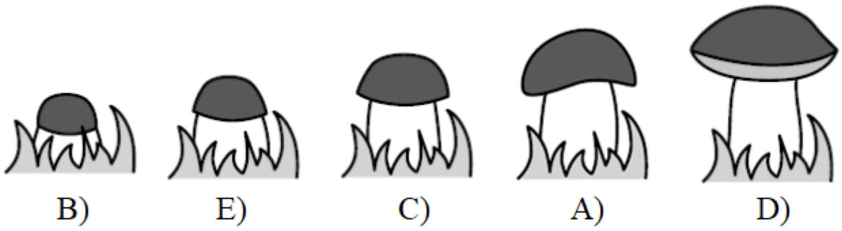
MATEMATIČKI KLOKAN E 2020.

RJEŠENJA ZADATAKA

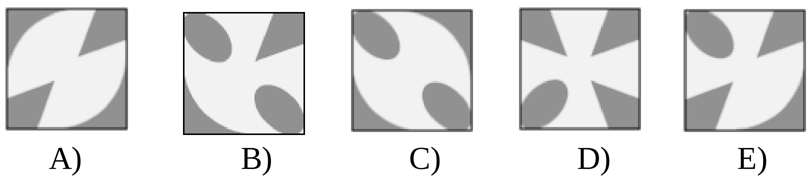
Pitanja za 3 boda:

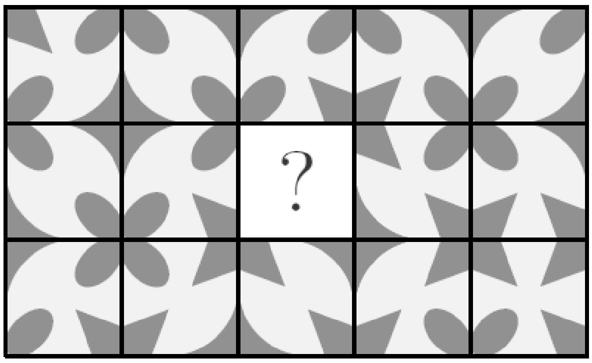
1. Gljiva raste svaki dan. Vlatka je snimala gljivu svaki dan od ponedjeljka do petka. Koju je od ovih fotografija snimila u utorak?

Rješenje: E

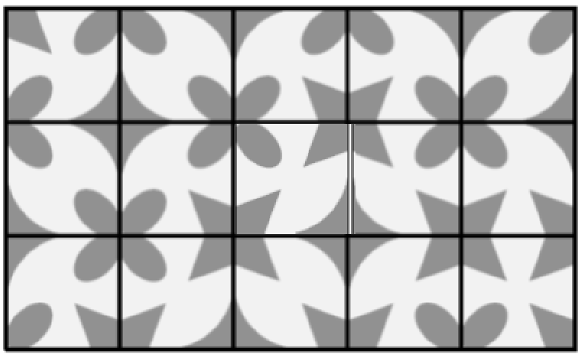


2. Koji komadić upotpunjuje uzorak na slici desno?

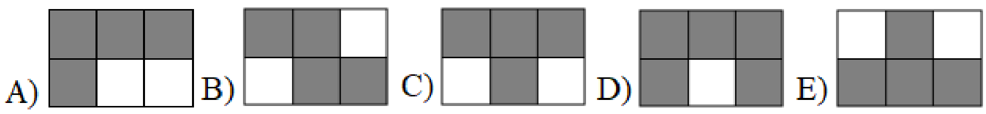




Rješenje: E



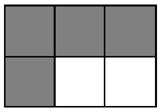
3. Vibor je osjenčao sve kvadrate desnog pravokutnika u kojima je rezultat 20. Kakav je osjenčani oblik dobio?



