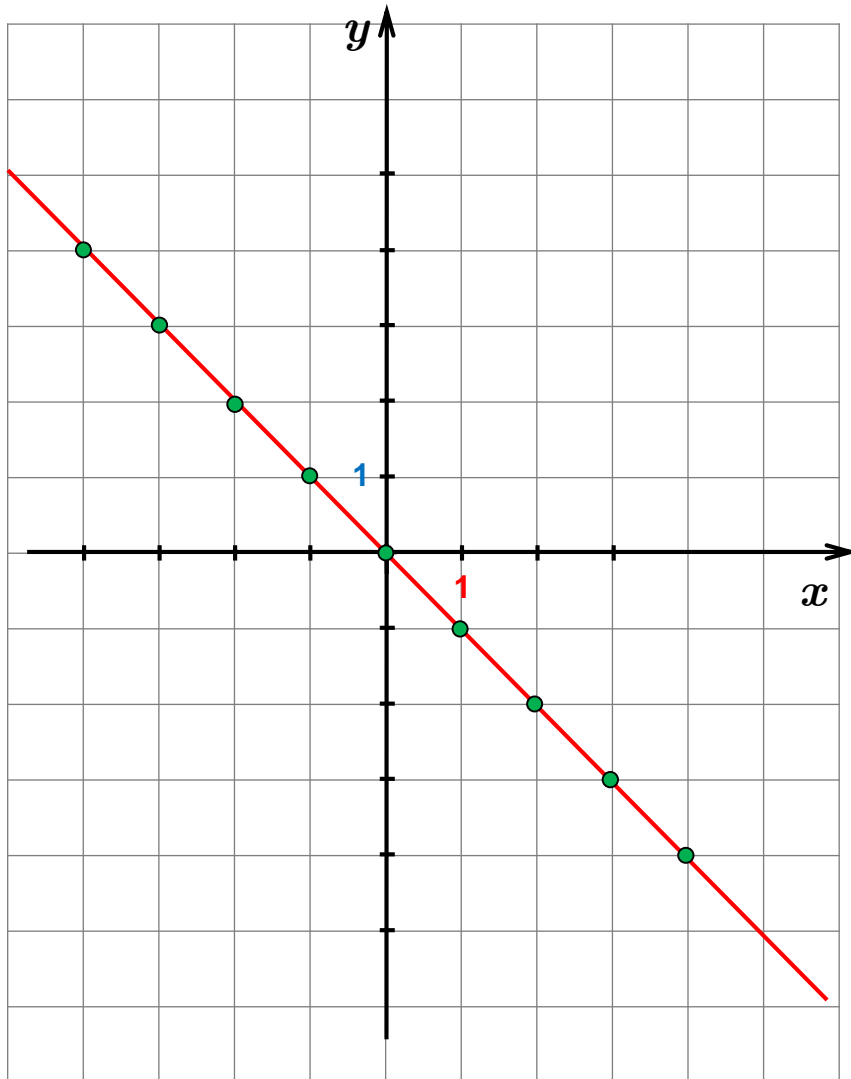


# Primjer praćenja na satu obrade:

U tablicu zapiši koordinate istaknutih točaka koje pripadaju zadanom pravcu.  
Opiši zapažanja vezana za koordinate tih točaka.

x	y
-4	4
-3	3
-2	2
-1	1
0	0
1	-1
2	-2
3	-3
4	-4

$$y = -x$$



x	y
-2	-6
-1.5	-5
-1	-4
0	-2
1	0
1.5	1
2	2
3	4
3.5	5
4	6

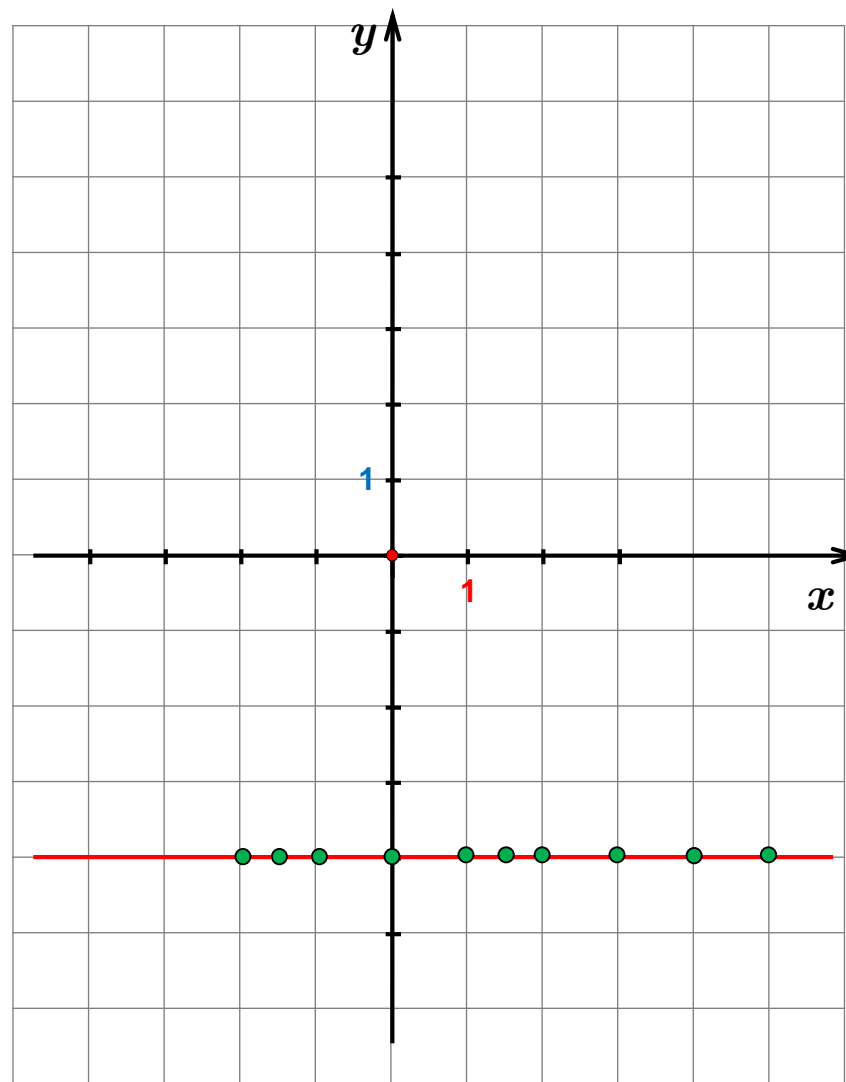
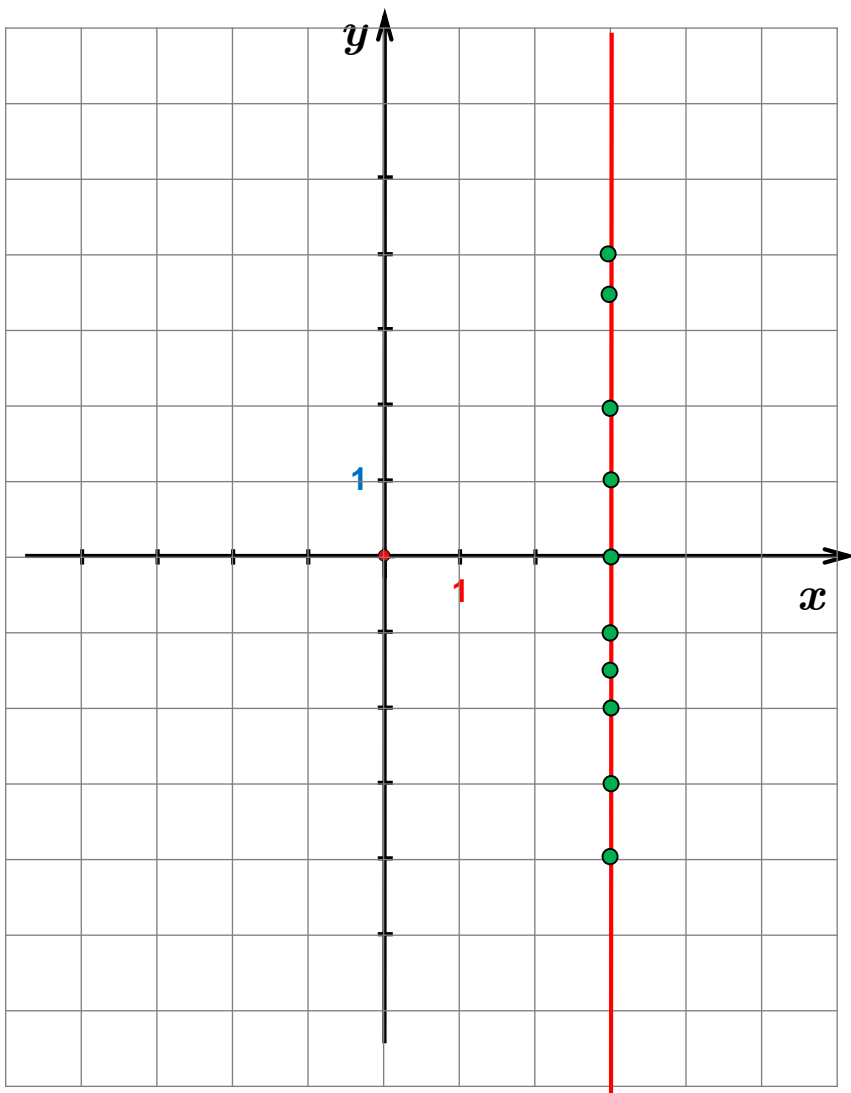
$$y = 2x - 2$$

