



MATEMATIČKI KLOKAN L 2020.

RJEŠENJA ZADATAKA

Pitanja za 3 boda:

1. Marinko je snimao *selfije* ispred dvorca na slici desno.

Koja od slika može biti njegov *selfie*?



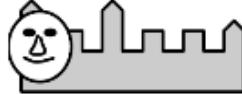
A)



B)



C)



D)



E)

Rješenje: E

2. Pletenica na slici dolje složena je od tri vrpce: bijele, sive i crne. Koje je boje koja vrpca?

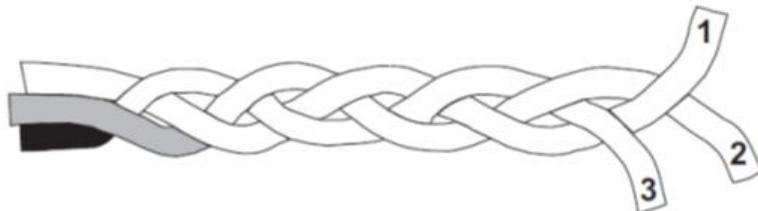
A) 1 je siva, 2 je bijela, 3 je crna

B) 1 je bijela, 2 je crna, 3 je siva

C) 1 je bijela, 2 je siva, 3 je crna

D) 1 je crna, 2 je siva, 3 je bijela

E) 1 je siva, 2 je crna, 3 je bijela

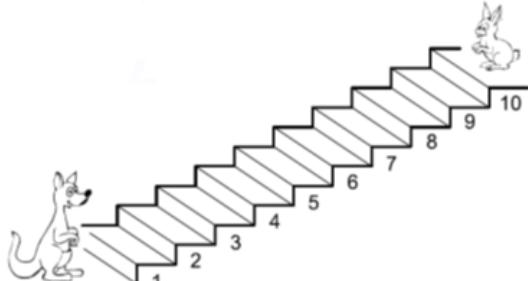


Rješenje: C

3. Klokan se penje skačući na svaku treću stepenicu, a zec silazi skačući na svaku drugu stepenicu. Na koju će stepenicu obojica skočiti?

A) 3 B) 4 C) 5

D) 6 E) 7



Rješenje: D

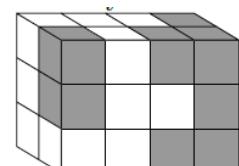
Klokan će skočiti na stepenicu broj 3, pa 6, sljedeća bi bila 9.

Zec će skočiti na stepenicu 8, pa 6, sljedeća bi bila 4.

Obojica će skočiti na 6. stepenicu.

4. Ivanka je složila blok (vidi sliku desno) koristeći se s nekoliko bijelih i 14 sivih jednakih kocaka. Koliko se sivih kocaka ne vidi na slici?

A) 1 B) 3 C) 5 D) 6 E) 8



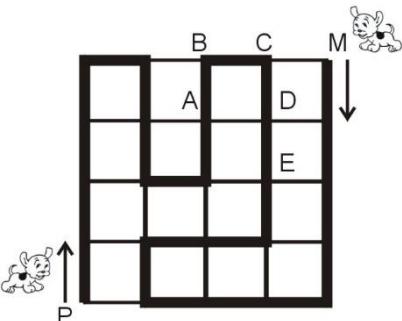
Rješenje: D

Na slici se vidi 8 sivih kocaka. Dakle, ne vidi se $14 - 8 = 6$ sivih kocaka.

Pitanja za 4 boda:

5. Dva psa žele prošetati stazom u parku (označenom debelom crnom crtom na slici desno). Jedan pas treba krenuti iz mjesta P i hodati prema mjestu M, a drugi treba krenuti iz mjesta M i hodati prema mjestu P. Ako oba psa krenu u isto vrijeme i hodaju jednakim koracima, u kojoj će se točki sresti?

- A) A B) B C) C D) D E) E



Rješenje: D

Pas koji kreće iz mjesta P do mjesta A ima 9 jednakih dužina, do mjesta B 10 jednakih dužina, do mjesta C 11 jednakih dužina, do mjesta **D 12** jednakih dužina, a do mjesta E 13 jednakih dužina.

Pas koji kreće iz mjesta M do mjesta A ima 15 jednakih dužina, do mjesta B 14 jednakih dužina, do mjesta C 13 jednakih dužina, do mjesta **D 12** jednakih dužina, a do mjesta E 11 jednakih dužina.

Psi će se sresti u točki D.

6. Dijana je u niz napisala redom sve brojeve manje od 19. Zatim je obrisala sve znamenke 1, 3, 5, 7 i 9. Koja se znamenka nalazi u sredini novog niza?