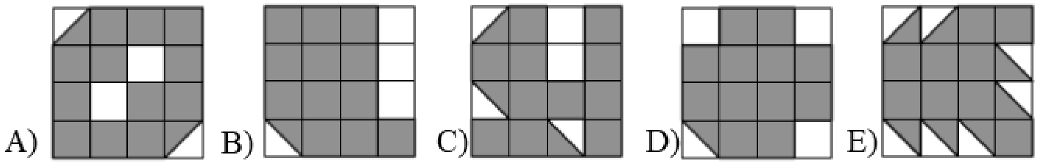
$16+4$	$19+1$	$28-8$
$2\cdot 10$	$16-4$	$7\cdot 3$

Rješenje: A

16 + 4	19 + 1	28 – 8
2 · 10	16 – 4	7 · 3

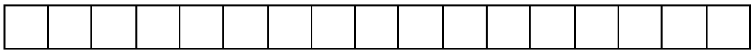
Osjenčano izgleda ovako:  .

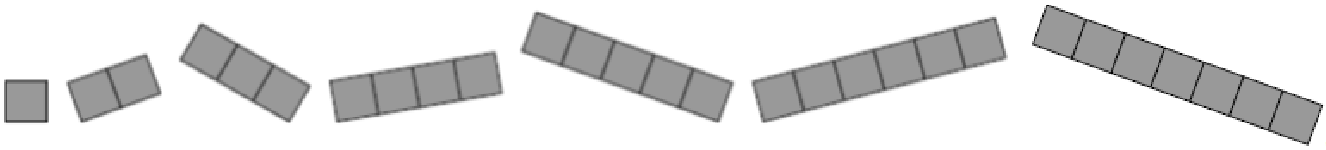
4. Koji je od donjih kvadrata najvećim dijelom osjenčan?



Rješenje: A
Po dva bijela trokutića čine jedan bijeli kvadratić. U kvadratu A ukupno su tri kvadratića bijele boje. U kvadratima B, C, D i E tri su bijela kvadratića i još polovina. Najmanji bijeli dio ima kvadrat A, što znači da je najvećim dijelom osjenčan.

5. Sven ima sedam dijelova, kao na slici dolje. Upotrijebio je nekoliko različitih dijelova za prekrivanje kvadratne mreže (na slici desno) tako da se dijelovi ne preklapaju. Pri tome je upotrijebio najveći mogući broj dijelova. Koliko ih je upotrijebio?