$x$	$y$
3	-4
3	-3
3	-2
3	-1.5
3	-1
3	0
3	1
3	2
3	3.5
3	4

$$x = 3$$

$$y \in \mathbb{Q}$$

U tablicu zapiši koordinate istaknutih točaka koje pripadaju zadanom pravcu.  
Opiši zapažanja vezana za koordinate tih točaka.



$x$	$y$
-2	-4
-1.5	-4
-1	-4
0	-4
1	-4
1.5	-4
2	-4
3	-4
4	-4
5	-4

$$y = -4$$

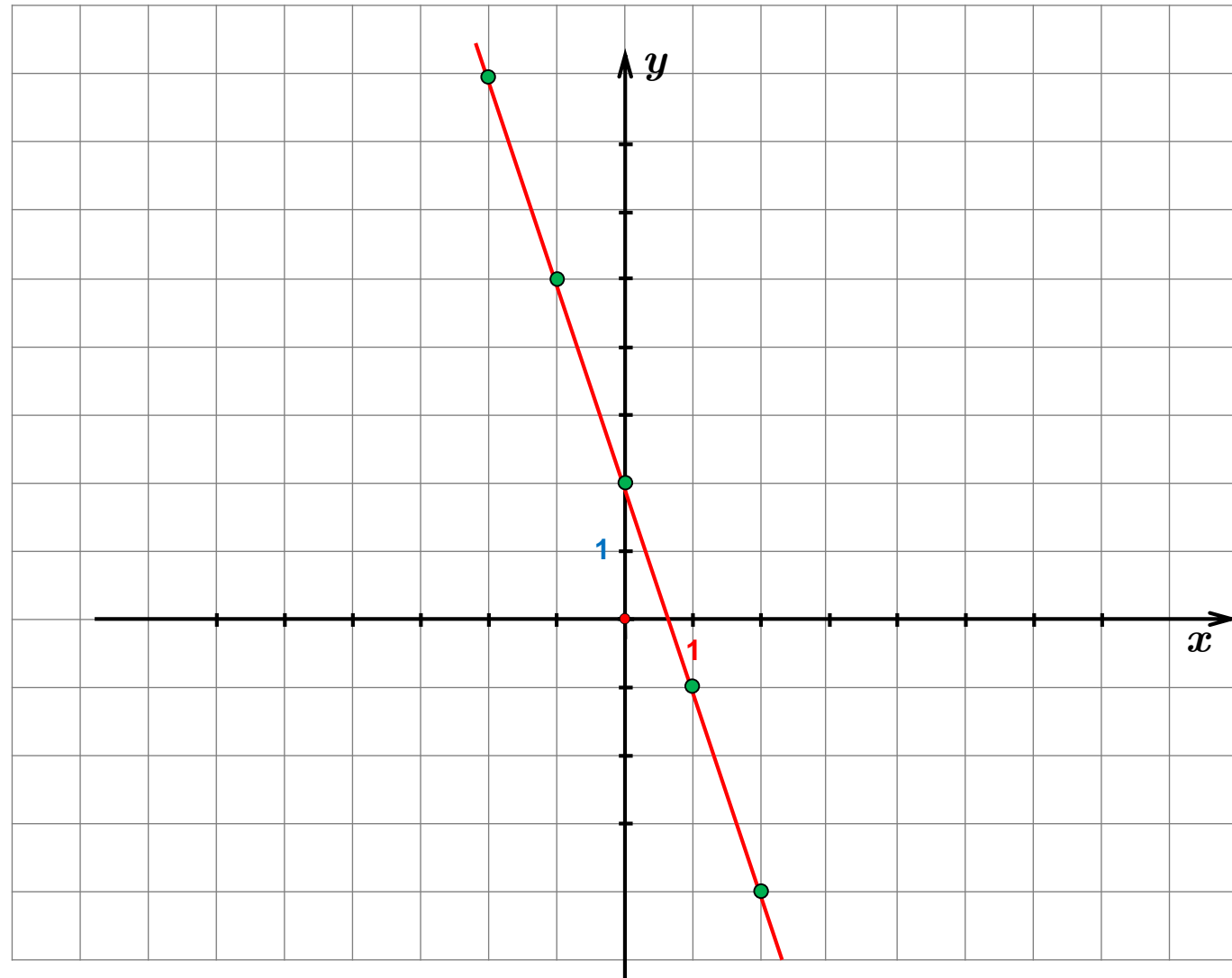
$$x \in \mathbb{Q}$$



U tablicu zapiši koordinate istaknutih točaka koje pripadaju zadanom pravcu.  
Opiši zapažanja vezana za koordinate tih točaka.

