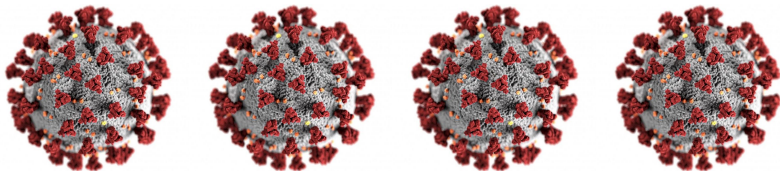


Matematika u doba korone

Franka Miriam Brückler

Večer matematike 2021.

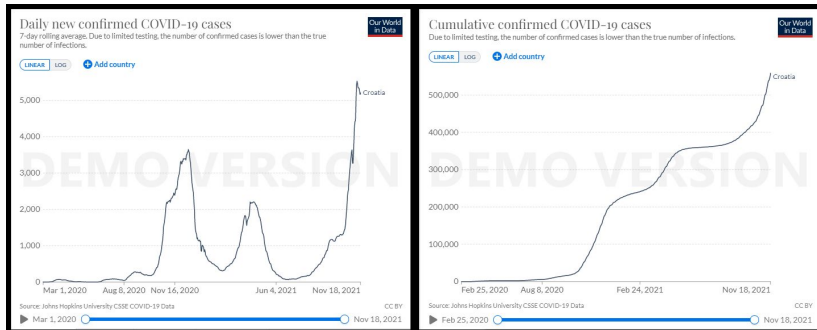


Slika preuzeta s <https://pxhere.com/en/photo/1608792>

Brojevi (a i brojke) svuda oko nas



Grafovi svuda oko nas



Izvor: <https://ourworldindata.org/coronavirus/country/croatia>

Koja je vjerojatnost da umremo od korone?

CFR (*case fatality rate*) i mortalitet

CFR neke zarazne bolesti je udio umrlih od te bolesti među slučajevima zaraze tom bolešću. Za razliku od toga, **mortalitet** je udio umrlih od te bolesti u čitavoj populaciji (u određenom vremenskom periodu, obično godini).

Za Covid-19 su u RH 23. 11. 2021. ti brojevi

$$\text{CFR} = \frac{10438}{576633} \approx 1.81\% \approx \frac{1}{55}; \mu = \frac{10438 - 1445}{4069964} = 0.22\% \approx \frac{1}{450}.$$

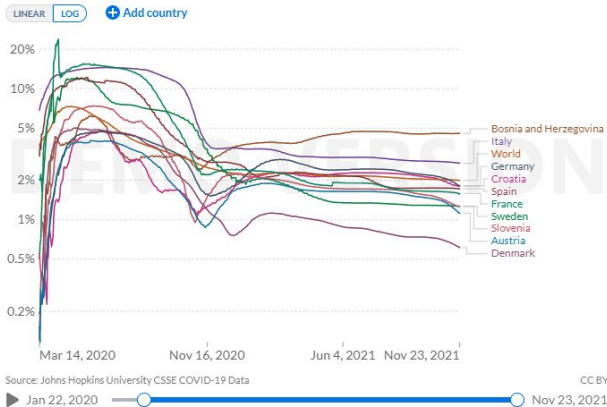
Je li CFR ili μ vjerojatnost da umremo od korone? Što sve tu procjenu vjerojatnosti čini nepouzdanijom? S drugim zaraznim bolestima? Koliko je to usporedivo s drugim zemljama?

Izvori: koronavirus.hr, [John Hopkins Univ. & Med.](https://www.jhu.edu/), [Cambridge Core](https://www.cambridgecore.com/), [The Math Behind Epidemics](https://www.mathbehind.com/), [Our World in Data](https://ourworldindata.org/), [Plos one](https://www.plosone.org/)

Case fatality rate of COVID-19

The case fatality rate (CFR) is the ratio between confirmed deaths and confirmed cases. The CFR can be a poor measure of the mortality risk of the disease. We explain this in detail at [OurWorldInData.org/mortality-risk-covid](https://ourworldindata.org/mortality-risk-covid)

Our World
in Data



Izvor: <https://ourworldindata.org/>

Koja je vjerojatnost da se zarazimo?

¹Estimating True Infections, Estimated COVID19-Burden 

Koja je vjerojatnost da se zarazimo?

Precizirajmo: Koja je vjerojatnost da se nasumce odabrani stanovnik RH zarazi 'danas'?

Koja je vjerojatnost da se zarazimo?

Precizirajmo: Koja je vjerojatnost da se nasumce odabrani stanovnik RH zarazi 'danas'?

Nju možemo procijeniti kao količnik dnevnog broja novozaraženih i svih koji se danas mogu zaraziti. Ups!

Koja je vjerojatnost da se zarazimo?

Precizirajmo: Koja je vjerojatnost da se nasumce odabrani stanovnik RH zarazi 'danas'?

Nju možemo procijeniti kao količnik dnevnog broja novozaraženih i svih koji se danas mogu zaraziti. Ups!

Koliko je danas novozaraženih n ? Znamo broj pozitivnih testova p od jučer, a to nije baš isto.

Koja je vjerojatnost da se zarazimo?

Precizirajmo: Koja je vjerojatnost da se nasumce odabrani stanovnik RH zarazi 'danas'?