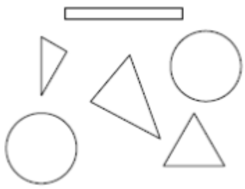


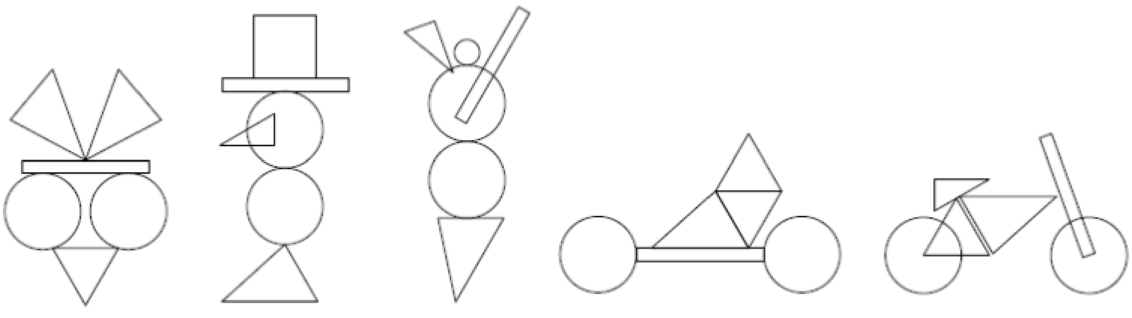


A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Rješenje: C
Kvadratna mreža koju treba prekriti ima 17 kvadratića u nizu.
Da je Sven upotrijebio svih sedam dijelova, dobio bi niz od 28 kvadratića, što je više nego što ih ima zadana mreža.
Da je upotrijebio šest od zadanih sedam dijelova, mogao bi dobiti ove nizove: 28 — 1 = 27 (nije upotrijebio dio s jednim kvadratićem), 28 — 2 = 26, 28 — 3 = 25, 28 — 4 = 24, 28 — 5 = 23, 28 — 6 = 22, 28 — 7 = 21. Svaki od njih ima više od 17 kvadratića. S pet dijelova mogao je prekriti mrežu od 17 kvadratića kombinirajući primjerice dijelove s jednim, dva, tri, pet i šest kvadratića ili dijelove s jednim, dva, tri, četiri i sedam kvadratića.
Sven je upotrijebio najviše **5** dijelova.

6. Koristeći dijelove na slici desno, mogu se složiti različiti likovi. Koji se lik na donjoj slici može dobiti slaganjem svih tih dijelova?





A) B) C) D) E)

Rješenje: E
Da bi se upotrijebili svi dijelovi, složeni lik mora imati tri međusobno različita trokuta, uski pravokutnik (štapić) i dva kruga. Lik A ima u sebi tri trokuta od kojih su dva jednaka pa nije traženi lik. Lik B ima u sebi kvadrat koji nije među zadanim dijelovima pa nije traženi lik. Lik C ima tri kruga pa nije traženi lik. Lik D ima u sebi tri trokuta od kojih su dva jednaka pa nije traženi lik. **Lik E** sadrži sve zadane dijelove pa je traženi lik.

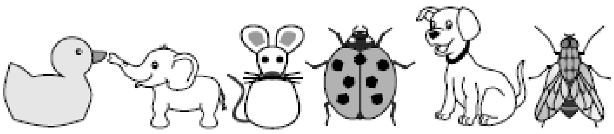
7. Ela je na pločniku kredom nacrtala veliki kvadrat s brojevima kao na slici desno. Počela je skakati s polja s brojem 1. Igra se tako da svaki put skoči na polje s brojem za 3 većim od broja na polju na kojem se nalazi. Koji je najveći broj na koji Ela može skočiti slijedeći to pravilo?

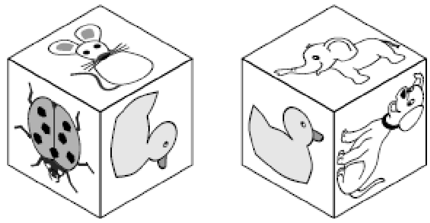
1	5	8	11
4	7	10	14
24	23	13	18
21	19	16	20

A) 11 B) 14 C) 18 D) 19 E) 24

Rješenje: D
Ela će redom skakati na polja, počevši od polja s brojem 1, s brojevima: 4, 7, 10, 13, 16 i 19. Dalje više ne može slijediti pravilo igre. Prema tome, najveći broj na koji Ela može skočiti je 19.

8. Hrvoje je nalijepio 6 naljepnica (slika dolje lijevo) na plohe kocke. Na slici dolje desno dva su položaja iste kocke. Koja se naljepnica nalazi nasuprot naljepnici s patkom?



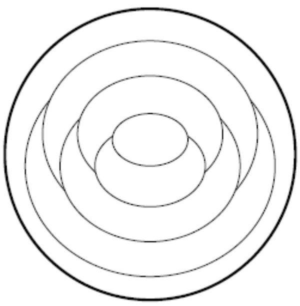


A) B) C) D) E)

Rješenje: E
Lijevo od patke odnosno njenog repa nalazi se miš, a desno od patke odnosno njene prednje strane je pas. S donje strane patke nalazi se bubamara, a s gornje strane slon. Prema tome, naljepnica s **muhom** (E) nalazi se nasuprot naljepnici s patkom.