- A) 0 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

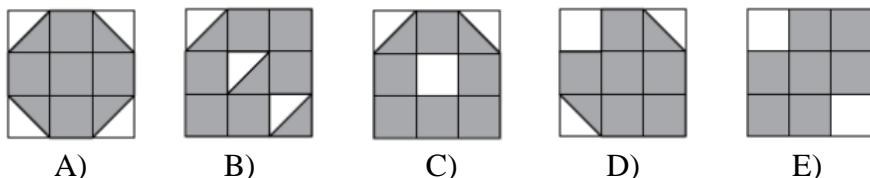
Rješenje: A

Dijana je napisala sljedeći niz: 123456789101112131415161718.

Nakon što je obrisala sve znamenke 1, 3, 5, 7 i 9, dobila je novi niz: 2 4 6 8 0 2 4 6 8.

U sredini toga niza nalazi se znamenka 0.

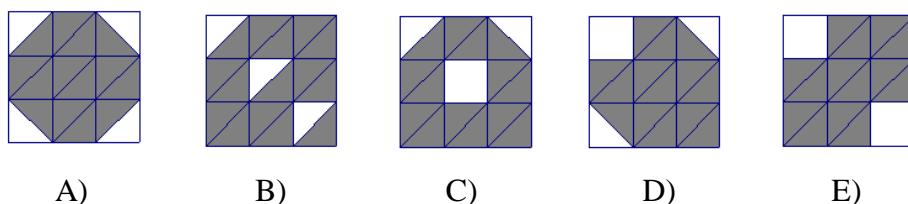
7. Na kojoj je slici veći sivi dio nego na ostalima?



Rješenje: B

1. način:

Svi se sivi dijelovi svakog velikog kvadrata mogu razdijeliti na male jednakane trokute. Prebrojavanjem malih sivih trokuta otkrit ćemo koji od njih ima veći sivi dio od ostalih.



Kvadrat A ima 14 malih sivih trokuta. Kvadrat B ima **15** malih sivih trokuta. Kvadrat C ima 14 malih sivih trokuta. Kvadrat D ima 14 malih sivih trokuta. Kvadrat E ima 14 malih sivih trokuta.

Dakle, kvadrat B (odnosno slika B) ima više sivog dijela od ostalih kvadrata (slika).

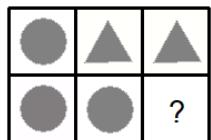
2. način:

Možemo prebrojati bijele trokutiće unutar svakog kvadrata. Onaj kvadrat koji ima manji broj bijelih trokutića u odnosu na ostale kvadrate je kvadrat s većim sivim dijelom od ostalih kvadrata.

Kvadrat A ima 4 bijela trokutića. Kvadrat B ima **3** bijela trokutića. Kvadrat C ima 4 bijela trokutića. Kvadrat D ima 4 bijela trokutića. Kvadrat E ima 4 bijela trokutića.

Dakle, kvadrat B (odnosno slika B) ima manje bijelog dijela od ostalih kvadrata (slika).

8. Stanko želi upisati brojeve 1, 2, 3, 4, 5 i 6 u sve kvadrate pravokutnika na slici desno, svaki broj u jedan kvadrat. Pri tome želi da zbroj brojeva u kvadratima s krugovima bude jednak zbroju brojeva u kvadratima s trokutima i iznosi 10. Koji će broj upisati u kvadrat s upitnikom?



- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Rješenje: A

1. način

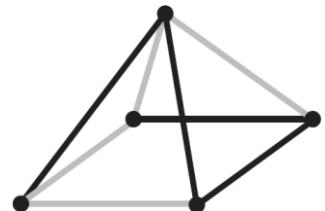
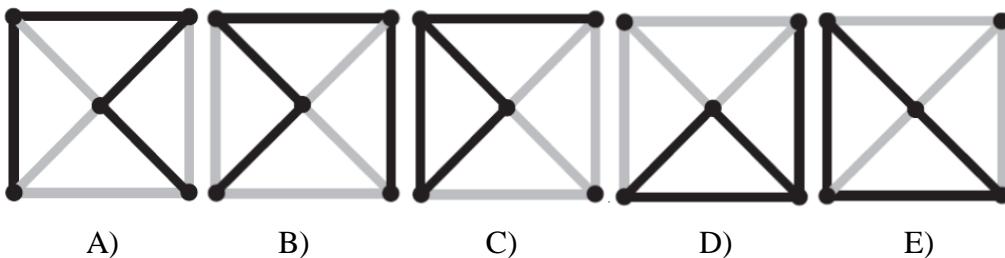
Zbroj svih brojeva koje Stanko želi upisati u kvadrate pravokutnika je $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$. U kvadrate s trokutima treba upisati brojeve kojima je zbroj 10, u kvadrate s krugovima treba upisati brojeve kojima je zbroj 10. U kvadrat s upitnikom upisat će $21 - (10 + 10) = 21 - 20 = 1$.

