

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE
4. ožujka 2020.

5. razred - rješenja

OVDJE SU DANI NEKI NAČINI RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. Iz rastava na proste faktore $8 = 2 \cdot 2 \cdot 2$, vidi se da će umnožak znamenaka nekog četveroznamenkastog broja biti 8 ako su znamenke tog broja 2, 2, 2, 1; 4, 2, 1, 1 ili 8, 1, 1, 1 (u bilo kojem poretku).
Zbroj iznosi 8 samo ako su znamenke 4, 2, 1, 1. 2 BODA
Kombiniranjem redoslijeda znamenaka mogu se dobiti sljedeći brojevi:
1124, 1142, 1214, 1241, 1412, 1421, 2114, 2141, 2411, 4112, 4121, 4211. 4 BODA
(**Napomena:** Ako učenik nema svih 12 brojeva, svake 3 napisane kombinacije bodovati s 1 BODOM.)
Traženih brojeva ima 12. 1 BOD
Najveći je 4211, a najmanji 1124. 2 BODA
Njihova razlika je 3087. 1 BOD
..... UKUPNO 10 BODOVA

2. Ako su količnici A i B prirodni brojevi, onda je $\overline{2a4b}$ djeljiv s 15, a $\overline{3c8d}$ djeljiv s 18. 1 BOD

Kako je $15 = 5 \cdot 3$, broj $\overline{2a4b}$ mora biti djeljiv i s 5 i s 3. 1 BOD

Zbog djeljivosti s 5 znamenka b može biti 0 ili 5.

Za $b = 0$, zbog djeljivosti s 3, znamenka a može biti 0, 3, 6, 9.

Dakle, broj može biti **2040**, 2340, 2640, 2940. 1 BOD

Za $b = 5$, zbog djeljivosti s 3, znamenka a može biti 1, 4, 7.

Broj može biti 2145, 2445, 2745. 1 BOD

(**Napomena:** Učenik ne mora ispisivati sve brojeve. Ako iz napisanih vrijednosti znamenaka zaključi da je najmanji broj 2040, takvo rješenje bodovati s maksimalna 3 BODA.)

Kako je $18 = 2 \cdot 9$, broj $\overline{3c8d}$ mora biti djeljiv i s 2 i s 9. 1 BOD

Zbog djeljivosti s 2 znamenka d može biti 0, 2, 4, 6, 8,

a onda je, zbog djeljivosti s 9, znamenka c (redom) 7, 5, 3, 1, 8.

Broj može biti 3780, 3582, 3384, 3186, **3888**. 2 BODA

(**Napomena:** Ni ovdje učenik ne mora ispisivati sve brojeve. Ako iz napisanih vrijednosti znamenaka zaključi da je najveći broj 3888, takvo rješenje bodovati s (nova) maksimalna 3 BODA.)

Najmanji mogući broj A dobit ćemo ukoliko najmanji broj oblika $\overline{2a4b}$ djeljiv s 15 podijelimo s 15, a najveći mogući broj B ukoliko najveći broj oblika $\overline{3c8d}$ djeljiv s 18 podijelimo s 18.