$x$	$y$
-2	8
-1	5
0	2
1	-1
2	-4

$$y = -3x + 2$$

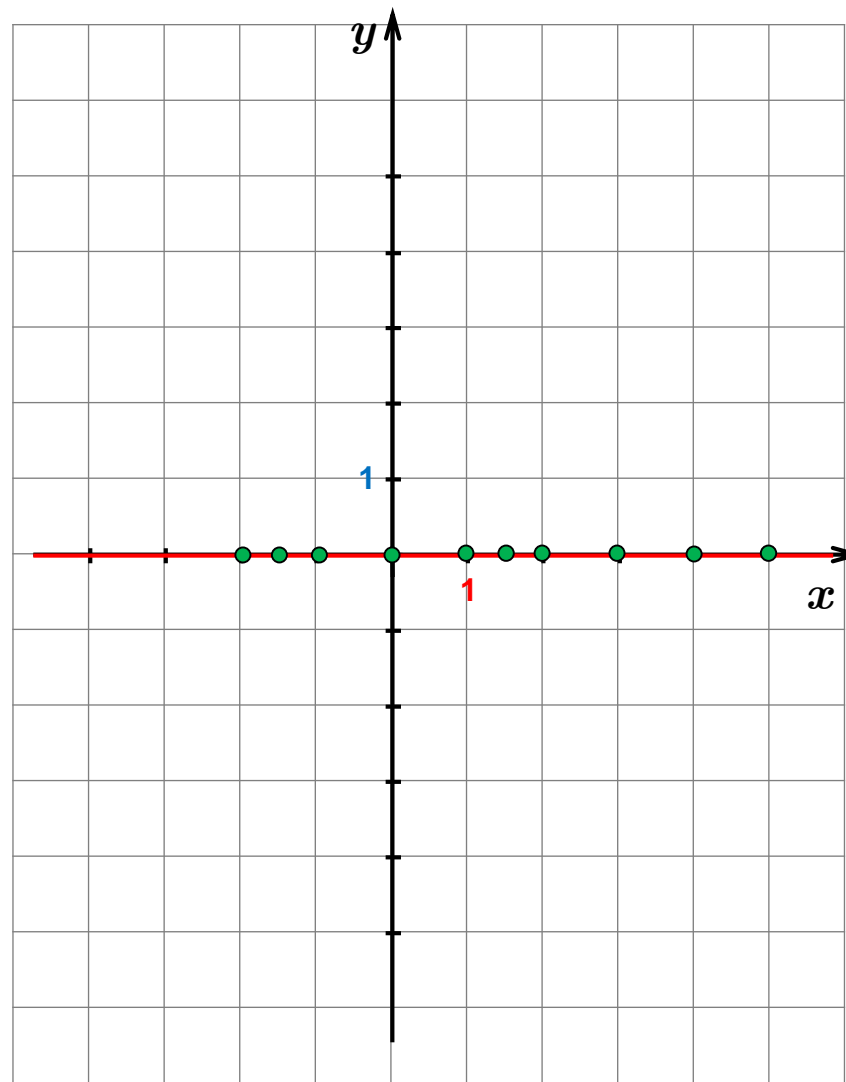
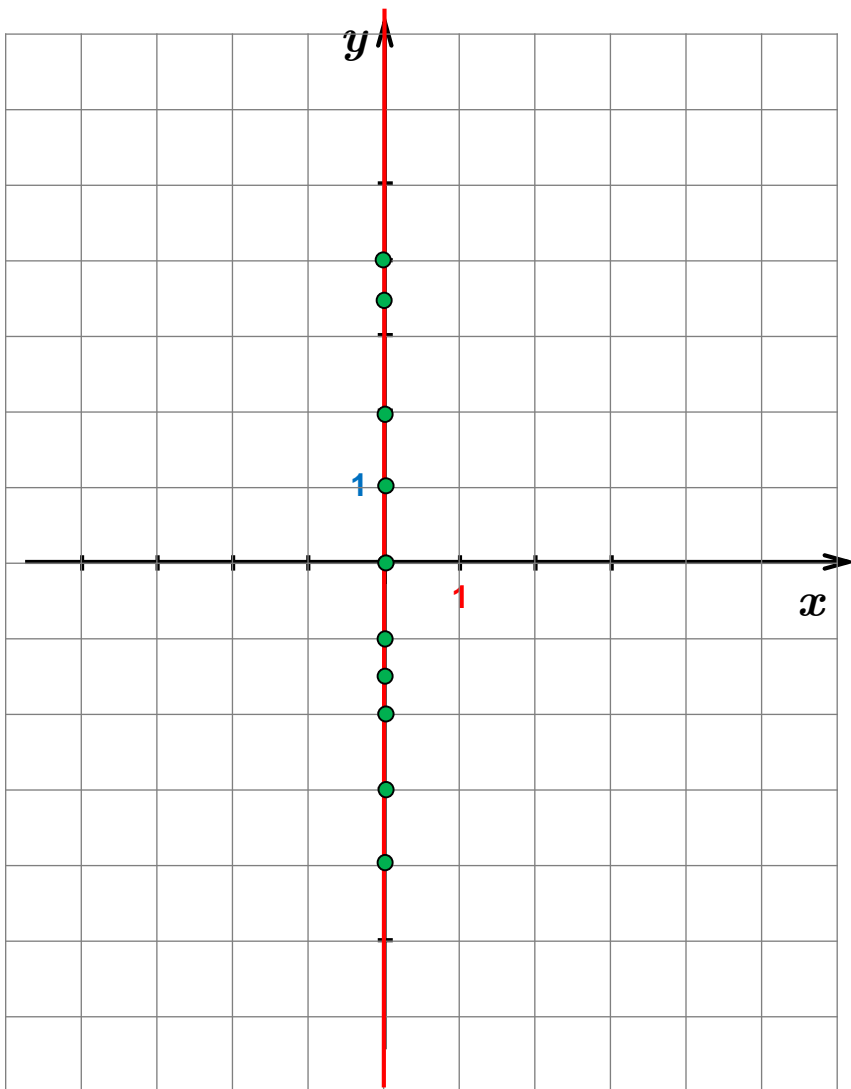


U tablicu zapiši koordinate istaknutih točaka koje pripadaju zadanom pravcu.  
 Opiši zapažanja vezana za koordinate tih točaka.

$x$	$y$
0	-4
0	-3
0	-2
0	-1.5
0	-1
0	0
0	1
0	2
0	3.5
0	4

$$x = 0$$

$$y \in \mathbb{Q}$$

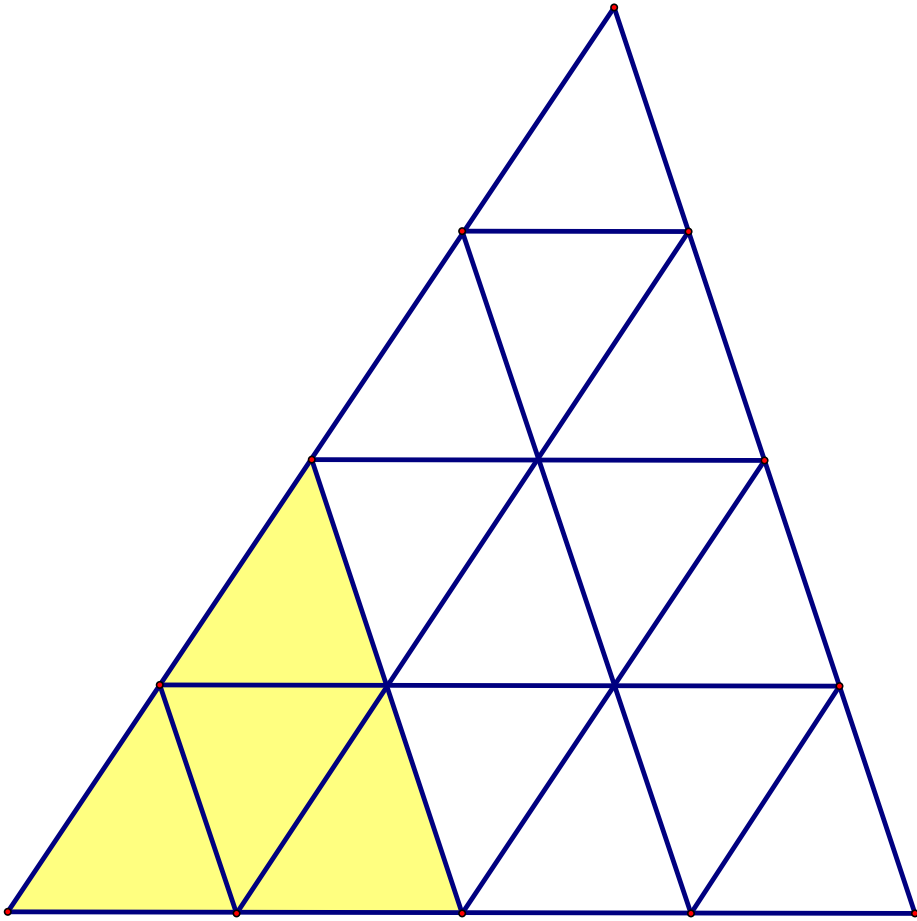


$x$	$y$
-2	0
-1.5	0
-1	0
0	0
1	0
1.5	0
2	0
3	0
4	0
5	0

$$y = 0$$

$$x \in \mathbb{Q}$$

# Primjer praćenja na satu obrade:



Što možeš reći o velikom trokutu i malom (osjenčanom) trokutu?

- oba su šiljastokutna
- imaju jedan zajednički/isti kut
- odgovarajuće stranice su paralelne (bez obrazloženja)
- odgovarajuće stranice su paralelne (obrazloženje pomoću paralelograma)
- odgovarajući kutovi su sukladni
- stranica većeg je dvostruko veća od odgovarajuće stranice manjeg
- slični su (bez obrazloženja)
- slični su (navodi poučak)
- opseg većeg je dvostruko veći od opsega manjeg trokuta
- površina većeg je četiri puta veća od površine manjeg trokuta

Važno: u primjerima trebaju biti različiti trokuti i različiti omjeri.

