

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE
4. ožujka 2020.

6. razred - rješenja

OVDJE SU DANI NEKI NAČINI RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

$$\begin{aligned}
 1. \quad & \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{5} + 1 \frac{2}{5} \cdot \frac{7}{11} - \frac{3}{11} \right) : \left(\left(1 \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \right) : 18 \frac{1}{3} \right) = \\
 & = \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{5} + \frac{7}{5} \cdot \frac{7}{11} - \frac{3}{11} \right) : \left(\left(\frac{3}{2} + \frac{1}{4} \right) : \frac{55}{3} \right) & 1 \text{ BOD} \\
 & = \left(\frac{2}{5} + \frac{49}{55} - \frac{3}{11} \right) : \left(\frac{7}{4} \cdot \frac{3}{55} \right) & 3 \text{ BODA} \\
 & = \frac{56}{55} : \frac{21}{220} & 3 \text{ BODA} \\
 & = \frac{56}{55} \cdot \frac{220}{21} \\
 & = \frac{32}{3} = 10 \frac{2}{3} & 2 \text{ BODA}
 \end{aligned}$$

Najveći prirodni broj manji od vrijednosti zadanog izraza je 10. 1 BOD

..... UKUPNO 10 BODOVA

2. Uz oznake:

$$|\angle BAC| = \alpha, |\angle CBA| = \beta \text{ i } |\angle ACB| = \gamma,$$

najmanji kut trokuta $\triangle ABC$ je α , zatim je $\gamma = \alpha + 20^\circ$, a najveći je $\beta = 2 \cdot (\alpha + 20^\circ) = 2\alpha + 40^\circ$.

2 BODA

Iz $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$ dobivamo jednadžbu:

$$\alpha + \alpha + 20^\circ + 2\alpha + 40^\circ = 180^\circ$$

$$4\alpha = 120^\circ$$

$$\alpha = 30^\circ$$

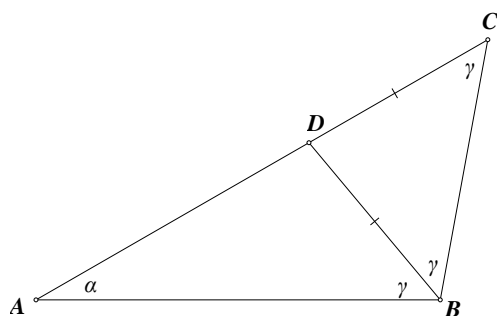
Slijedi:

$$\gamma = 30^\circ + 20^\circ = 50^\circ$$

$$\beta = 2\alpha + 40^\circ = 100^\circ$$

3 BODA

Skica:



1 BOD

Trokut $\triangle BCD$ je jednakokrakan, pa vrijedi da je $|DC| = |DB|$.

2 BODA

U trokutu $\triangle ABD$ je kut nasuprot stranici \overline{AD} veći od kuta nasuprot stranici \overline{DB} , pa je $|DB| < |AD|$, a iz toga slijedi da je $|DC| < |AD|$.

2 BODA

..... UKUPNO 10 BODOVA

Napomena: Ako je učenik samo napisao koja je stranica manja, bez jasnog obrazloženja, takav odgovor nosi 1 BOD.

3. U pravokutniku $ABCD$ označimo $|AB| = a$ i $|BC| = b$.

Kako je širina pravokutnika $\frac{1}{4}$ duljine pravokutnika, vrijedi $b = \frac{1}{4}a$, odnosno $a = 4b$.

Tada je površina pravokutnika $P_{ABCD} = ab = 4b \cdot b$.

1 BOD

Tada vrijedi:

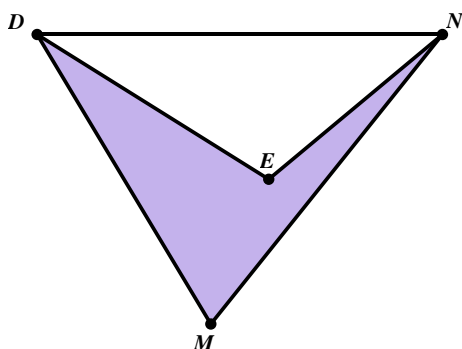
$$4b \cdot b = 144,$$

$$b \cdot b = 36,$$

$$b = 6 \text{ cm}, \text{ odnosno } a = 24 \text{ cm}.$$

1 BOD

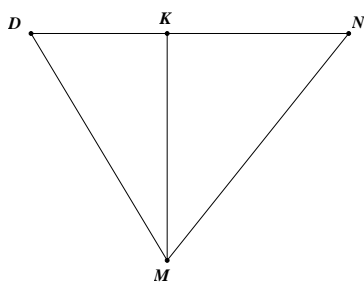
Kako su osjenčani četverokuti sukladni, odredimo površinu jednog od njih. Označimo taj četverokut s $MNED$.



Površina tog četverokuta jednaka je razlici površina dvaju trokuta, tj.

$$P_{MNED} = P_{MND} - P_{END}.$$

1 BOD



Označimo s \overline{MK} visinu trokuta $\triangle MND$.

