



HRVATSKA MATEMATIČKA OLIMPIJADA ZA KADETE

drugo kolo – utorak, 23. lipnja 2020.

Svaki zadatak vrijedi 10 bodova. Osim konačnog rezultata boduje se i postupak. Kako bi se dobili svi bodovi, potrebno je pronaći sva rješenja i utvrditi da nema drugih, zapisati postupak te obrazložiti svoje zaključke.

Zadatci za 6. razred

1. Nađi najmanji višeznamenasti broj koji započinje znamenkom 1 sa svojstvom da, premjestimo li tu znamenku 1 s početka na kraj, iza znamenke jedinica, dobivamo broj tri puta veći od početnog.
2. Na jednom natjecanju iz matematike sudjeluje 12 Varaždinaca, 8 Zadrana i 2 Osječana. Trebaju sastaviti peteročlanu ekipu u kojoj će biti barem po jedan učenik iz svakog od tih triju gradova, ali ne smiju biti tri učenika iz istog grada. Na koliko različitih načina oni mogu sastaviti ekipu?
3. Pravac p siječe dužinu \overline{AB} u točki C . Točka D nalazi se na pravcu p , različita je od C i vrijedi $|AC| = |AD|$. Točka E nalazi se na pravcu p i vrijedi $|EC| = |EB|$. Pravac paralelan s pravcem p koji prolazi točkom A i pravac paralelan s pravcem AB koji prolazi točkom E sijeku se u točki F . Dokaži da vrijedi $|FB| = |FD|$.
4. Duljine svih stranica pravokutnika, izražene u centimetrima, prirodni su brojevi. Povećamo li širinu i visinu tog pravokutnika za 10 cm, njegova će se površina udvostručiti. Odredi dimenzije svih takvih pravokutnika.
5. Jelena i Krešo igraju igru zapisujući pomoću znamenaka iz skupa $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ šestoznamenasti broj s različitim znamenkama. Najprije Jelena bira znamenku jedinica, zatim Krešo bira znamenku desetica i dalje redom: Jelena bira znamenku stotica, Krešo znamenku tisućica, Jelena znamenku desetstisućica i na kraju Krešo bira znamenku stotisućica. Ako je tako nastali šestoznamenasti broj s različitim znamenkama djeljiv s 3, onda pobjeđuje Krešo, a ako taj broj nije djeljiv s 3, onda pobjeđuje Jelena.
Odredi koji od igrača ima strategiju za pobjedu i objasni tu strategiju.