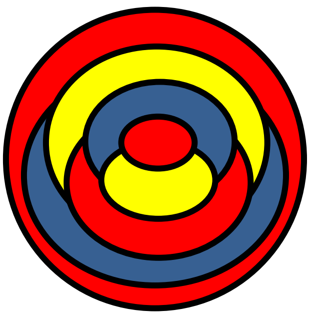
Pitanja za 4 boda:

9. Sanja želi svaki od sedam dijelova u krugu obojiti jednom od tri boje: crvenom, plavom ili žutom. Dijelove koji se dodiruju želi obojiti različitim bojama. Dio kruga uz rub obojila je crvenom bojom. Koliko će ukupno dijelova Sanja obojiti crvenom bojom?

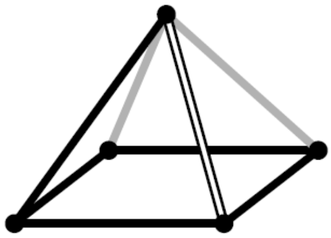


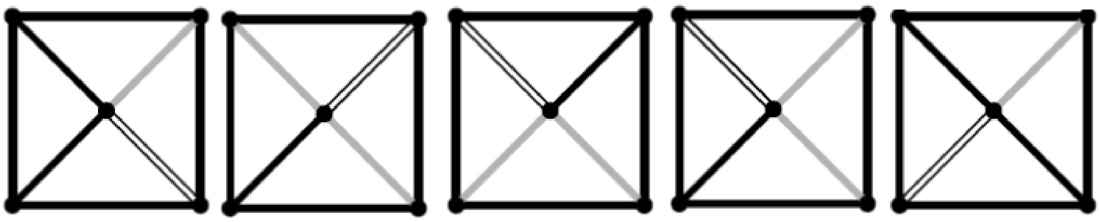
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Rješenje: C
Bojenje se započinje od ruba kruga, crvenom bojom. Kako taj dio dodiruju dva dijela, njih treba obojiti žutom i plavom bojom itd. Vidi sliku. Na slici dijelovi žute i plave boje mogu zamijeniti mjesta.



10. Kako izgleda „štapićasta piramida“ sa slike desno ako se promatra s nekog mjesta točno iznad nje?





A) B) C) D) E)

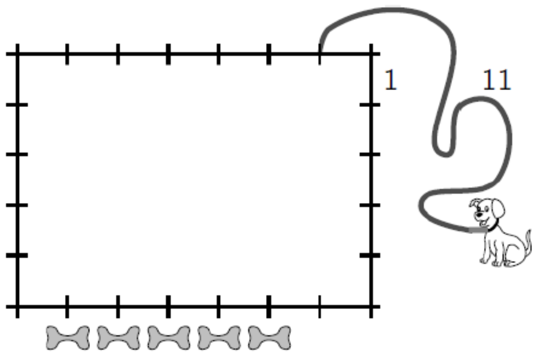
Rješenje: C

11. Zbroj triju brojeva je 50. Klara je od svakog od tih triju brojeva oduzela isti broj i dobila brojeve 24, 13 i 7 kao rezultate tih oduzimanja. Koji je od sljedećih brojeva jedan od triju na početku?

A) 9 B) 11 C) 13 D) 17 E) 23

Rješenje: A
Zbroj triju brojeva na početku bio je 50, a nakon Klarinog oduzimanja 24 + 13 + 7 = 44. S obzirom da je Klara oduzela jednake brojeve od svakog pribrojnika iz početnog zbroja, svaki je umanjila za (50 – 44) : 3 = 6 : 3 = **2**.
Brojevi na početku, prije oduzimanja, bili su: 24 + 2 = **26**, 13 + 2 = **15** i 7 + 2 = **9**.

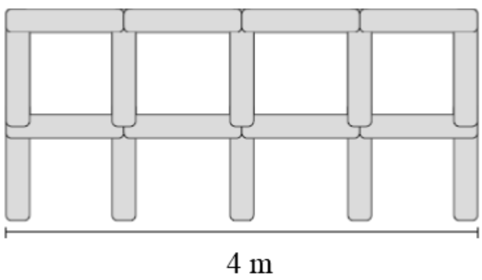
12. Denis je dio dvorišta u obliku pravokutnika sa stranicama duljina 7 metara i 5 metara privremeno ogradio. Svog je psa zavezao užetom duljine 11 metara za ogradu na udaljenosti 1 metar od ugla, kako je prikazano na slici. Na suprotnoj strani ograđenog dijela dvorišta postavio je 5 poslastica za svoga psa. Koliko njih najviše pas može doseći?