Nju možemo procijeniti kao količnik dnevnog broja novozaraženih i svih koji se danas mogu zaraziti. Ups!

Koliko je danas novozaraženih n ? Znamo broj pozitivnih testova p od jučer, a to nije baš isto.

Ne znamo ni koliko točno stanovnika ima RH

Koja je vjerojatnost da se zarazimo?

Precizirajmo: Koja je vjerojatnost da se nasumce odabrani stanovnik RH zarazi 'danas'?

Nju možemo procijeniti kao količnik dnevnog broja novozaraženih i svih koji se danas mogu zaraziti. Ups!

Koliko je danas novozaraženih n ? Znamo broj pozitivnih testova p od jučer, a to nije baš isto.

Ne znamo ni koliko točno stanovnika ima RH ($u \approx 4$ milijuna).

Danas se ne mogu zaraziti trenutno zaraženi i trenutno imuni.

Koliko je trenutno zaraženih z ?

Koja je vjerojatnost da se zarazimo?

Precizirajmo: Koja je vjerojatnost da se nasumce odabrani stanovnik RH zarazi 'danas'?

Nju možemo procijeniti kao količnik dnevnog broja novozaraženih i svih koji se danas mogu zaraziti. Ups!

Koliko je danas novozaraženih n ? Znamo broj pozitivnih testova p od jučer, a to nije baš isto.

Ne znamo ni koliko točno stanovnika ima RH ($u \approx 4$ milijuna).

Danas se ne mogu zaraziti trenutno zaraženi i trenutno imuni.

Koliko je trenutno zaraženih z ? Znamo samo današnji broj aktivnih slučajeva a . No, stvarni broj zaraženih je sigurno veći od toga!¹. Uzmimo $z \approx 3a$ i $n \approx 3p$.

A koliko je danas imunih i ? To tek ne znamo, ugrubo možemo procijeniti s brojem onih koji su prebolili u zadnja 3 mjeseca plus koji su cijepljeni u zadnja 2 mjeseca.

¹Estimating True Infections, Estimated COVID19-Burden 

Tada je vjerojatnost da se 'danas' zarazimo (a sad nismo zaraženi) otprilike

$$\frac{3p}{u - 3a - i} \approx P.$$

Tada je vjerojatnost da se 'danas' zarazimo (a sad nismo zaraženi) otprilike

$$\frac{3p}{u - 3a - i} \approx P.$$

Za datum 20. 11. 2021. podaci su $p = 4262$, $a = 33708$,
 $i \approx 200988 + 190000 = 390988$, pa je $P \approx 0.36\%$ (1 : 275).

Tada je vjerojatnost da se 'danas' zarazimo (a sad nismo zaraženi) otprilike

$$\frac{3p}{u - 3a - i} \approx P.$$

Za datum 20. 11. 2021. podaci su $p = 4262$, $a = 33708$,
 $i \approx 200988 + 190000 = 390988$, pa je $P \approx 0.36\%$ (1 : 275).

- Vjerojatnost da ostanem zdrava danas: $1 - P \approx 99.64\%$.
- Vjerojatnost da ostanem zdrava danas i sutra:
 $(1 - P) \cdot (1 - P) \approx 99.28\%$.

Tada je vjerojatnost da se 'danas' zarazimo (a sad nismo zaraženi) otprilike

$$\frac{3p}{u - 3a - i} \approx P.$$

Za datum 20. 11. 2021. podaci su $p = 4262$, $a = 33708$,
 $i \approx 200988 + 190000 = 390988$, pa je $P \approx 0.36\%$ (1 : 275).

- Vjerojatnost da ostanem zdrava danas: $1 - P \approx 99.64\%$.
- Vjerojatnost da ostanem zdrava danas i sutra:
 $(1 - P) \cdot (1 - P) \approx 99.28\%$.
- Vjerojatnost da ostanem zdrava sljedećih tjedan dana:
 $(1 - P) \cdot (1 - P) \cdot (1 - P) \cdot (1 - P) \cdot (1 - P) \cdot (1 - P) \cdot (1 - P) \approx 97.51\%$.
- Zašto nema baš smisla tako za sljedećih mjesec dana?

Tada je vjerojatnost da se 'danas' zarazimo (a sad nismo zaraženi) otprilike

$$\frac{3p}{u - 3a - i} \approx P.$$

Za datum 20. 11. 2021. podaci su $p = 4262$, $a = 33708$,
 $i \approx 200988 + 190000 = 390988$, pa je $P \approx 0.36\%$ (1 : 275).

- Vjerojatnost da ostanem zdrava danas: $1 - P \approx 99.64\%$.
- Vjerojatnost da ostanem zdrava danas i sutra:
 $(1 - P) \cdot (1 - P) \approx 99.28\%$.
- Vjerojatnost da ostanem zdrava sljedećih tjedan dana:
 $(1 - P) \cdot (1 - P) \cdot (1 - P) \cdot (1 - P) \cdot (1 - P) \cdot (1 - P) \cdot (1 - P) \approx 97.51\%$.
- Zašto nema baš smisla tako za sljedećih mjesec dana? Ipak, ugrubo je vjerojatnost da pojedinac ostane zdrav sljedećih N dana, dok N nije prevelik, jednaka $(1 - P)^N$.

