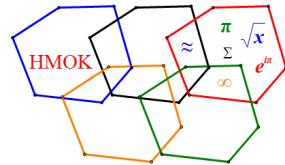


Hrvatsko  
matematičko  
društvo



Hrvatska matematička olimpijada za kadete

## HRVATSKA MATEMATIČKA OLIMPIJADA ZA KADETE

drugo kolo – srijeda, 23. lipnja 2021.

Svaki zadatak vrijedi 10 bodova.

Osim konačnog rezultata buduje se i postupak. Kako bi se dobili svi bodovi, potrebno je pronaći sva rješenja i utvrditi da nema drugih, zapisati postupak te obrazložiti svoje zaključke.

### Zadatci za 6. razred

**1.** Ana, njena mama i baka slave rođendan 23. lipnja. Danas, 23. lipnja 2021. godine, zbroj njihovih godina iznosi 127. Kada je Ana imala 4 godine, baka je bila dvostruko starija od mame. Prije dvije godine, mama je bila trostruko starija od Ane. Koje je godine rođena Anina mama? Koliko će godina imati Ana kada ona i mama budu zajedno imale jednako godina koliko i baka? Koje će to godine biti?

**2.** Pobjednik odbojkaške utakmice je ekipa koja prva osvoji 3 seta. Ako je konačan rezultat u setovima 3 : 0 ili 3 : 1, pobjednik osvaja 3 boda, a poraženi 0 bodova. Ako je konačni rezultat 3 : 2, pobjednik osvaja 2 boda, a poraženi 1 bod.

Na odbojkaškom turniru sudjelovale su četiri ekipe:  $A, B, C$  i  $D$ . Svaka je ekipa sa svakom odigrala po jednu utakmicu. Nakon što su odigrane sve utakmice, tablica je izgledala ovako:

ekipa	bodovi	osvojeni setovi	izgubljeni setovi
$A$	9	9	1
$B$	5	7	6
$C$	2	4	8
$D$	2	4	9

Odredi rezultate svih odigranih utakmica.

**3.** Odredi najmanji prirodni broj  $n$  za koji je svaki od razlomaka

$$\frac{7}{n+9}, \frac{8}{n+10}, \frac{9}{n+11}, \dots, \frac{30}{n+32}, \frac{31}{n+33}$$

neskrativ.

**4.** Točka  $D$  je polovište stranice  $\overline{BC}$  trokuta  $ABC$ , a za točku  $E$  na stranici  $\overline{AC}$  vrijedi  $|\angle ADB| = |\angle CDE|$ . Koji lik ima veći opseg – četverokut  $ABDE$  ili trokut  $ADC$ ? Dokaži svoju tvrdnju!

**5.** U šeširu je 11 papirića s brojevima 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 (po jedan sa svakim brojem). Svaki od jedanaest učenika uzima po jedan papirić. Nakon toga se abecednim redom javljaju i izgovaraju rečenicu "do sada je barem  $k$  učenika izreklo laž", pri čemu je  $k$  broj na izvučenom papiriću. Koliko najviše od tih 11 izjava može biti istinito?