## Razine znanja i sposobnosti (PISA/OECD):



- skala postignuća u matematici sastoji se od 6 razina
- ispitnim pitanjima je dodijeljen određeni broj bodova prema procijenjenoj težini
- učenicima je dodijeljen broj bodova koji pokazuje procijenjenu sposobnost

učenici koji se nalaze na **nižim razinama znanja i sposobnosti** obično izvršavaju procese koji se sastoje od jednog koraka obrade:

- **prepoznaju** poznate kontekste i matematički dobro formulisane probleme,
- **izvršavaju** rutinske postupke u skladu s izravnim uputama
- **reproduciraju** osnovne matematičke činjenice ili procese te
- **primjenjuju** jednostavne vještine računanja

## Razine znanja i sposobnosti (PISA/OECD):

učenici koji se nalaze na **višim razinama znanja i sposobnosti** obično izvršavaju kompleksnije zadatke koji uključuju više koraka obrade

- **objedinjuju** različite informacije
- **interpretiraju** različite prikaze matematičkih koncepata ili podataka
- **prepoznaju** relevantnost, važnost i vezu elemenata
- **tumače, povezuju i integriraju** različite prikaze problema
- **manipuliraju** prikazanim modelom (uključuje algebarske i druge simboličke prikaze, dokazivanje/provjeravanje)
- **koriste** određeni broj strategija, modela ili tvrdnji
- **odabiru i koriste** matematičko znanje za rješavanje problema što uključuje manji broj koraka



## Razine znanja i sposobnosti (PISA/OECD):

učenici koji se nalaze na **najvišim razinama znanja i sposobnosti** obično imaju kreativnu i aktivnu ulogu u pristupu matematičkim problemima

- **matematički tumače i formuliraju** problem
- uspješno **koriste** kompleksnije podatke
- uspješno **provode** određeni broj koraka obrade
- **prepoznaju i primjenjuju** odgovarajuće alate i znanja (često u nepoznatom kontekstu)
- uvidom **uočavaju** prikladan način pronalaženja rješenja
- **generaliziraju, zaključuju i argumentiraju** (kognitivni procesi višeg stupnja) u svrhu obrazlaganja i priopćavanja rezultata

# Razine znanja i sposobnosti

- Razina 6
- Razina 5
- Razina 4
- Razina 3
- Razina 2
- Razina 1



Učenik s relativno visokim stupnjem znanja i sposobnosti

Učenik s osrednjim stupnjem znanja i sposobnosti

Učenik s relativno niskim stupnjem znanja i sposobnosti

# Razina 1:

Mei – Ling iz Singapura pripremala se na odlazak u Južnu Afriku na 3 mjeseca kao učenica na razmjeni.

- Mei – Ling je saznala da devizni tečaj između singapurskih dolara (SGD) i južnoafričkih rand-a (ZAR) iznosi

$$1 \text{ SGD} = 4.2 \text{ ZAR}$$

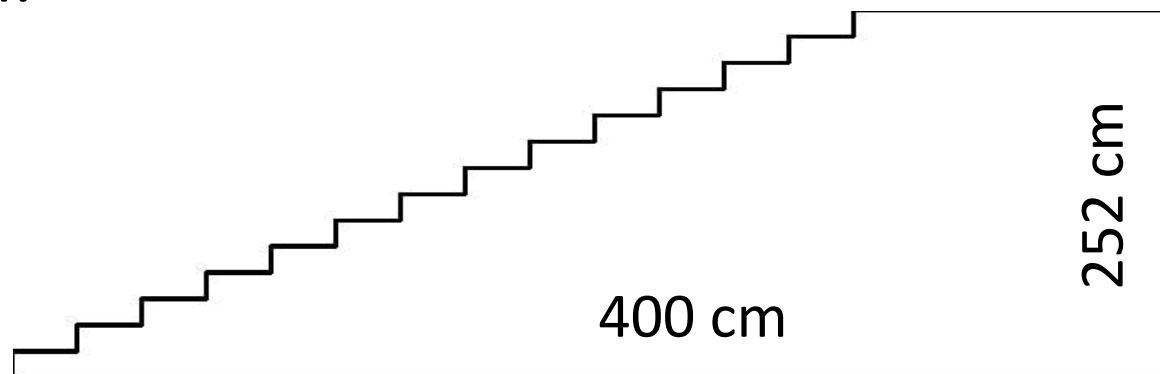
- Mei – Ling je promijenila 3000 SGD – a u ZAR – e po tom deviznom tečaju. Koliko je novca u ZAR – ima Mei Ling dobila?





## Razina 2:

- Donji prikaz prikazuje stepenište sa 14 stepenica ukupne visine od 252 cm:



- Kolika je visina svake od 14 stepenica?

## Razina 2:



- Odgovor na pitanje zahtijeva upotrebu relevantnog podatka i primjenu osnovne računske operacije

$$252 \text{ cm} : 14 = 18 \text{ cm}$$

Učenik s relativno niskim stupnjem znanja i sposobnosti

## Razina 2:

- Na povratku iz Singapura nakon 3 mjeseca, Mei-Ling je ostalo još 3900 ZAR. Promijenila je to natrag u singapurske dolare, primijetivši da se devizni tečaj promijenio na:

$$1 \text{ SGD} = 4.0 \text{ ZAR}$$

- Koliko je novca u singapurskim dolarima Mei-Ling dobila?

## Razina 2:

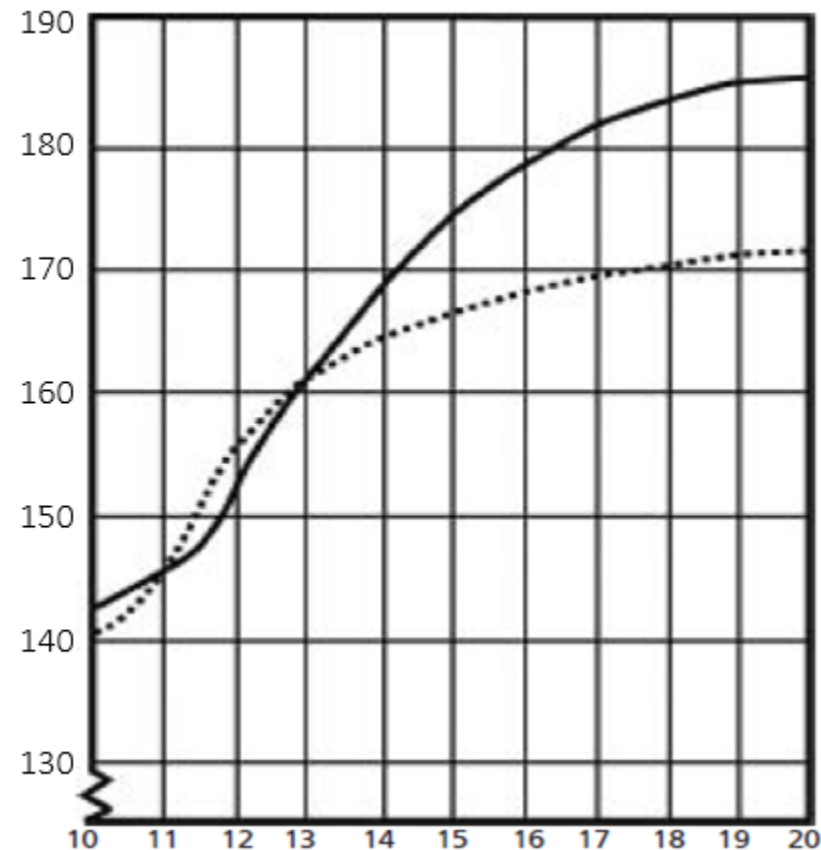
- Odgovor na ovo pitanje zahtijeva ograničeni oblik matematizacije i rutinski postupak računanja

$$3900 : 4 = 975 \text{ SGD}$$

Učenik s relativno niskim stupnjem znanja i sposobnosti

## Razina 3:

- U grafikonu je prikazana prosječna visina mladića i djevojaka u 1998. godini:



- Prema grafikonu, tijekom kojeg razdoblja života su djevojčice u prosjeku više od dječaka iste starosne dobi?