Tada je vjerojatnost da se 'danas' zarazimo (a sad nismo zaraženi) otprilike

$$\frac{3p}{u - 3a - i} \approx P.$$

Za datum 20. 11. 2021. podaci su $p = 4262$, $a = 33708$,
 $i \approx 200988 + 190000 = 390988$, pa je $P \approx 0.36\%$ (1 : 275).

- Vjerojatnost da ostanem zdrava danas: $1 - P \approx 99.64\%$.
- Vjerojatnost da ostanem zdrava danas i sutra:
 $(1 - P) \cdot (1 - P) \approx 99.28\%$.
- Vjerojatnost da ostanem zdrava sljedećih tjedan dana:
 $(1 - P) \cdot (1 - P) \cdot (1 - P) \cdot (1 - P) \cdot (1 - P) \cdot (1 - P) \cdot (1 - P) \approx 97.51\%$.
- Zašto nema baš smisla tako za sljedećih mjesec dana? Ipak, ugrubo je vjerojatnost da pojedinac ostane zdrav sljedećih N dana, dok N nije prevelik, jednaka $(1 - P)^N$. Za pojedinca to znači da bi tek nakon jedno pol godine postalo vjerojatnije da se zarazi, nego da se ne zarazi.

Tada je vjerojatnost da se 'danas' zarazimo (a sad nismo zaraženi) otprilike

$$\frac{3p}{u - 3a - i} \approx P.$$

Za datum 20. 11. 2021. podaci su $p = 4262$, $a = 33708$,
 $i \approx 200988 + 190000 = 390988$, pa je $P \approx 0.36\%$ (1 : 275).

- Vjerojatnost da ostanem zdrava danas: $1 - P \approx 99.64\%$.
- Vjerojatnost da ostanem zdrava danas i sutra:
 $(1 - P) \cdot (1 - P) \approx 99.28\%$.
- Vjerojatnost da ostanem zdrava sljedećih tjedan dana:
 $(1 - P) \cdot (1 - P) \cdot (1 - P) \cdot (1 - P) \cdot (1 - P) \cdot (1 - P) \cdot (1 - P) \approx 97.51\%$.
- Zašto nema baš smisla tako za sljedećih mjesec dana? Ipak, ugrubo je vjerojatnost da pojedinac ostane zdrav sljedećih N dana, dok N nije prevelik, jednaka $(1 - P)^N$. Za pojedinca to znači da bi tek nakon jedno pol godine postalo vjerojatnije da se zarazi, nego da se ne zarazi.
- No, $(1 - P)^N$ je i vjerojatnost da N nasumično odabranih ljudi danas ostanu zdravi. Za 1000 ljudi: 2.7% (a vjerojatnost da svi ostanu zdravi tjedan dana je gotovo pa 0).

Jao, jao, pozitivan sam!

23. 11. 2021. je **udio pozitivnih među testiranim** bio $\frac{4926}{12862} = 38.3\%$. Možemo li iz toga zaključiti da je svaka druga ili treća osoba koju sretnemo zaražena?

²How Good are COVID-19 (SARS-CoV-2) Diagnostic PCR Tests?,
Übersicht zu Sensitivität und Spezifität des SARS-CoV-2-Nachweises mittels
PCR, [aerzteblatt.de](https://www.aerzteblatt.de)

Jao, jao, pozitivan sam!

23. 11. 2021. je **udio pozitivnih među testiranima** bio $\frac{4926}{12862} = 38.3\%$. Možemo li iz toga zaključiti da je svaka druga ili treća osoba koju sretnemo zaražena?

Pod testiranima misli se na PCR-testirane. PCR-test je svakako pouzdaniji od brzog antigenskog, ali što to zapravo znači?

²How Good are COVID-19 (SARS-CoV-2) Diagnostic PCR Tests?,
Übersicht zu Sensitivität und Spezifität des SARS-CoV-2-Nachweises mittels
PCR, [aerzteblatt.de](https://www.aerzteblatt.de)

Jao, jao, pozitivan sam!

23. 11. 2021. je **udio pozitivnih među testiranima** bio $\frac{4926}{12862} = 38.3\%$. Možemo li iz toga zaključiti da je svaka druga ili treća osoba koju sretnemo zaražena?

Pod testiranima misli se na PCR-testirane. PCR-test je svakako pouzdaniji od brzog antigenskog, ali što to zapravo znači?

Osjetljivost i specifičnost

Osjetljivost o nekog testa je udio stvarno pozitivnih, a **specifičnost** s je udio stvarno negativnih koje će rezultat testa otkriti.

²How Good are COVID-19 (SARS-CoV-2) Diagnostic PCR Tests?,
Übersicht zu Sensitivität und Spezifität des SARS-CoV-2-Nachweises mittels
PCR, aerzteblatt.de

Jao, jao, pozitivan sam!

23. 11. 2021. je **udio pozitivnih među testiranima** bio $\frac{4926}{12862} = 38.3\%$. Možemo li iz toga zaključiti da je svaka druga ili treća osoba koju sretnemo zaražena?

Pod testiranima misli se na PCR-testirane. PCR-test je svakako pouzdaniji od brzog antigenskog, ali što to zapravo znači?





Osjetljivost i specifičnost

Osjetljivost o nekog testa je udio stvarno pozitivnih, a **specifičnost** s je udio stvarno negativnih koje će rezultat testa otkriti.