Kako je duljina stranice \overline{ND} trećina duljine stranice a pravokutnika, a duljina visine \overline{MK} je širina pravokutnika $ABCD$, vrijedi:

$$|ND| = \frac{1}{3} \cdot 24 = 8 \text{ cm},$$

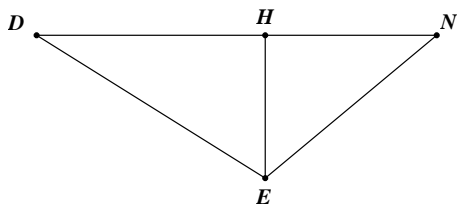
1 BOD

$$|MK| = 6 \text{ cm i}$$

1 BOD

$$P_{MND} = \frac{|ND| \cdot |MK|}{2} = \frac{8 \cdot 6}{2} = 24 \text{ cm}^2.$$

1 BOD



Označimo s \overline{EH} visinu trokuta $\triangle END$.

Kako točka E pripada simetrali stranice \overline{BC} odnosno \overline{AD} , onda je duljina dužine \overline{EH} polovina širine pravokutnika $ABCD$, tj.

$$|EH| = \frac{6}{2} = 3 \text{ cm.} \quad 1 \text{ BOD}$$

$$\text{To znači da je } P_{END} = \frac{|ND| \cdot |EH|}{2} = \frac{8 \cdot 3}{2} = 12 \text{ cm}^2. \quad 1 \text{ BOD}$$

$$\text{Sada je } P_{MNED} = P_{MND} - P_{END} = 24 - 12 = 12 \text{ cm}^2 \text{ pa je} \quad 1 \text{ BOD}$$

$$\text{ukupna osjenčana površina } 3 \cdot 12 = 36 \text{ cm}^2. \quad 1 \text{ BOD}$$

..... UKUPNO 10 BODOVA

Napomena: Za određivanje površine $\triangle END$ može se koristiti činjenica da trokuti $\triangle END$ i $\triangle MND$ imaju zajedničku osnovicu \overline{ND} , a za duljine odgovarajućih visina vrijedi

$$|MK| = |AD|, |EH| = \frac{1}{2}|AD| \text{ pa je } |EH| = \frac{1}{2}|MK|.$$

$$\text{Stoga vrijedi: } P_{END} = \frac{1}{2}P_{MND} = \frac{24}{2} = 12 \text{ cm}^2.$$

4. Označimo iznos Josipovog novca s J, Markovog s M, Franjinog s F i Lukinog s L.

Vrijedi:

$$M + F + L = 85 \text{ kn}$$

$$J + F + L = 90 \text{ kn}$$

$$J + M + L = 88 \text{ kn}$$

$$J + M + F = 94 \text{ kn}$$

2 BODA

Zbrajanjem svih jednakosti dobije se:

$$3 \cdot (J + M + F + L) = 357 \text{ kn, odnosno}$$

2 BODA

$$J + M + F + L = 119 \text{ kn}$$

1 BOD

$$\text{Sad se lako izračuna da Josip ima } 119 - 85 = 34 \text{ kn,}$$

1 BOD

$$\text{Marko } 119 - 90 = 29 \text{ kn,}$$

1 BOD

$$\text{Franjo } 119 - 88 = 31 \text{ kn}$$

1 BOD

$$\text{i Luka } 119 - 94 = 25 \text{ kn.}$$

1 BOD

Točan iznos za plaćanje računa imaju Franjo i Luka.

1 BOD

..... UKUPNO 10 BODOVA

5. Označimo s x planiranu svotu zarade.

$$\text{Tada je zarada poduzeća } x + \frac{1}{7}x, \text{ tj. } \frac{8}{7}x.$$

1 BOD

$$\text{Poduzeće dijeli } \frac{1}{24} \text{ zarađene svote, pa mora ostati } \frac{23}{24} \text{ zarađene svote.}$$

$$\text{Dakle, ostaje } \frac{23}{24} \cdot \frac{8}{7}x = \frac{23}{21}x.$$

2 BODA

$$\frac{23}{21}x \text{ je za jedan milijun veći iznos od planirane svote, pa vrijedi } \frac{23}{21}x = x + 1\,000\,000.$$

Dalje slijedi da je:

$$\frac{2}{21}x = 1\,000\,000,$$

2 BODA

$$x = 1\,000\,000 : \frac{2}{21},$$

$$x = 1\,000\,000 \cdot \frac{21}{2} = 10\,500\,000 \text{ kn.}$$

Planirana svota iznosi 10 500 000 kuna. 2 BODA

$$\text{Svota za podjelu zaposlenicima iznosi } \frac{1}{24} \cdot \frac{8}{7} \cdot 10\,500\,000 = 500\,000 \text{ kn.}$$

2 BODA

Broj zaposlenika tog poduzeća dobivamo dijeleći ukupnu svotu podijeljenu svim zaposlenicima iznosom od 12 500 kuna (iznosom kojeg je dobio svaki zaposlenik), tj. $500\,000 : 12\,500 = 40$.

Poduzeće ima 40 zaposlenika. 1 BOD

..... UKUPNO 10 BODOVA