## Razina 3:



- Odgovor na pitanje zahtijeva interpretaciju standardiziranih prikaza podataka i sposobnost razmišljanja, uočavanja i logičkog zaključivanja između 11. i 13. godine starosti

Učenik s osrednjim  
stupnjem znanja i  
sposobnosti

## Razina 4:



- Tijekom tri mjeseca koje je Mei – Ling boravila u Južnoj Africi, devizni tečaj se promijenio sa 4.2 ZAR na 4.0 ZAR za 1 SGD.
- Je li za Mei – Ling bilo povoljno da je sada devizni tečaj iznosio 4.0 ZAR, umjesto 4.2 ZAR. Navedi obrazloženje kako bi potkrijepio/la svoj odgovor.

## Razina 4:

- Promišljanje o konceptu deviznog tečaja i njegovim posljedicama u određenim situacijama.
- Primjena množenja i dijeljenja
- Logičko zaključivanje i argumentiranje

Učenik s osrednjim  
stupnjem znanja i  
sposobnosti

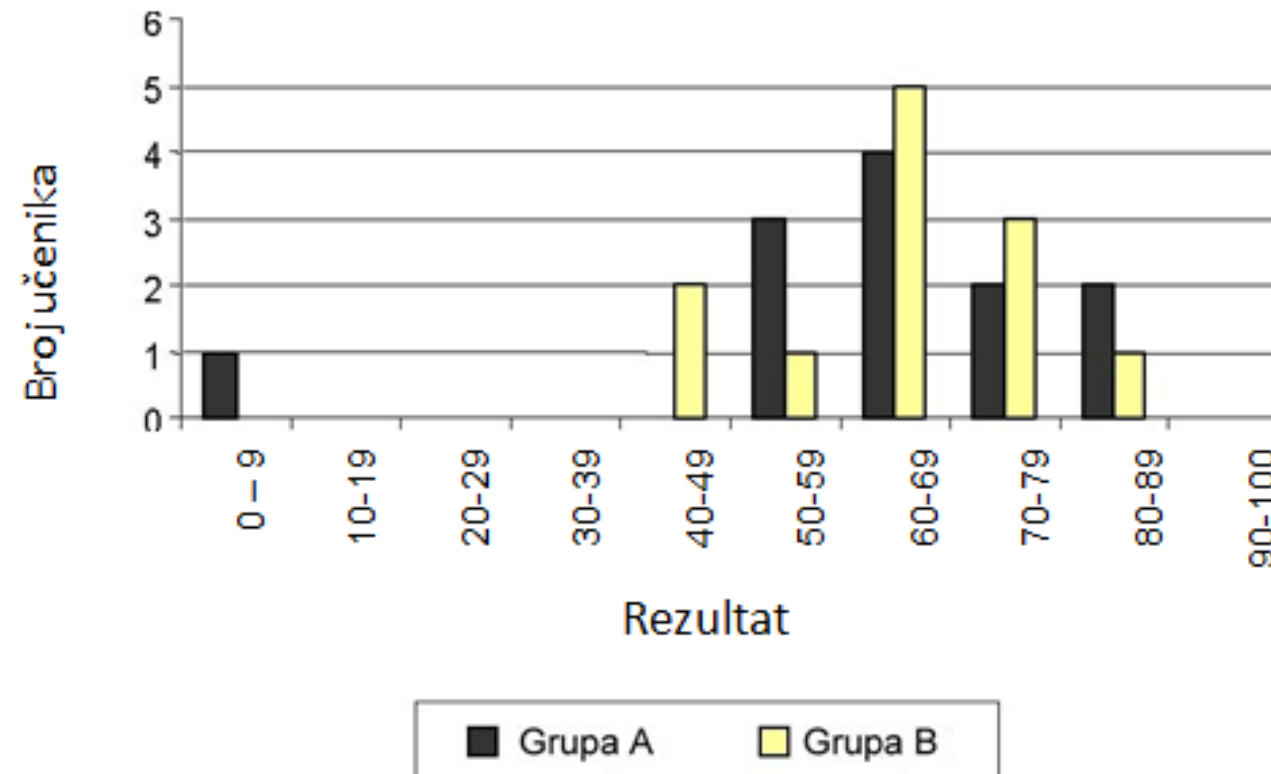


# Primjeri ispravnih odgovora

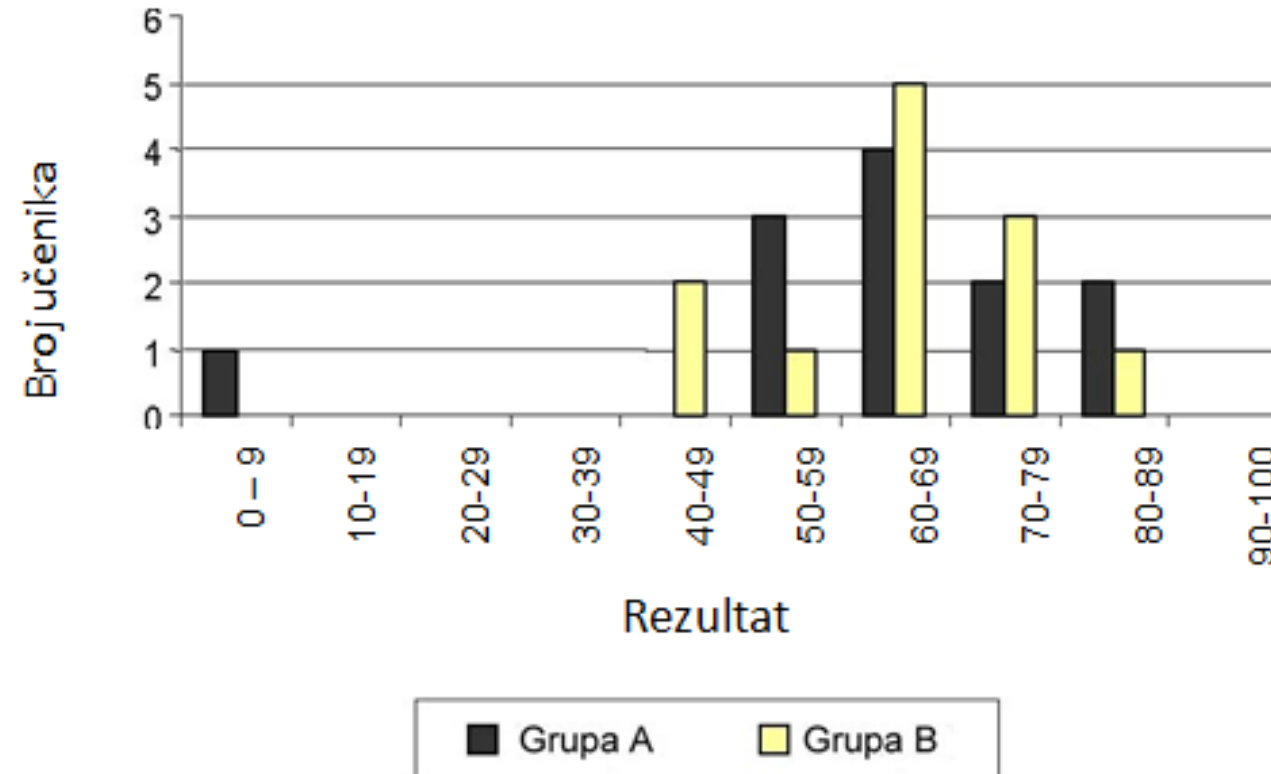
- DA, s nižim deviznim tečajem Mei – Ling će dobiti više SGD za svoje ZAR – e
- DA, 4.2 ZAR za 1 SGD rezultiralo bi 929 SGD
- DA, jer je dobila 4.2 ZAR za 1 SGD, a sad mora platiti 4.0 ZAR za 1 SGD
- DA, jer je svaki SGD jeftiniji 0.2 ZAR
- DA, jer kad se dijeli s 4.2 rezultat je manji nego kad se dijeli s 4.0

## Razina 5:

- Dani grafikon prikazuje rezultate testa iz biologije za dvije skupine učenika, označene kao grupa A i grupa B.