Za PCR-test: $o = 70\% - 98\%$, $s = 98\% - 99\%$.²

²How Good are COVID-19 (SARS-CoV-2) Diagnostic PCR Tests?,
Übersicht zu Sensitivität und Spezifität des SARS-CoV-2-Nachweises mittels
PCR, aerzteblatt.de

Primjer, ali i više od toga





	pozitivni	negativni	ukupno
zaraženi			20
zdravi			$1000 - 20 = 980$
ukupno	27	973	1000

Primjer, ali i više od toga

	pozitivni	negativni	ukupno
zaraženi			20
zdravi			$1000 - 20 = 980$
ukupno	27	973	1000





Osjetljivost: $\frac{17}{20} = 85\%$.

Primjer, ali i više od toga

	pozitivni	negativni	ukupno
zaraženi			20
zdravi			$1000 - 20 = 980$
ukupno	27	973	1000

Osjetljivost: $\frac{17}{20} = 85\%$. Specifičnost: $\frac{970}{980} \approx 99\%$.





Primjer, ali i više od toga

	pozitivni	negativni	ukupno
zaraženi			20
zdravi			$1000 - 20 = 980$
ukupno	27	973	1000

Osjetljivost: $\frac{17}{20} = 85\%$. Specifičnost: $\frac{970}{980} \approx 99\%$.

PPV (*positive predictive value*): $\frac{17}{27} \approx 63\%$.

Primjer, ali i više od toga

	pozitivni	negativni	ukupno
zaraženi			20
zdravi			$1000 - 20 = 980$
ukupno	27	973	1000

Osjetljivost: $\frac{17}{20} = 85\%$. Specifičnost: $\frac{970}{980} \approx 99\%$.

PPV (*positive predictive value*): $\frac{17}{27} \approx 63\%$. NPV (*negative predictive value*): $\frac{970}{973} \approx 99.7\%$.

Uvjetna vjerojatnost

Osjetljivost testa o je vjerojatnost da će osoba imati pozitivan test ako je stvarno zaražena:

$$o = P(+|Z).$$

Slično:

$$s = P(-|\bar{Z}),$$

$$PPV = P(Z|+),$$

$$NPV = P(\bar{Z}|-).$$

³<https://www.lri.fr/~mbl/COVID19/bayes.html>

Uvjetna vjerojatnost

Osjetljivost testa o je vjerojatnost da će osoba imati pozitivan test ako je stvarno zaražena:

$$o = P(+|Z).$$

Slično:

$$s = P(-|\bar{Z}),$$

$$PPV = P(Z|+),$$

$$NPV = P(\bar{Z}| -).$$

Za razliku od o i s , koji su svojstva samog testa, PPV i NPV ovise i o **prevalenciji**, stvarnom udjelu zaraženih.³

³<https://www.lri.fr/~mbl/COVID19/bayes.html>

Uvjetna vjerojatnost

Osjetljivost testa o je vjerojatnost da će osoba imati pozitivan test ako je stvarno zaražena:

$$o = P(+|Z).$$

Slično:

$$s = P(-|\bar{Z}),$$

$$PPV = P(Z|+),$$

$$NPV = P(\bar{Z}|-).$$

Za razliku od o i s , koji su svojstva samog testa, PPV i NPV ovise i o **prevalenciji**, stvarnom udjelu zaraženih.³

$$\begin{aligned} o &= 85\%, s = 99\%, \\ p &= 6\% \\ PPV &= \frac{51}{61} \approx 83.6\% \end{aligned}$$

	+	-	Ukupno
Z	51	9	60
\bar{Z}	10	930	940
Ukupno	61	9939	1000

³<https://www.lri.fr/~mbl/COVID19/bayes.html>

	+	-	Ukupno
Z	op	$(1 - o)p$	p
\bar{Z}	$(1 - s)(1 - p)$	$s(1 - p)$	$1 - p$
Ukupno	$op + (1 - s)(1 - p)$	$(1 - o)p + (1 - p)s$	1

	+	-	Ukupno
Z	op	$(1-o)p$	p
\bar{Z}	$(1-s)(1-p)$	$s(1-p)$	$1-p$
Ukupno	$op + (1-s)(1-p)$	$(1-o)p + (1-p)s$	1

Uočite:

$$\frac{op}{op + (1-s)(1-p)} \cdot (op + (1-s)(1-p)) = \frac{op}{p} \cdot p.$$

	+	-	Ukupno
Z	op	$(1-o)p$	p
\bar{Z}	$(1-s)(1-p)$	$s(1-p)$	$1-p$
Ukupno	$op + (1-s)(1-p)$	$(1-o)p + (1-p)s$	1

Uočite:

$$\frac{op}{op + (1-s)(1-p)} \cdot (op + (1-s)(1-p)) = \frac{op}{p} \cdot p.$$

To se zapisuje ovako

$$P(A|B)P(B) = P(B|A)P(A)$$

i zove **Bayesov teorem**.

Više ne mora značiti bolje!

Znamo da zbog novih pravila sada više ljudi biva testirano antigenskim testom i naravno da je više otkrivenih slučajeva. Super, zar ne?

Više ne mora značiti bolje!

Znamo da zbog novih pravila sada više ljudi biva testirano antigenskim testom i naravno da je više otkrivenih slučajeva.

Super, zar ne?