A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Rješenje: D
Pas na užetu duljine 11 m može doseći prvu, drugu, treću i četvrtu poslasticu (ako gledamo s desne strane). Prva, najbliža poslastica, od psa je udaljena 1 m + 5 m + 2 m = 8 m. Druga poslastica od psa je udaljena 1 m + 5 m + 3 m = 9 m, treća 1 m + 5 m + 4 m = 10 m, a četvrta 1 m + 5 m + 5 m = 11 m. Peta poslastica udaljena je od psa 1 m + 5 m + 6 m = 12 m > 11 m. Prema tome, pas može doseći 4 poslastice.
Ako bi pas pokušao doseći poslastice krećući se lijevom stranom, ne bi mogao doseći nijednu poslasticu jer je najbliža udaljena 6 m + 5 m + 1 m = 12 m.

13. Linda gradi ogradu koristeći se stupovima duljine 1 metar, kao na slici desno. Na slici dolje prikazana je ograda duga 4 m. Koliko stupova Linda treba za izgradnju ograde duge 10 m?

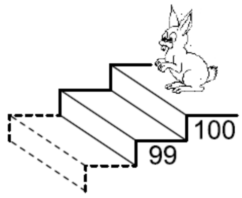


A) 22 B) 30 C) 33

D) 40 E) 42

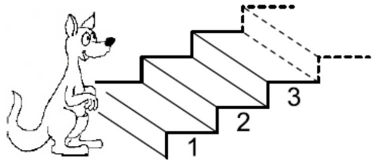
Rješenje: E
Za ogradu duljine 4 m Linda treba 4 + 5 + 4 + 5 = 18 stupova.
Za ogradu duljine 10 m Lindi će trebati 10 + 11 + 10 + 11 = 42 stupa.

14. Klokan se penje tako da skače na svaku sedmu stepenicu, a zec silazi tako da skače na svaku treću stepenicu. Na koju će stepenicu obojica skočiti?



A) 53 B) 60 C) 63

D) 70 E) 73



Rješenje: D
Klokan će skočiti na stepenice s brojevima: 7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63, **70**, 77, 84, **91**, 98, a zec na stepenice s brojevima: 97, 94, **91**, 88, 85, 82, 79, 76, 73, **70**, itd.
Obojica će skočiti na stepenicu s brojem 70.

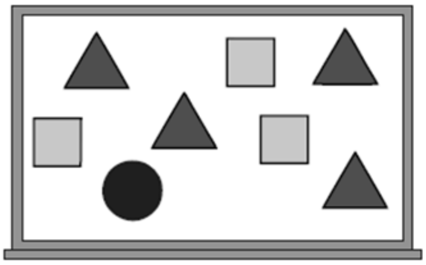
15. Fabijan ima štapiće različitih duljina: kratke od 1 cm i duge od 3 cm. Kojom od navedenih kombinacija štapića može složiti kvadrat, ali tako da ne lomi štapiće niti preklapa jedan preko drugog?

A) 5 kratkih i 2 duga B) 3 kratka i 3 duga C) 6 kratkih

D) 4 kratka i 2 duga E) 6 dugih

Rješenje: B
Opseg kvadrata četiri je puta dulji od stranice, pa ako su stranice 1, 2, 3, 4, …, opseg su brojevi 4, 8, 12, 16,…, tj. brojevi djeljivi s 4.
Ako se s nekom kombinacijom može napraviti kvadrat, tada je duljina svih štapića u toj kombinaciji opseg kvadrata. Duljine svih štapića u kombinacijama A), B), C), D) i E) su redom 11 cm, 12 cm, 6 cm, 10 cm i 18 cm.
Samo u kombinaciji B) je duljina broj koji može biti opseg kvadrata. I taj se kvadrat može složiti tako da su mu tri stranice 3 cm, a četvrta je stranica sastavljena od 3 kratka štapića.
Prema tome, bez lomljenja štapića ili njihova preklapanja moguće je složiti samo kvadrat u **B** slučaju, od 3 kratka i 3 duga štapića.