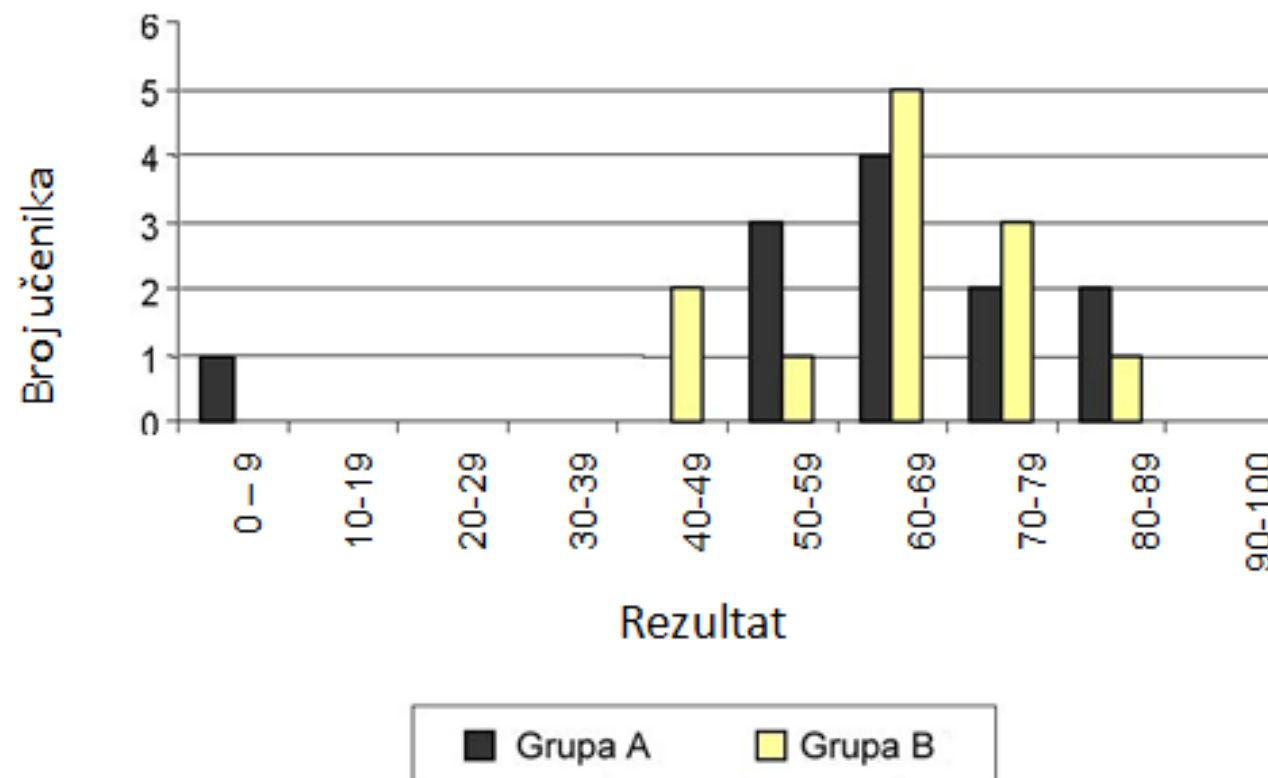
## Razina 5:



- Prosječni rezultat za grupu A iznosi 62.0 boda, a prosječni rezultat za grupu B je 64.5 bodova. Učenici su prošli na tom testu ako njihov rezultat iznosi 50 ili više bodova.

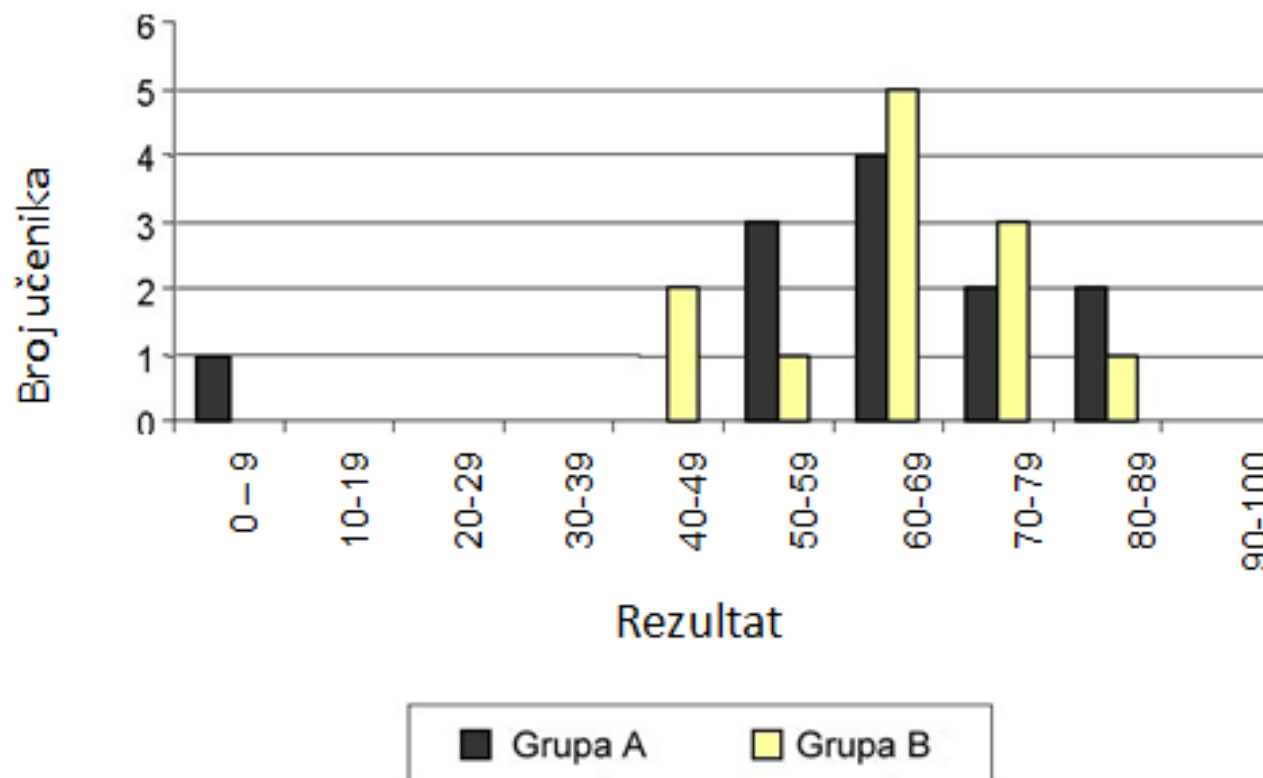
## Razina 5:

- Gledajući grafikon, učitelj tvrdi da je grupa B bila uspješnija od grupe A u ovom testu.



## Razina 5:

- Učenici u grupi A ne slažu se sa svojim učiteljem. Oni pokušavaju uvjeriti učitelja da grupa B ne mora nužno biti bolja.



# Primjeri ispravnih odgovora

- U grupi A na testu je prošlo više učenika nego u grupi B.
- U grupi A više učenika postiglo je 80 i više bodova nego u grupi B.
- Ako se zanemari najslabiji učenik u grupi A, učenici u grupi A uspješniji su od učenika u grupi B.

Učenik s relativno  
visokim stupnjem  
znanja i sposobnosti

# Razina 6:

Ovo je karta Antarktike.