Za prevalenciju $p = 1.5\%$ u testiranih $N = 100000$, osjetljivost $o = 70\%$ i specifičnost $s = 98.75\%$ pozitivan test će imati $opN + (1 - s)(1 - p)N$, tj.

- 70% od 1.5% od 100000 , tj. njih 1050 ;
- 1.25% od 98.5% od 100000 , tj. njih 1231 .

Više ne mora značiti bolje!

Znamo da zbog novih pravila sada više ljudi biva testirano antigenskim testom i naravno da je više otkrivenih slučajeva. Super, zar ne?

Za prevalenciju $p = 1.5\%$ u testiranih $N = 100000$, osjetljivost $o = 70\%$ i specifičnost $s = 98.75\%$ pozitivan test će imati $opN + (1 - s)(1 - p)N$, tj.

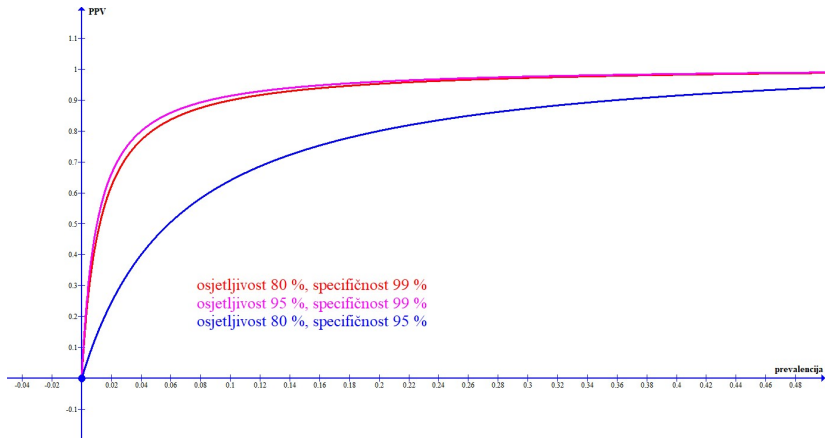
- 70% od 1.5% od 100000 , tj. njih 1050 ;
- 1.25% od 98.5% od 100000 , tj. njih 1231 .

Ako je

$$op < (1 - s)(1 - p) \Leftrightarrow \frac{o}{1 - s} < \frac{1}{p} - 1,$$

nakon testiranja bit će više lažno nego istinito pozitivnih!

Osjetljivost	Specifičnost	Prevalencija	Istinито pozitivni : lažno pozitivni		Osjetljivost	Specifičnost	Prevalencija	Istinито pozitivni : lažno pozitivni
70%	98%	1%	0,35		70%	98%	5%	1,84
75%	98%	1%	0,38		75%	98%	5%	1,97
80%	98%	1%	0,40		80%	98%	5%	2,11
85%	98%	1%	0,43		85%	98%	5%	2,24
90%	98%	1%	0,45		90%	98%	5%	2,37
95%	98%	1%	0,48		95%	98%	5%	2,50
70%	99%	1%	0,71		70%	99%	5%	3,68
75%	99%	1%	0,76		75%	99%	5%	3,95
80%	99%	1%	0,81		80%	99%	5%	4,21
85%	99%	1%	0,86		85%	99%	5%	4,47
90%	99%	1%	0,91		90%	99%	5%	4,74
95%	99%	1%	0,96		95%	99%	5%	5,00
70%	98%	3%	1,08		70%	98%	7%	2,63
75%	98%	3%	1,16		75%	98%	7%	2,82
80%	98%	3%	1,24		80%	98%	7%	3,01
85%	98%	3%	1,31		85%	98%	7%	3,20
90%	98%	3%	1,39		90%	98%	7%	3,39
95%	98%	3%	1,47		95%	98%	7%	3,58
70%	99%	3%	2,16		70%	99%	7%	5,27
75%	99%	3%	2,32		75%	99%	7%	5,65
80%	99%	3%	2,47		80%	99%	7%	6,02
85%	99%	3%	2,63		85%	99%	7%	6,40
90%	99%	3%	2,78		90%	99%	7%	6,77
95%	99%	3%	2,94		95%	99%	7%	7,15



Isplati li se ponoviti test?

Doktorica te poslala na test, ispao je pozitivan. Vidili smo:
Vjerojatnost da si stvarno zaražen je

$$PPV_1 = \frac{op}{op + (1-s)(1-p)}.$$

Primjerice, $o = 85\%$, $s = 99\%$ i $p = 5\%$, PPV_1 je ca. 82% .

$${}^4P(A) = P(A|B)P(B) + P(A|\bar{B})P(\bar{B}).$$

Isplati li se ponoviti test?

Doktorica te poslala na test, ispao je pozitivan. Vidili smo:
Vjerojatnost da si stvarno zaražen je

$$PPV_1 = \frac{op}{op + (1-s)(1-p)}.$$

Primjerice, $o = 85\%$, $s = 99\%$ i $p = 5\%$, PPV_1 je ca. 82% . Ako ponovim test, PPV_2 je opet 82% . Koja je vjerojatnost da sam zaražen ako mi je oba puta test ispao pozitivan?

$${}^4P(A) = P(A|B)P(B) + P(A|\bar{B})P(\bar{B}).$$

Isplati li se ponoviti test?

