MINISTARSTVO ZNANOSTI I OBRAZOVANJA REPUBLIKE HRVATSKE
AGENCIJA ZA ODGOJ I OBRAZOVANJE
HRVATSKO MATEMATIČKO DRUŠTVO

DRŽAVNO NATJECANJE
IZ MATEMATIKE
11. svibnja 2021.

5. razred – osnovna škola

Svaki zadatak vrijedi 10 bodova. Osim konačnog rezultata boduje se i postupak. Da bi se dobili svi bodovi, potrebno je pronaći sva rješenja i utvrditi da nema drugih, zapisati postupak te obrazložiti svoje zaključke.

1. Krojačica Ana ima platno oblika pravokutnika kojemu je duljina jedne stranice 70 % duljine druge stranice. Režući platno po dužini čije su krajnje točke polovišta dviju susjednih stranica tog pravokutnika dobila je dijelove oblika pravokutnog trokuta i peterokuta. Opseg je peterokuta za 68 dm veći od opsega trokuta. Kolika je površina platna?

2. Duljine stranica kartona pravokutnog oblika, izražene u decimetrima, su prirodni brojevi. Iz svakog od njegovih kutova izrezan je kvadrat sa stranicom duljine 25 cm. Preostali dio kartona iskorišten je za slaganje kutije bez poklopca čiji je obujam 112.5 dm^3. Odredi sve moguće duljine stranica početnog kartona.

3. Gea je zamislila broj. Kad bi oblikovala niz koji ima 2021 član tako da je prvi član zamišljeni broj, a svaki je sljedeći član veći za 20.21 od prethodnog, zbroj svih brojeva tog niza bio bi 11.1 puta veći od $2021 \cdot 2021$. Koji je broj zamislila Gea?

4. Trojica prijatelja Ante, Karlo i Tomo crtali su zastave država u koje bi voljeli otputovati. Ante je nacrtao 20, Karlo 25, a Tomo 28 zastava. Broj zastava koje su nacrtali i Karlo i Ante jednak je tri petine broja zastava koje je nacrtao Ante. Broj zastava koje su nacrtali i Tomo i Ante jednak je četvrtini broja zastava koje je nacrtao Ante. Broj zastava koje su nacrtali i Karlo i Tomo jednak je dvije sedmine broja zastava koje je nacrtao Tomo. Broj zastava koje su nacrtala sva trojica sedamnaest je puta manji od ukupnog broja svih zastava koje je nacrtao barem jedan od njih trojice.
Koliko su ukupno različitih zastava nacrtali Ante, Karlo i Tomo?

5. Na Morskim susretima, natjecanju u igrama uz more i bazen, sudjeluje 8 Dubrovčana, 7 Zadrana, 2 Hvarana i 3 Splićana. Trebaju sastaviti peteročlanu ekipu u kojoj će biti barem jedan natjecatelj iz svakog od ta četiri grada. Na koliko različitih načina mogu sastaviti ekipu?

Nije dopuštena uporaba džepnog računala niti bilo kakvih priručnika.

MINISTARSTVO ZNANOSTI I OBRAZOVANJA REPUBLIKE HRVATSKE
AGENCIJA ZA ODGOJ I OBRAZOVANJE
HRVATSKO MATEMATIČKO DRUŠTVO

DRŽAVNO NATJECANJE
IZ MATEMATIKE
11. svibnja 2021.

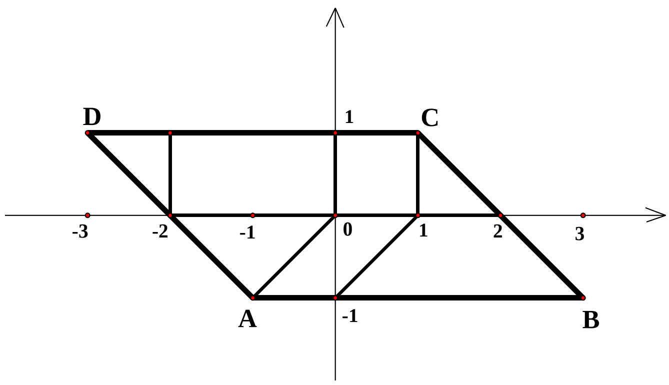
6. razred – osnovna škola

Svaki zadatak vrijedi 10 bodova. Osim konačnog rezultata boduje se i postupak. Da bi se dobili svi bodovi, potrebno je pronaći sva rješenja i utvrditi da nema drugih, zapisati postupak te obrazložiti svoje zaključke.