## Razina 6:



- Procijeni površinu Antarktike koristeći mjerilo karte.
- Prikaži postupak izračunavanja i obrazloži na koji način si izvršio/la procjenu (možeš crtati po karti ako ti to pomaže u procjenjivanju):



## Razina 6:

- Odgovori koji su procijenjeni crtanjem kvadrata ili pravokutnika – između 12 000 000 km<sup>2</sup> i 18 000 000 km<sup>2</sup> (mjerne jedinice nisu obvezne)

$$P = 3\,700 \cdot 4\,000$$

$$P = 14\,800\,000 \text{ km}^2$$



## Razina 6:

- Odgovori koji su procijenjeni crtanjem kruga

$$r = 2000 \text{ km}$$

$$P = r^2 \pi$$

$$P = 12\,560\,000 \text{ km}^2$$



## Razina 6:

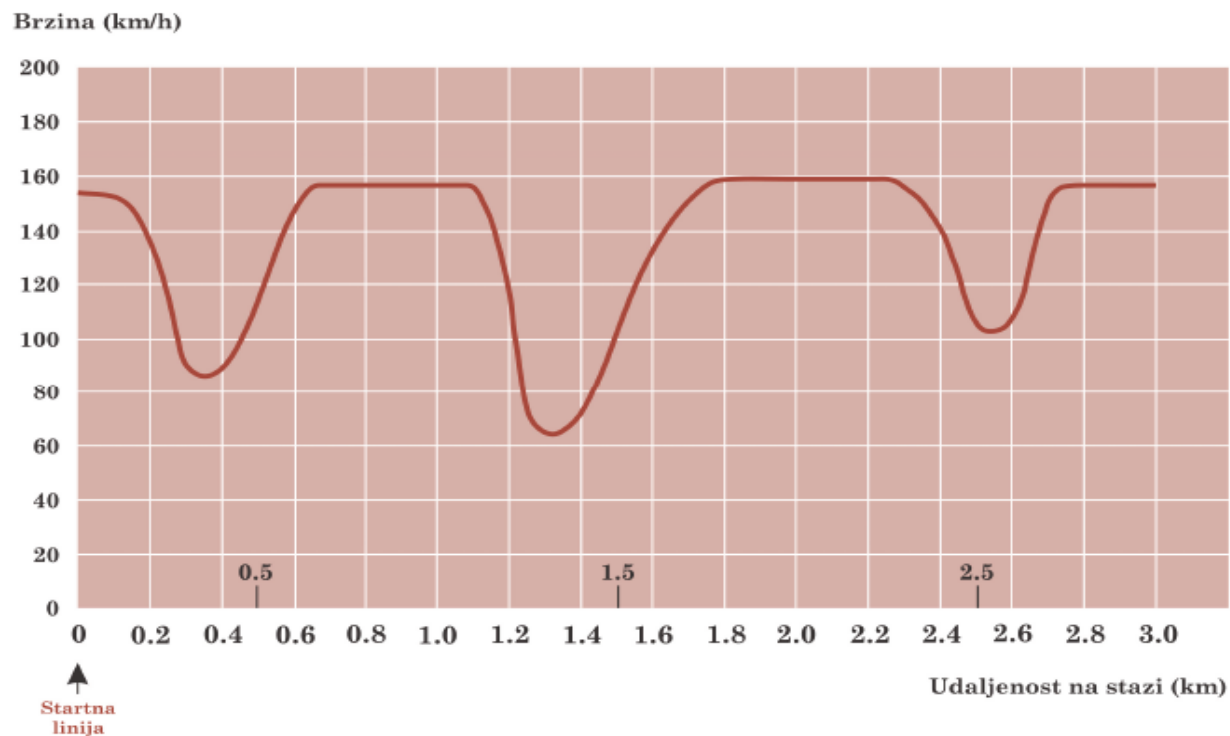
- Korištenje osnovnih računskih operacija
- Izračunavanje površina
- Proporcionalne veličine – omjeri i razmjeri
- Mjerilo karte
- Procjena rezultata
- Aproksimacija

Učenik s relativno  
visokim stupnjem  
znanja i sposobnosti

## Brzina trkaćeg automobila

- Ovaj grafikon prikazuje na koji se način brzina trkaćeg automobila mijenja duž 3 km duge staze tijekom drugog kruga.

Brzina trkaćeg automobila duž 3 kilometra duge staze (drugi krug)

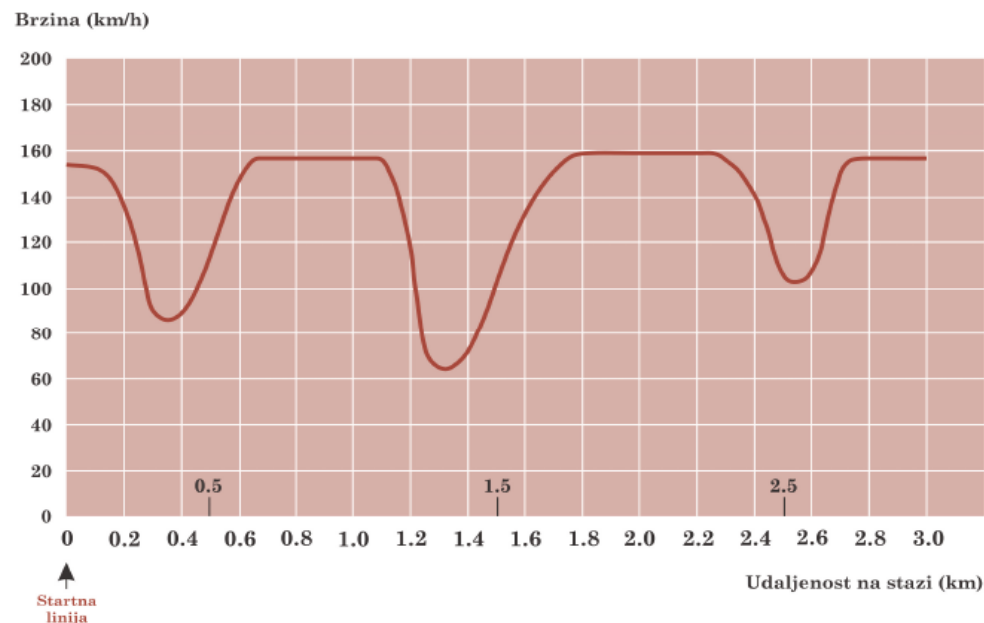


## Brzina trkaćeg automobila

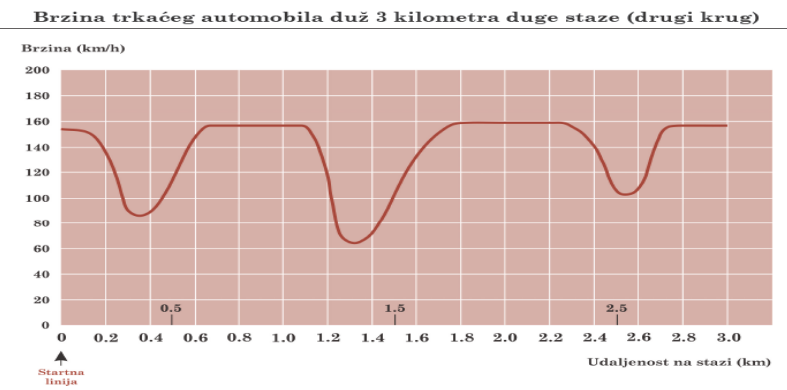
- Koliko približno iznosi udaljenost od startne linije do početka najduljeg ravnog dijela staze?