Doktorica te poslala na test, ispao je pozitivan. Vidili smo:
Vjerojatnost da si stvarno zaražen je

$$PPV_1 = \frac{op}{op + (1-s)(1-p)}.$$

Primjerice, $o = 85\%$, $s = 99\%$ i $p = 5\%$, PPV_1 je ca. 82% . Ako ponovim test, PPV_2 je opet 82% . Koja je vjerojatnost da sam zaražen ako mi je oba puta test ispao pozitivan?

$$P(Z|+_1 \&+_2) = ?$$

Formula potpune vjerojatnosti⁴ daje

$$P(+_1\&+_2) = o^2p + (1-s)^2(1-p) = 0.03622$$

⁴ $P(A) = P(A|B)P(B) + P(A|\bar{B})P(\bar{B})$.

Isplati li se ponoviti test?

Doktorica te poslala na test, ispao je pozitivan. Vidili smo:
Vjerojatnost da si stvarno zaražen je

$$PPV_1 = \frac{op}{op + (1-s)(1-p)}.$$

Primjerice, $o = 85\%$, $s = 99\%$ i $p = 5\%$, PPV_1 je ca. 82% . Ako ponovim test, PPV_2 je opet 82% . Koja je vjerojatnost da sam zaražen ako mi je oba puta test ispao pozitivan?

$$P(Z|+_1 \&+_2) = ?$$

Formula potpune vjerojatnosti⁴ daje

$$P(+_1\&+_2) = o^2p + (1-s)^2(1-p) = 0.03622$$

pa je po Bayesovom teoremu

$$P(Z|+_1 \&+_2) = \frac{o^2p}{P(+_1\&+_2)} \approx 99.7\%.$$

⁴ $P(A) = P(A|B)P(B) + P(A|\bar{B})P(\bar{B})$.

Što je s okupljanjima?

Zamislimo da Vlada odluči dozvoliti okupljanje od najviše N ljudi s negativnim testom. Za svakog od njih je vjerojatnost da je zapravo zaražen

$$P(Z|-) = \frac{(1-o)p}{(1-o)p + s(1-p)}.$$

Što je s okupljanjima?

Zamislimo da Vlada odluči dozvoliti okupljanje od najviše N ljudi s negativnim testom. Za svakog od njih je vjerojatnost da je zapravo zaražen

$$P(Z|-) = \frac{(1-o)p}{(1-o)p + s(1-p)}.$$

Ako je $p = 2\%$, $o = 85\%$ i $s = 99\%$, to iznosi ca. 0.3% .

Što je s okupljanjima?

Zamislimo da Vlada odluči dozvoliti okupljanje od najviše N ljudi s negativnim testom. Za svakog od njih je vjerojatnost da je zapravo zaražen

$$P(Z|-) = \frac{(1-o)p}{(1-o)p + s(1-p)}.$$

Ako je $p = 2\%$, $o = 85\%$ i $s = 99\%$, to iznosi ca. 0.3% . Dakle, od N ljudi očekujemo da je njih $0.003N$ zaraženo. To je više od 0.5 za $N > 322$.

Što je s okupljanjima?

Zamislimo da Vlada odluči dozvoliti okupljanje od najviše N ljudi s negativnim testom. Za svakog od njih je vjerojatnost da je zapravo zaražen

$$P(Z|-) = \frac{(1-o)p}{(1-o)p + s(1-p)}.$$

Ako je $p = 2\%$, $o = 85\%$ i $s = 99\%$, to iznosi ca. 0.3% . Dakle, od N ljudi očekujemo da je njih $0.003N$ zaraženo. To je više od 0.5 za $N > 322$.

Dakle, uvjet da na okupljanju N ljudi s negativnim testom vjerojatno nema nikog zaraženog je

$$N < 0.5 \cdot \frac{(1-o)p + s(1-p)}{(1-o)p} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{s}{1-o} \cdot \left(\frac{1}{p} - 1 \right) \right).$$

p	o	s	n najviše
1%	70%	98%	162
1%	70%	99%	163
1%	70%	100%	165
1%	80%	98%	243
1%	80%	99%	245
1%	80%	100%	248
1%	90%	98%	485
1%	90%	99%	490
1%	90%	100%	495
3%	70%	98%	53
3%	70%	99%	53
3%	70%	100%	54
3%	80%	98%	79
3%	80%	99%	80
3%	80%	100%	81
3%	90%	98%	158
3%	90%	99%	160
3%	90%	100%	162
5%	70%	98%	31
5%	70%	99%	31
5%	70%	100%	32
5%	80%	98%	47
5%	80%	99%	47
5%	80%	100%	48
5%	90%	98%	93
5%	90%	99%	94
5%	90%	100%	95

A što je s cijepljenjem?

Prema tjednom izvješću HZJZ (14. 11. 2021.), 71.89 % hospitaliziranih nije cijepljeno. Pratimo li medije zadnjih tjedana, vidimo da je među umrlima/hospitaliziranima nekih 20 %–30 % cijepljenih. Znači li to da mi je s cijepljenjem samo 3–5 puta manja vjerojatnost da umrem od korone, nego bez cijepljenja, tj. da cjepivo od smrti/hospitalizacije štiti puno manje od deklarirane efikasnosti?⁵

⁵YaleMedicine

A što je s cijepljenjem?