2. način

Zbroj dvaju brojeva u kvadratima s trokutima mora biti 10. To je moguće jedino zbrajanjem zadanih brojeva 4 i 6. Također, u kvadrate s krugovima možemo upisati samo 2, 3 i 5 kako bismo dobili zbroj 10. Ostaje nam broj 1 koji upisujemo u bijeli kvadrat.

Pitanja za 5 bodova:

9. Kako izgleda „štapićasta piramida“ sa slike desno ako se promatra s nekog mesta točno iznad nje?

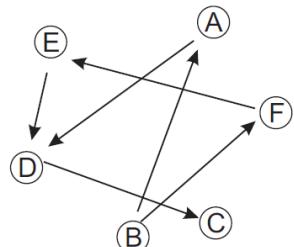


- A) B) C) D) E)

Rješenje: A

10. Strelica koja pokazuje od jedne osobe prema drugoj znači da je prva osoba viša od druge osobe. Na primjer, osoba B viša je od osobe A. Koja je osoba najniža?

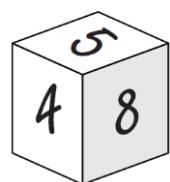
- A) A B) B C) C D) D E) E



Rješenje: C

Osoba C nije viša ni od koga. Dakle, osoba C je najniža.

11. Šest različitih brojeva odabranih između brojeva 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 i 9 napisano je na stranama kocke, svaki od njih na jednoj strani kocke. Zbrojevi brojeva na svakom paru suprotnih strana kocke jednaki su. Koji broj može biti nasuprot strani s brojem 5?



- A) 3 B) 5 C) 6 D) 7 E) 9

Rješenje: C

1. način

Kada bi nasuprot broju 8 bio broj 1, onda bi brojevi 4 i 5 bili nasuprotni, što nisu.

Ne može nasuprot broju 8 biti ni broj 2, jer bi tada nasuprot broju 5 trebao biti broj 5, što je nemoguće. Ako je nasuprot broju 8 broj 3, onda je njihov zbroj 11. Tada se nasuprot broju 4 mora nalaziti broj 7, a **nasuprot broju 5 broj 6**.

Ostali zbrojevi nisu mogući ($8 + 6 = 9 + 5 = 10 + 4 = 11 + 3 = 12 + 2 = 13 + 1 = 14$).

2. način

Nasuprot broju 5 mora se nalaziti broj veći od 3 zbog uvjeta jednakih zbrojeva brojeva na suprotnim stranama. Naime, ako se nasuprot broju 8 nalazi najmanji broj 1, onda je njihov zbroj 9. To je najmanji zbroj u kojem je jedan od pribrojnika 8.

Ako je broj 6 nasuprot broju 5, tada je njihov zbroj 11. U tom slučaju nasuprot broju 8 nalazi se broj 3, a nasuprot broju 4 broj 7.

Ako je broj 7 nasuprot broju 5, tada je njihov zbroj 12. U tom slučaju nasuprot broju 8 trebao bi se nalaziti broj 4, što nije moguće jer je 4 na susjednoj strani broja 8.

Ako je broj 9 nasuprot broju 5, tada je njihov zbroj 14. U tom slučaju nasuprot broju 8 trebao bi se nalaziti broj 6, a nasuprot broju 4 broj 10, što nije moguće jer broj 10 nije među zadanim brojevima. Prema tome, nasuprot broju 5 može biti jedino broj 6.

12. Marica i Ivica razmjenjuju slatkiše. Prvo je Ivica dao Marici onoliko slatkiša koliko ih je imala Marica. Zatim je Marica dala Ivici onoliko slatkiša koliko je njemu ostalo nakon prve razmjene. Nakon te dvije razmjene svatko je od njih imao 4 slatkiša. Koliko je Ivica imao slatkiša na početku?

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

Rješenje: B

Riješimo zadatak unatrag.

MARICA	IVICA
4	4
6	2
3	5

Iz raspodjele na kraju znamo da su Ivica i Marica cijelo vrijeme razmjenjivali ukupno 8 slatkiša.

S obzirom da je Marica u drugoj razmjeni Ivici dala onoliko slatkiša koliko je njemu ostalo nakon prve razmjene, znači da je Ivica nakon prve razmjene imao $4 : 2 = 2$ slatkiša, a Marica $8 - 2 = 6$.

U prvoj razmjeni Ivica je dao Marici onoliko slatkiša koliko ih je imala Marica, znači da je Marica imala $6 : 2 = 3$ slatkiša na početku, a Ivica $8 - 3 = 5$.

Rezultati natjecanja najbolje plasiranih učenika bit će objavljeni 4. svibnja 2020. na internetskoj stranici HMD-a. Primjedbe učenika na plasman primaju se isključivo elektronskim putem na e-mail klokan@math.hr do 11. svibnja 2020. u 23:59.

Nagrade najboljim učenicima dodjeljivat će se od 21. svibnja 2020.

Obavijesti se mogu dobiti na internetu – <http://www.matematika.hr/klokan/2020/>.