16. Učitelj je na ploči napisao 8 različitih brojeva, od 1 do 8. Zatim ih je prekrio magnetima u obliku trokuta, kvadrata i kruga. Zbroj četiriju brojeva prekrivenih trokutima je 10. Zbroj triju brojeva prekrivenih kvadratima je 20. Koji je broj prekriven krugom?

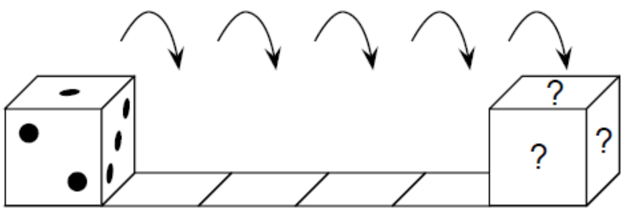


A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Rješenje: D
Zbroj svih brojeva od 1 do 8 je 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 36. Zbroj svih brojeva prekrivenih trokutima i četverokutima je 10 + 20 = 30. Jedan je broj prekriven krugom, a to je broj 36 – 30 = **6**.

Pitanja za 5 bodova:

17. Zbroj brojeva na nasuprotnim stranama standardne igraće kocke iznosi 7. Kocka je smještena na prvi kvadrat pa zakretana udesno kako je to prikazano na slici. Koliki je zbroj brojeva na stranama kocke s upitnicima u završnom položaju nakon 5 zakretanja udesno?



A) 6 B) 7 C) 9 D) 11 E) 12

Rješenje: B
Zakretanjem kocke pet puta udesno na kvadrate će redom pasti plohe s brojevima: 3, 1, 4, 6 i 3. S prednje i stražnje strane kocke uvijek će biti brojevi 2 i 5 (2 je uvijek vidljiv, a 5 nevidljiv). U 5. zakretanju donja će ploha biti s brojem 3, gornja s brojem **4** (7 – 3 = 4), desna s brojem **1** i prednja s brojem **2**. Zbroj brojeva na stranama kocke s upitnicima je **4 + 1 + 2 = 7**.

18. Nekoliko je ekipa došlo u Klokanov ljetni kamp. Svaka ekipa ima 5 ili 6 članova. Ukupan broj sudionika je 43. Koliko je ekipa u kampu?

A) 4 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

Rješenje: D
Šesteročlanih ekipa može biti najviše 7 jer da ih je više, broj bi sudionika bio veći od 43.
Napravimo tablicu:

Broj ekipa sa 6 članova	7	6	5	4	3	2	1	0
n je broj sudionika u svim šesteročlanim ekipama	42	36	30	24	18	12	6	0
$43 - n$ je preostali broj sudionika	1	7	13	19	25	31	37	43

Preostali je broj sudionika trebao biti iz peteročlanih ekipa, a to je moguće samo u kombinaciji kad je šesteročlanih ekipa bilo 3, a peteročlanih 5.
U kampu je **8 ekipa**: 5 peteročlanih i 3 šesteročlane.

19. Jana ima nekoliko sličica papige. Želi obojiti glavu, tijelo i krila svake papige crvenom, zelenom ili plavom bojom tako da svaka boja bude zastupljena na svakoj slici. Jednoj je papigi obojila glavu crvenom, tijelo plavom, a krila zelenom bojom. Koliko još papiga mora obojiti da bi sve bile različito obojene?