Prema tjednom izvješću HZJZ (14. 11. 2021.), 71.89 % hospitaliziranih nije cijepljeno. Pratimo li medije zadnjih tjedana, vidimo da je među umrlima/hospitaliziranima nekih 20 %–30 % cijepljenih. Znači li to da mi je s cijepljenjem samo 3–5 puta manja vjerojatnost da umrem od korone, nego bez cijepljenja, tj. da cjepivo od smrti/hospitalizacije štiti puno manje od deklarirane efikasnosti?⁵

Podaci nam daju $P(C|H)$, a nas zanima $P(H|C)$!

Tužiteljeva pogreška

„Vjerojatnost da je u smjeni ove medicinske sestre samo slučajno toliko smrti je samo 1 u milijun, dakle je zasigurno ona kriva. Ne voli me više jer mi tri dana nije odgovorio na poruku. ...” — miješanje $P(A|B)$ s $P(B|A)$.

⁵YaleMedicine

Cijepljeni u bolnici

U RH znamo da je $P(C|H)$ između 20% i 30%, a $P(C) \approx 47\%$ (stanje 23. 11. 2021.).

Cijepljeni u bolnici

U RH znamo da je $P(C|H)$ između 20% i 30%, a $P(C) \approx 47\%$ (stanje 23. 11. 2021.).

$P(H)$ nije lako procijeniti, no svakako je $P(H) < P(C)$.

Cijepljeni u bolnici

U RH znamo da je $P(C|H)$ između 20% i 30%, a $P(C) \approx 47\%$ (stanje 23. 11. 2021.).

$P(H)$ nije lako procijeniti, no svakako je $P(H) < P(C)$.

Prema Bayesovom teoremu je

$$P(H|C) = \frac{P(C|H)P(H)}{P(C)} < P(C|H).$$

Cijepljeni u bolnici

U RH znamo da je $P(C|H)$ između 20 % i 30 %, a $P(C) \approx 47 %$ (stanje 23. 11. 2021.).

$P(H)$ nije lako procijeniti, no svakako je $P(H) < P(C)$.

Prema Bayesovom teoremu je

$$P(H|C) = \frac{P(C|H)P(H)}{P(C)} < P(C|H).$$

Ako kao procjenu za $P(H)$ uzmemo udio svih dosad hospitaliziranih (malo više od 51000), od početka pandemije, u stanovništvu, onda je to oko 1.25 % svog stanovništva, nekih 35–40 puta manje nego što ima cijepljenih:

$$P(H|C) \approx \frac{0.3 \cdot 0.0125}{0.47} \approx 0.8 \%.$$

Kako to da je prije godinu dana uz 0 cijepljenih bilo manje zaraženih, nego sad s 55 % cijepljenih?

⁶[The Guardian](#), [spektrum.de](#), [science.org](#). U nas je trenutno ca. 20% svih potpuno cijepljenih to cijepljenje obavilo prije više od pola godine, a to znači da im je zaštita (više nego) prepolovljena.

Kako to da je prije godinu dana uz 0 cijepljenih bilo manje zaraženih, nego sad s 55 % cijepljenih?

- Nije 55 %, nego 47 %.

⁶[The Guardian](#), [spektrum.de](#), [science.org](#). U nas je trenutno ca. 20 % svih potpuno cijepljenih to cijepljenje obavilo prije više od pola godine, a to znači da im je zaštita (više nego) prepolovljena.

Kako to da je prije godinu dana uz 0 cijepljenih bilo manje zaraženih, nego sad s 55 % cijepljenih?

- Nije 55 %, nego 47 %.
- Da je 100 %, onda bi sigurno svi zaraženi/hospitalizirani/umrli bili cijepljeni, zar ne?

⁶The Guardian, [spektrum.de](https://www.spektrum.de), [science.org](https://www.science.org). U nas je trenutno ca. 20 % svih potpuno cijepljenih to cijepljenje obavilo prije više od pola godine, a to znači da im je zaštita (više nego) prepolovljena.

Kako to da je prije godinu dana uz 0 cijepljenih bilo manje zaraženih, nego sad s 55 % cijepljenih?

- Nije 55 %, nego 47 %.
- Da je 100 %, onda bi sigurno svi zaraženi/hospitalizirani/umrli bili cijepljeni, zar ne?
- Trenutno dominantna delta-varijanta je puno zaraznija od lanjske, a cjepiva na nju slabije djeluju, a uz to im s vremenom i pada djelotvornost.

⁶The Guardian, [spektrum.de](https://www.spektrum.de), [science.org](https://www.science.org). U nas je trenutno ca. 20 % svih potpuno cijepljenih to cijepljenje obavilo prije više od pola godine, a to znači da im je zaštita (više nego) prepolovljena.

Kako to da je prije godinu dana uz 0 cijepljenih bilo manje zaraženih, nego sad s 55 % cijepljenih?

- Nije 55 %, nego 47 %.
- Da je 100 %, onda bi sigurno svi zaraženi/hospitalizirani/umrli bili cijepljeni, zar ne?
- Trenutno dominantna delta-varijanta je puno zaraznija od lanjske, a cjepiva na nju slabije djeluju, a uz to im s vremenom i pada djelotvornost.
- Trebalo bi uzeti u obzir i godine. Cjepiva, bar ispočetka, jedno 20 puta smanje vjerojatnost smrti ili hospitalizacije. No, svakih 6-7 godina starosti više otprilike udvostruči rizik pa je u osnovi cijepljeni 80-godišnjak otprilike podjednako zaštićen kao necijepljeni 50-godišnjak.⁶

⁶The Guardian, [spektrum.de](https://www.spektrum.de), [science.org](https://www.science.org). U nas je trenutno ca. 20 % svih potpuno cijepljenih to cijepljenje obavilo prije više od pola godine, a to znači da im je zaštita (više nego) prepolovljena.