- A 0.5 km
- B 1.5 km
- C 2.3 km
- D 2.6 km

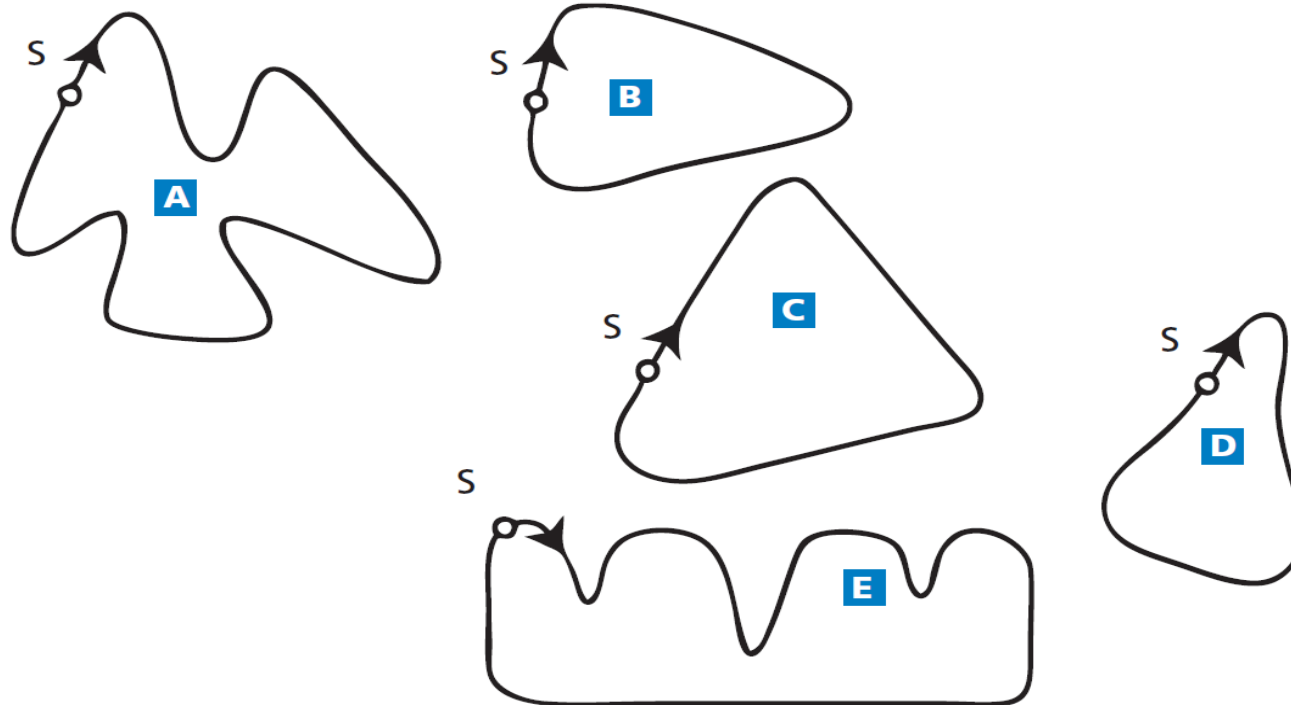
Brzina trkaćeg automobila duž 3 kilometra duge staze (drugi krug)



# Brzina trkaćeg automobila



- Ovo su crteži pet trkaćih staza. Po kojoj od ovih staza je vozio automobil na temelju koje je izrađen ranije prikazani grafikom?



Sumativno vrednovanje (ishodi u zadacima pisane provjere znanja):

Zadatak:

Prema zadnjem popisu stanovništva iz 2011. godine u Hrvatskoj je bilo 235 402 stanovnika u dobi od 10 do 14 godina, od čega je bilo 114 769 dječaka. Je li te godine u Hrvatskoj bilo više dječaka ili djevojčica?

učenik:

- očitava potrebne podatke iz teksta
- oduzima prirodne brojeve veće od 100 000
- uspoređuje prirodne brojeve veće od 100 000

Prema zadnjem popisu stanovništva iz 2011. godine u Hrvatskoj je bilo 235 402 stanovnika u dobi od 10 do 14 godina, od čega je bilo 114 769 dječaka. Je li te godine u Hrvatskoj bilo više dječaka ili djevojčica?

- ukupno 235 402 djeca od čega 114 769 dječaka
- djevojčica je bilo  $235\ 402 - 114\ 769 = 120\ 633$
- $120\ 633 > 114\ 769$ , više je bilo djevojčica



Sumativno vrednovanje (ishodi u zadacima pisane provjere znanja):

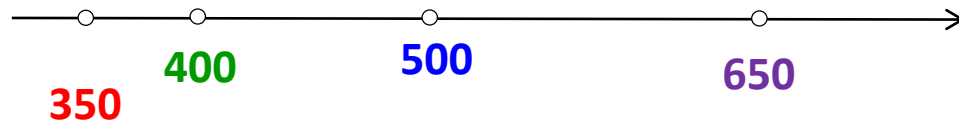
Zadatak:

Mare je išla u posjet baki i djedu u Imotski. Imala je 350 kn. Na autobusnom kolodvoru dočekala ju je teta Ane i dala joj 50 kn. Kod bake je bila 3 dana. Drugi dan je stigla i teta Kate i dala joj 100 kn, a treći dan joj je dida Mate dao 150 kn za put. Na brojevnom pravcu prikaži brojeve koji označavaju koliko je novca imala prije puta, koliko 1. dana posjete baki, koliko 2. dana, a koliko na odlasku. Napomena: Mare nije ništa potrošila u ta tri dana.

učenik:

- očitava potrebne podatke iz teksta
- zbraja prirodne brojeve
- prikazuje prirodne brojeve na brojevnom pravcu

- Mare je išla u posjet baki i djedu u Imotski. Imala je 350 kn. Na autobusnom kolodvoru dočekala ju je teta Ane i dala joj 50 kn. Kod bake je bila 3 dana. Drugi dan je stigla i teta Kate i dala joj 100 kn, a treći dan joj je dida Mate dao 150 kn za put. Na brojevnom pravcu prikaži brojeve koji označavaju koliko je novca imala prije puta, koliko 1. dana posjete baki, koliko 2. dana, a koliko na odlasku. Napomena: Mare nije ništa potrošila u ta tri dana.
- prije puta 350 kn, prvi dan = prije puta + 50, drugi dan = prvi dan + 100, treći dan = drugi dan + 150
- prije puta 350 kn, prvi dan 400 kn, drugi dan 500 kn, treći dan 650 kn



Sumativno vrednovanje (ishodi u zadacima pisane provjere znanja):

Zadatak:

Na polju su zasijani pšenica i kukuruz. Pšenicom je zasijano  $5\ 000\text{ m}^2$  više zemlje nego s kukuruzom. Ako je ukupna površina polja  $18\ 000\text{ m}^2$ , kolika je površina zasijana kukuruzom, a kolika pšenicom?

učenik:

- uočava vezu između podataka danih u zadatku
- zapisuje matematički model problemskog zadatka
- primjenjuje vezu zbrajanja i oduzimanja
- primjenjuje vezu množenja i dijeljenja
- rješenje matematičkog modela interpretira u stvarnom kontekstu

Na polju su zasijani pšenica i kukuruz. Pšenicom je zasijano 5 000 m<sup>2</sup> više zemlje nego s kukuruzom. Ako je ukupna površina polja 18 000 m<sup>2</sup>, kolika je površina zasijana kukuruzom, a kolika pšenicom?

- površina zasijana kukuruzom,  površina zasijana pšenicom
- = 18 000
- = 13 000
- = 6 500
- Kukuruzom je zasijano 6 500 m<sup>2</sup>, a pšenicom 6 500 + 5 000 = 11 500 m<sup>2</sup>

# Literatura:

- prof. dr. sc. Aleksandra Čižmešija: „Kultura praćenja i vrednovanja učenika u nastavi matematike u OŠ” – materijali sa seminara održanih 2012. - 2014.
- Michelle Braš Roth, Ana Markočić Dekanić, Marina Markuš Sandrić, Margareta Gregurović: PISA 2012. Matematičke kompetencije za život, Zagreb, 2013.
- Michelle Braš Roth, Ana Markočić Dekanić, Marina Markuš, Margareta Gregurović: PISA 2009. Čitalačke kompetencije za život, Zagreb, 2010.
- Michelle Braš Roth, Ana Markočić Dekanić, Marina Markuš, Margareta Gregurović: PISA 2006. Prirodoslovne kompetencije za život, Zagreb, 2008.
- Michelle Braš Roth, Ana Markočić Dekanić: Primjeri zadataka iz procjene PISA 2000 – čitalačka, matematička i prirodoslovna pismenost, Zagreb, 2017.
- Nacionalni okvirni kurikulum – Zagreb, srpanj 2010.
- vlastiti materijali (materijali za nastavu, materijali – radionice, predavanja)