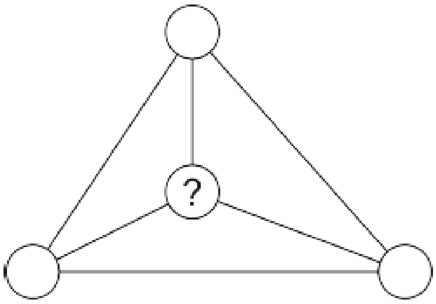
A) 1 B) 2 C) 4 D) 5 E) 9

Rješenje: D
Neka je crvena boja označena s C u tablici, plava s P, a zelena sa Z.

glava	C	C	P	P	Z	Z
tijelo	P	Z	C	Z	P	C
krila	Z	P	Z	C	C	P

Ukupno je moguće obojiti 6 različitih papiga, ali Jana je već jednu obojila pa ih treba obojiti još 5.

20. Trokut je podijeljen na tri manja trokuta, kao što se vidi na slici.
U kružiće koji se nalaze u vrhovima trokuta treba upisati brojeve 1, 2, 3 i 4.
Zbrojevi brojeva u tri kružića svakog manjeg trokuta moraju biti 6, 8 i 9.
Koji broj treba upisati u kružić označen upitnikom da bi bili ispunjeni svi uvjeti?



A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Rješenje: C
Kad bismo zbrojili sve zbrojeve u sva tri manja trokuta, s jedne bismo strane dobili $6 + 8 + 9 = 23$, a s druge strane to je jednako dvostrukom zbroju brojeva u svim "vanjskim" krugovima na slici, uvećanom za broj koji je pod upitnikom. Dakle, nepoznati je broj $23 - 2 \cdot (1 + 2 + 3 + 4) = 3$.

21. Marko je pokušao pogoditi ime djevojčice s tri imena. Pitao ju je triput zaredom: „Jesi li ti Ana Marija Katarina?“, „Jesi li ti Ana Mara Klara?“, „Jesi li ti Astrid Mara Katarina?“ Svaki je put jedno ime i njegovo mjesto u nizu bilo točno. Kako se zove djevojčica s tri imena?

A) Astrid Marija Klara B) Astrid Mara Klara C) Ana Mara Katarina

D) Ana Marija Klara E) Astrid Mara Katarina

Rješenje: A

Jedino prvo ime „Astrid Marija Klara“ zadovoljava uvjet da je u svakom pitanju jedno ime i njegovo mjesto u nizu bilo točno. Ostala imena to ne zadovoljavaju. Naime, u imenu „Astrid Mara Klara“ imena Astrid i Mara pojavila su se oba u trećem pitanju na pravome mjestu; u imenu „Ana Mara Katarina“ imena Ana i Mara pojavila su se u drugom pitanju na pravome mjestu; u imenu „Ana Marija Klara“ imena Ana i Marija na pravome su se mjestu pojavila u prvom pitanju; u imenu „Astrid Mara Katarina“ sva tri imena pojavila su se na pravome mjestu u trećem pitanju.

22. Od šestero ljudi svatko je naručio po jednu kuglicu sladoleda. Naručili su 3 kuglice od vanilije, 2 kuglice od čokolade i jednu kuglicu od limuna. Ukrasili su sladolede s 3 trešnje, 2 vafla i jednim čokoladnim listićem, po jedan ukras na svaki sladoled. Nakon ukrašavanja nitko od njih šestero nije imao jednake sladolede. Koja od sljedećih kombinacija nije moguća?

