

Hrvatsko matematičko društvo

Hrvatska matematička olimpijada za kadete

HRVATSKA MATEMATIČKA OLIMPIJADA ZA KADETE

prvo kolo – subota, 12. lipnja 2021.

Zadatci za 5. razred

1. Čarobni napitak

Petar i Tomo igraju igru u kojoj se koriste novčanice od 3 kruna i 5 kruna. Ako stanu na zlatno polje mogu kupiti čarobni napitak. Petar je platio napitak novčanicama od 3 kruna, a Tomo novčanicama od 5 kruna. Kolika je cijena čarobnog napitka ako su zajedno dali više od 60, a manje od 70 novčanica?

2. Brajica

Brajica je pismo kojim se koriste slijepi i slabovidne osobe, a sastoji se od izbočenih točkica otisnutih na posebnom papiru. Svi znakovi se prikazuju kao kombinacije istaknutih točaka raspoređenih u dva stupca po tri točke. Ovdje su prikazani znakovi koji se koriste za pisanje brojeva (istaknute točke su crne boje):

„broj“	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
○ ●	● ○	● ○	● ●	● ●	● ○	● ●	● ●	● ○	○ ●	○ ●
○ ●	○ ○	● ○	○ ○	○ ○	○ ●	● ○	● ○	● ○	● ○	○ ○
● ●	○ ○	○ ○	○ ○	○ ○	○ ○	○ ○	○ ○	○ ○	○ ○	○ ○

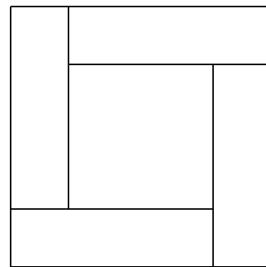
Brojevi se pišu tako da se na početku stavi oznaka „broj“, a potom znakovi za pojedine znamenke.

Npr. $11 = \begin{array}{cccc} \bullet & \bullet & \bullet & \circ \\ \bullet & \bullet & \circ & \circ \\ \bullet & \bullet & \circ & \circ \end{array}$ $478 = \begin{array}{ccccc} \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \circ \\ \bullet & \bullet & \circ & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \circ & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \circ & \circ & \circ \end{array}$

Koji je najveći troznamenkasti broj koji se brajicom zapisuje s ukupno 13 istaknutih točaka?

3. Podijeljeni kvadrat

Veći kvadrat podijeljen je na četiri sukladna pravokutnika i jedan manji kvadrat kao na slici. Ako je opseg većeg kvadrata za 40 cm veći od opsega manjeg kvadrata, a opseg manjeg kvadrata za 8 cm veći od opsega svakog od četiriju sukladnih pravokutnika, kolika je razlika površina većeg i manjeg kvadrata?



4. Tijela pod vodom

Marta se igra modelima geometrijskih tijela potapajući ih u vodu u posudi oblika kvadra. Ako u posudu stavi kocku i valjak, razina vode podigne se 5 cm više nego ako stavi samo piramidu. Ako u posudu stavi kocku i piramidu, razina vode se podigne čak 10 cm više nego ako stavi samo valjak. Kada su u posudi piramida i valjak, razina vode je ista kao kada je u njoj samo kocka. Za koliko se milimetara podigne razina vode ako Marta u posudu stavi kocku, valjak i piramidu?

5. Zamišljeni broj

Grga je zamislio troznamenkasti broj, a njegovi ga prijatelji pokušavaju pogoditi. Ovo su njihovi pokušaji:

Boris: 218

Robert: 571

Marko: 732

Darko: 853

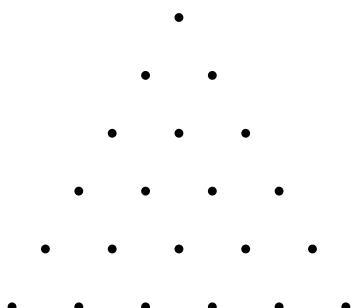
Grga im je rekao: „Jedan od vas je pogodio sve znamenke, a ostali samo po jednu, no nijedna od pogodenih znamenaka nije na pravom mjestu.“ Na to mu prijatelji kažu: „Na temelju ovih informacija ne možemo odrediti koji si broj zamislio jer postoji više takvih brojeva.“ Odredi zbroj svih tih mogućih brojeva.

6. Ljepuškasti brojevi

Prirodni broj nazivamo *ljepuškastim* ako mu je znamenka jedinica jednak umnošku svih preostalih znamenaka. Koliko ima četveroznamenkastih ljepuškastih brojeva?

7. Žarulje

U sobi su dvije žarulje. Kada se uključi prekidač prve žarulje, ona zasvjetli tek nakon 6 s i svijetli 5 s, zatim opet ne svijetli 6 s i svijetli 5 s, i to se stalno ponavlja. Kada se uključi prekidač druge žarulje, ona zasvjetli nakon 4 s i svijetli 3 s, opet ne svijetli 4 s i svijetli 3 s, i to se stalno ponavlja. Linda je istovremeno uključila oba prekidača i nakon 2021 sekunde ih isključila. Koliko su sekundi za to vrijeme obje žarulje istovremeno svijetlike?



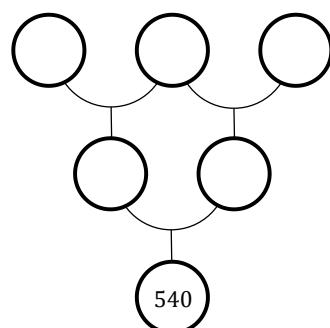
8. Dužine

Dvadeset i jedna točka raspoređena je kao na slici.

Koliko ima dužina koje spajaju neke dvije od tih točaka, a ne sadrže niti jednu od preostalih?

9. Najveći zbroj

U jednom polju na slici upisan je broj 540, a ostala polja treba popuniti prirodnim brojevima većim od 1 tako da umnožak brojeva u dvama susjednim poljima bude jednak broju u polju ispod njih. Koliki je najveći mogući zbroj tih šest brojeva?



15	11	37	11	15
11	21	40	21	11
37	40	26	40	37
11	21	40	21	11
15	11	37	11	15

10. Triomino

Osam triomino pločica oblika  postavlja se na ploču dimenzija 5×5 tako da svaka prekriva tri polja, a međusobno se ne preklapaju. Pritom jedno polje ostaje neprekriveno. Koliki je zbroj brojeva na svim poljima koja mogu ostati neprekrivena?