1. Zbroj 86 uzastopnih cijelih brojeva iznosi 2021. Za koliko je aritmetička sredina svih pozitivnih brojeva među njima veća od aritmetičke sredine svih negativnih brojeva?

2. Ako četveroznamenkastom broju ispustimo jednu znamenku pa dobiveni troznamenkasti broj pribrojimo početnom četveroznamenkastom broju, dobivamo 1254. Odredi početni četveroznamenkasti broj.

3. U koordinatnom sustavu nacrtan je paralelogram *ABCD*, podijeljen na sedam dijelova: tri trokuta, pravokutnik, kvadrat, paralelogram i trapez.



Odredi koje dijelove treba cijele osjenčati da bi bilo osjenčano 62.5 % paralelograma *ABCD*, pri čemu je osjenčan:
a) najmanji mogući broj njegovih dijelova
b) najveći mogući broj njegovih dijelova.

4. U pravokutnom trokutu ΔABC točka P je polovište najdulje stranice $\overline{AB}$, a točka N je nožište visine iz vrha C. Dokaži da simetrala kuta $\angle ACB$ dijeli kut $\angle NCP$ na dva jednaka dijela.

5. U skladištu jedne trgovine ostalo je puno čokolada u 12 različitih vrsta. Pojedinačne cijene u kunama po jedne čokolade od svake vrste su redom: 11, 12, 15, 16, 20, 21, 25, 26, 27, 28, 29 i 30. Na koliko različitih načina je moguće složiti paket od tri čokolade čija je ukupna vrijednost u kunama broj djeljiv s 5?

Nije dopuštena uporaba džepnog računala niti bilo kakvih priručnika.

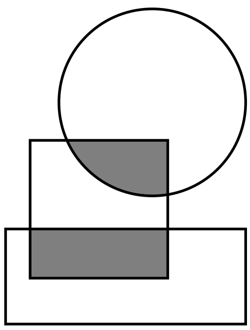
MINISTARSTVO ZNANOSTI I OBRAZOVANJA REPUBLIKE HRVATSKE
AGENCIJA ZA ODGOJ I OBRAZOVANJE
HRVATSKO MATEMATIČKO DRUŠTVO

DRŽAVNO NATJECANJE
IZ MATEMATIKE
11. svibnja 2021.

7. razred – osnovna škola

Svaki zadatak vrijedi 10 bodova. Osim konačnog rezultata boduje se i postupak. Da bi se dobili svi bodovi, potrebno je pronaći sva rješenja i utvrditi da nema drugih, zapisati postupak te obrazložiti svoje zaključke.

1. Na slici je osjenčana $\frac{1}{8}$ kruga i $\frac{1}{4}$ pravokutnika. Površina kvadrata jednaka je polovini zbroja površina kruga i pravokutnika. Ako se zna da je osjenčano 40 % kvadrata, odredi u kojem se omjeru zbroj površina kruga i kvadrata odnosi prema površini pravokutnika.



2. Zadan je tupokutan jednakokračan trokut ΔABC s osnovicom $\overline{AB}$. Na osnovici je dana točka D tako da je $|\angle ACD| = 35°$. Na kraku $\overline{BC}$ dana je točka E tako da je $|CE| = |CD|$. Odredi $|\angle BDE|$.

3. Umnožak dva različita prirodna broja je 15 puta veći od njihova zbroja. Koje sve vrijednosti može poprimiti razlika većeg i manjeg broja?