$A = 2040 : 15 = 136$ 1 BOD

$B = 3888 : 18 = 216$ 1 BOD

Traženi zbroj iznosi $A + B = 136 + 216 = 352$. 1 BOD

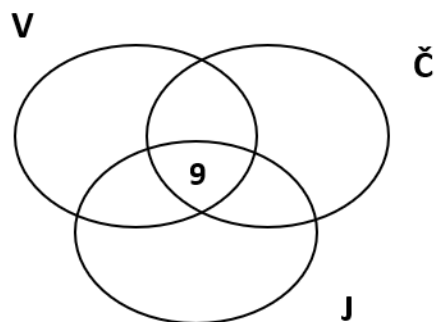
..... UKUPNO 10 BODOVA

3. Zadatak možemo riješiti pomoću Vennovog dijagrama.

Kako 5 učenika uopće ne voli sladoled,

broj učenika koje trebamo rasporediti u skupove je $97 - 5 = 92$ učenika. 1 BOD

Podatak da 9 učenika voli sva tri okusa smjestimo u presjek sva tri skupa. 1 BOD



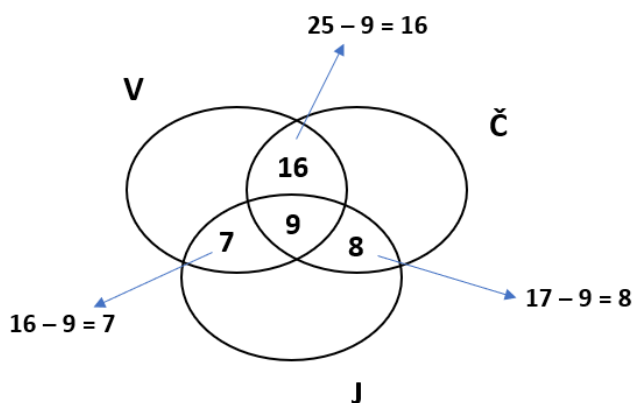
Nakon toga rasporedimo one koji su se odlučili za dva omiljena okusa sladoleda.

Znamo da 25 učenika voli sladoled od čokolade i vanilije. Od tih 25 učenika, njih 9 voli sva tri okusa, pa zaključujemo da preostalih $25 - 9 = 16$ voli sladoled od čokolade i vanilije. 1 BOD

Kako 16 učenika voli sladoled od vanilije i jagode, a 9 ih voli sva tri okusa, zaključujemo da preostalih $16 - 9 = 7$ voli sladoled od vanilije i jagode. 1 BOD

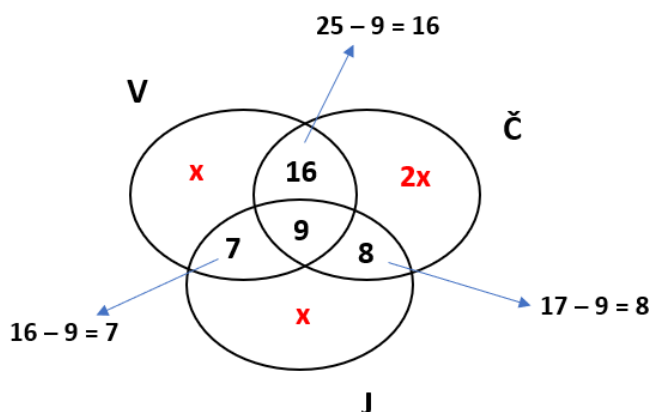
Budući da 17 učenika voli sladoled od čokolade i jagode, a kako ih 9 voli sva tri okusa, zaključujemo da preostalih $17 - 9 = 8$ voli sladoled od čokolade i jagode. 1 BOD

Dobivene brojeve upišemo u Vennov dijagram.



Broj učenika koji voli samo sladoled od vanilije označimo s x .

Prema uvjetima zadatka tada je i broj učenika koji vole samo sladoled od jagode jednak boju x , a broj učenika koji vole samo sladoled od čokolade je $2x$. 1 BOD



Iz grafičkog prikaza vidimo da vrijedi:

$$x + x + 2x + 7 + 9 + 8 + 16 = 92$$

2 BODA

$$4x + 40 = 92$$

$$4x = 52$$

$$x = 13$$

Broj učenika koji vole samo sladoled od vanilije je 13.

2 BODA

(**Napomena:** Ukoliko učenik umjesto jednadžbe koristi grafički prikaz za određivanje nepoznate veličine, bodovati u skladu s predloženim rješenjem.)

..... UKUPNO 10 BODOVA

4. Prvi način:

Zadatak rješavamo unazad, odnosno promatramo iznos kuna nakon što je Ana dala kune Ivanu i Maji. U tom trenutku Ivan ima dva puta više novca od Ane, a Maja tri puta više od Ane.

Ako iznos Aninog novca označimo s x , tada oni imaju:

Ana x kn

Ivan ... $2x$ kn

Maja ... $3x$ kn

1 BOD

Zajedno je to $6x$ kuna.

1 BOD

Iz $6x = 432$,

1 BOD

izračuna se

$x = 432 : 6 = 72$ kune.