A) čokolada s trešnjom   B) vanilija s trešnjom   C) limun s vaflom

D) čokolada s vaflom   E) vanilija s čokoladnim listićem

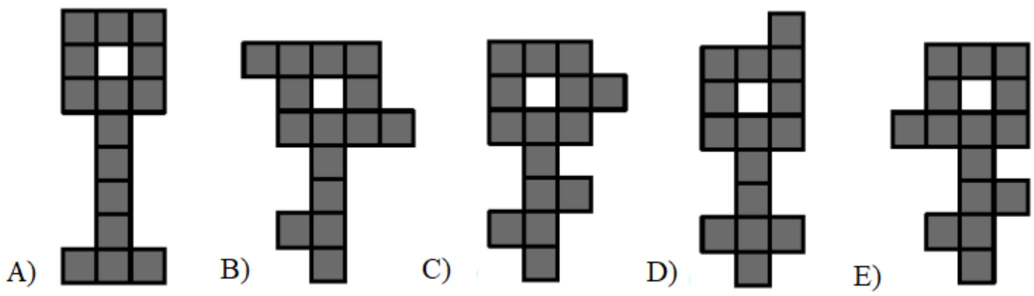
Rješenje: C
Da bi izbjegli jednake sladolede, tri trešnje moraju ići na tri različita okusa: trešnja + vanilija, trešnja + čokolada i trešnja + limun. Dva vafla moraju ići na dva različita okusa, čokoladu i vaniliju. Šesti je sladoled kombinacija vanilije i čokoladnog listića.

23. Na polici se nalaze knjige različite veličine. Lijevo od najveće knjige nalazi se 20 knjiga. Desno od najmanje knjige nalaze se 22 knjige. Najveća i najmanja knjiga susjedne su najstarijoj knjizi. Koji je najmanji mogući broj knjiga na polici?

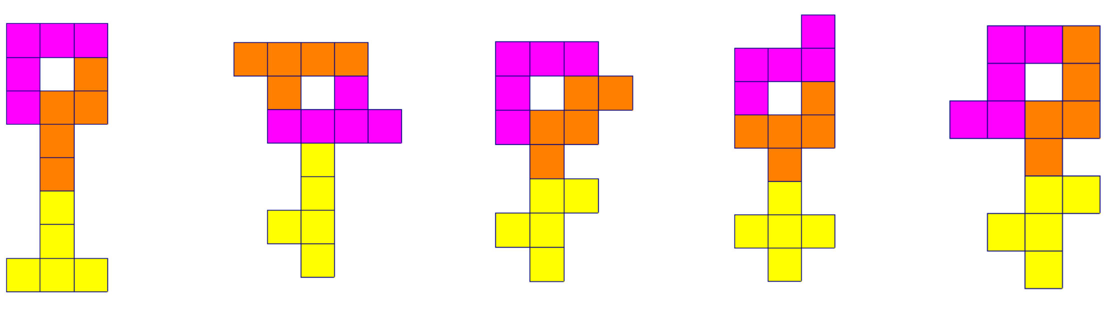
A) 40   B) 41   C) 42   D) 43   E) 45

Rješenje: B
Najveća (V) i najmanja (m) knjiga susjedne su najstarijoj (S) pa se one mogu nalaziti lijevo ili desno od nje: VSm ili mSV.
Promatramo **položaj VSm**.
Lijevo od najveće knjige nalazi se 20 knjiga, a desno od najmanje 22 knjige pa je na polici ukupno
20 + 3 + 22 = **45 knjiga**.
Promatramo položaj mSV.
Lijevo od najveće knjige nalazi se 20 knjiga odnosno 18 + m + S, a desno od najmanje 22 knjige odnosno S + V + 20, pa je na polici ukupno 18 + 3 (mSV) + 20 = **41 knjiga**.

24. Koji od ključeva nije moguće rastaviti u tri različita lika sastavljena od 5 sivih kvadratića?



Rješenje: B



Rezultati natjecanja najbolje plasiranih učenika bit će objavljeni 4. svibnja 2020. na internetskoj stranici HMD-a.
Primjedbe učenika na plasman primaju se isključivo elektronskim putem na e-mail klokan@math.hr do 11. svibnja 2020. u 23:59.
Nagrade najboljim učenicima dodjeljivat će se od 21. svibnja 2020.
Obavijesti se mogu dobiti na internetu – **http://www.matematika.hr/klokan/2020/.**