4. Na svakoj strani kocke napisan je po jedan prirodan broj. Svakom vrhu kocke pridružen je umnožak triju brojeva koji se nalaze na onim stranama kocke koje sadrže taj vrh. Zbroj svih osam brojeva pridruženih vrhovima iznosi 455. Koliko iznosi zbroj svih brojeva napisanih na stranama kocke?

5. Nađi najmanji prirodan broj n takav da za svaki skup od n točaka s cjelobrojnim koordinatama, od kojih nikoje tri ne leže na istom pravcu, postoji trokut s vrhovima iz tog skupa za kojeg vrijedi da polovišta njegovih stranica također imaju cjelobrojne koordinate.

Nije dopuštena uporaba džepnog računala niti bilo kakvih priručnika.

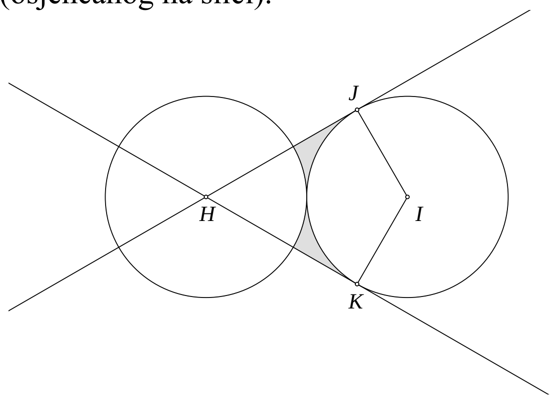
MINISTARSTVO ZNANOSTI I OBRAZOVANJA REPUBLIKE HRVATSKE
AGENCIJA ZA ODGOJ I OBRAZOVANJE
HRVATSKO MATEMATIČKO DRUŠTVO

DRŽAVNO NATJECANJE
IZ MATEMATIKE
11. svibnja 2021.

8. razred – osnovna škola

Svaki zadatak vrijedi 10 bodova. Osim konačnog rezultata boduje se i postupak. Da bi se dobili svi bodovi, potrebno je pronaći sva rješenja i utvrditi da nema drugih, zapisati postupak te obrazložiti svoje zaključke.

1. Dvije kružnice jednakih radijusa dodiruju se izvana. Iz središta jedne kružnice povučene su tangente na drugu kružnicu. Odredi omjer površine četverokuta čiji su vrhovi središta kružnica i dirališta tangenti te površine dijela ravnine između tangenti i krugova određenih zadanim kružnicama (osjenčanog na slici).



2. Ako za brojeve a i b vrijedi $a + 10b = 1$, kolika je najveća moguća vrijednost umnoška $a \cdot b$? Odredi vrijednosti brojeva a i b za koje se ta vrijednost postiže.

3. Neka su duljine svih stranica pravokutnog trokuta prirodni brojevi. Dokaži da je duljina barem jedne stranice broj djeljiv s 5.

4. Neka je ΔABK trokut sa šiljastim kutovima u vrhovima A i B. Na stranici $\overline{KA}$ odabrane su točke D i N, a na stranici $\overline{KB}$ točke C i M tako da su pravci CD, MN i AB usporedni. Pravci AB i CD su od pravca NM udaljeni 4 cm. Polovište dužine $\overline{NM}$ je od pravca AK udaljeno 4 cm, a od pravca BK udaljeno 3 cm. Ako površina četverokuta $ABCD$ iznosi 80 cm^2, odredi površinu trokuta ΔABK.

5. Dvanaest prijatelja odlučilo je n večeri zaredom izaći na zajedničku večeru. U svakom od tih n izlazaka oni se raspoređuju tako da sjede oko m stolova, za svakim stolom isti broj prijatelja. Postoji li takav raspored sjedenja da svatko od njih ima priliku barem jednom sjediti za istim stolom sa svakim od 11 preostalih prijatelja, ako je:

a) $n = 5$ i $m = 4$?
b) $n = 4$ i $m = 3$?
c) $n = 3$ i $m = 2$?

Nije dopuštena uporaba džepnog računala niti bilo kakvih priručnika.