1 BOD

U tom trenutku, Ana ima 72 kune, Ivan 144 kuna, a Maja 216 kuna.

3 BODA

Budući da je Ana dala Ivanu 18, a Maji 43 kn, na početku je imala

$72 + 18 + 43 = 133$ kune.

1 BOD

Ivan je imao $144 - 18 = 126$ kuna.

1 BOD

Maja je imala $216 - 43 = 173$ kune.

1 BOD

..... UKUPNO 10 BODOVA

Drugi način:

Neka je A iznos Aninog novca, I Ivanovog, a M Majinog novca.

Kad bi Ana dala Ivanu 18 kn, a Maji 43 kn, imala bi $(A - 61)$ kn.

Ivan bi imao $(I + 18)$ kn, i vrijedilo bi:

$I + 18 = 2 \cdot (A - 61)$, odnosno

1 BOD

$I + 18 = 2 \cdot A - 122$,

$I = 2 \cdot A - 122 - 18$

$I = 2 \cdot A - 140$.

1 BOD

Nakon što dobije novac od Ane, Maja bi imala $(M + 43)$ kune, te vrijedi:

$M + 43 = 3 \cdot (A - 61)$, odnosno

1 BOD

$M + 43 = 3 \cdot A - 3 \cdot 61$

$M + 43 = 3 \cdot A - 183$

$M = 3 \cdot A - 183 - 43$

$M = 3 \cdot A - 226$.

1 BOD

Svi zajedno imaju 432 kune, tj. $A + I + M = 432$.

$A + (2 \cdot A - 140) + (3 \cdot A - 226) = 432$

1 BOD

$6 \cdot A - 140 - 226 = 432$

$6 \cdot A = 432 + 140 + 226$

$6 \cdot A = 798$

$A = 798 : 6$

$A = 133$

3 BODA

Tada je:

$I = 2 \cdot A - 140 = 2 \cdot 133 - 140 = 126$

1 BOD

$M = 3 \cdot A - 226 = 3 \cdot 133 - 226 = 173$

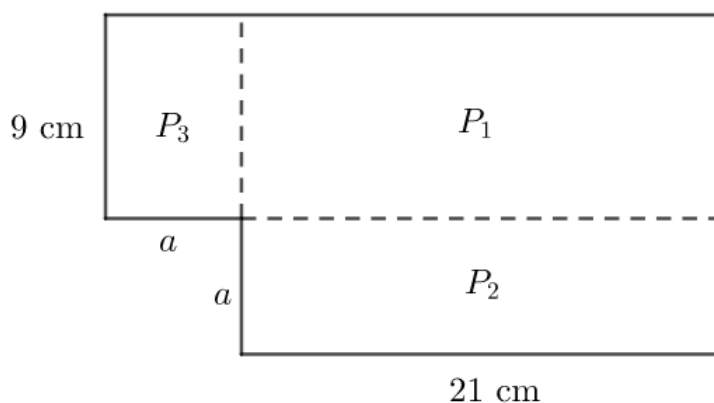
1 BOD

Ana ima 133 kune, Ivan 126 kuna, a Maja 173 kune.

..... UKUPNO 10 BODOVA

5. Stranicu kvadrata označimo s a , a površinu lika s P .

Podijelimo dobiveni lik na tri dijela čije su površine P_1 , P_2 i P_3 .



Površina P_1 iznosi $P_1 = 21 \text{ cm} \cdot 9 \text{ cm} = 189 \text{ cm}^2$.

2 BODA

Tada je $P_2 + P_3 = P - P_1 = 369 \text{ cm}^2 - 189 \text{ cm}^2 = 180 \text{ cm}^2$.

2 BODA

Vrijedi:

$$P_2 = 21a,$$

$$P_3 = 9a, \text{ pa je}$$

$$P_2 + P_3 = 21a + 9a = 30a.$$

2 BODA

Iz $30a = 180$ izračuna se

$$a = 180 : 30 = 6 \text{ cm}.$$

2 BODA

Površina kvadrata iznosi 36 cm^2 .

2 BODA

..... UKUPNO 10 BODOVA