Koliko onda štiti cjepivo?

Neka je P vjerojatnost da se necijepljena osoba zarazi u skorije vrijeme, a $p = xP$ s $x \in \langle 0, 1 \rangle$ vjerojatnost da se cijepljena osoba zarazi.

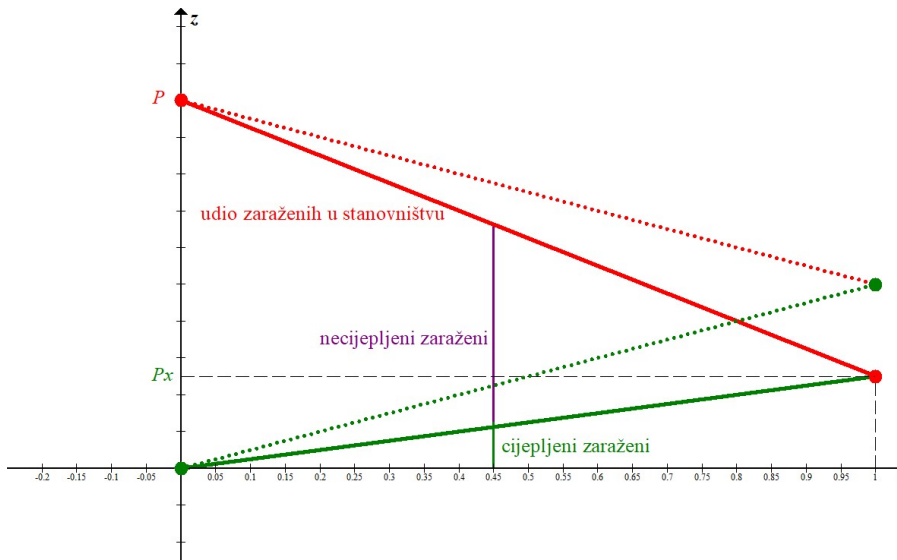
Koliko onda štiti cjepivo?

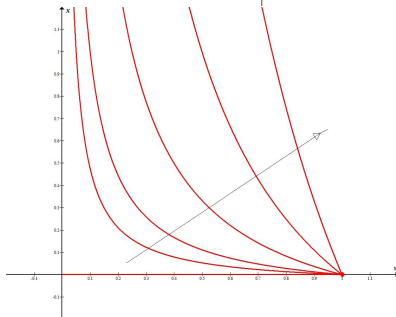
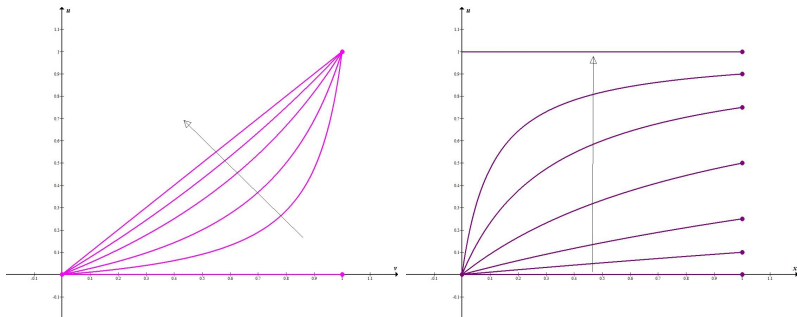
Neka je P vjerojatnost da se necijepljena osoba zarazi u skorije vrijeme, a $p = xP$ s $x \in \langle 0, 1 \rangle$ vjerojatnost da se cijepljena osoba zarazi. S v označimo udio cijepljenih u populaciji (kod nas je trenutno oko 47%). U tom slučaju će se od svih stanovnika njih $P(1 - v)$ uskoro zaraziti, te uz to još njih $p v$, dakle će udio zaraženih

$$z = P(1 - v) + xPv = P \cdot (1 - (1 - x)v),$$

a udio cijepljenih zaraženih među njima bit će

$$\frac{xv}{1 - (1 - x)v}.$$





p	P	v	p(1-v)	Pv	Z	u	400000	cijepljenih zaraženih	necijepljenih zaraženih	ukupno zaraženih
1,50%	0,38%	0%	1,50%	0,00%	1,50%	0,00%		0	60000	60000
1,50%	0,38%	5%	1,43%	0,02%	1,44%	1,30%		750	57000	57750
1,50%	0,38%	10%	1,35%	0,04%	1,39%	2,70%		1500	54000	55500
1,50%	0,38%	15%	1,28%	0,06%	1,33%	4,23%		2250	51000	53250
1,50%	0,38%	20%	1,20%	0,08%	1,28%	5,88%		3000	48000	51000
1,50%	0,38%	25%	1,13%	0,09%	1,22%	7,69%		3750	45000	48750
1,50%	0,38%	30%	1,05%	0,11%	1,16%	9,68%		4500	42000	46500
1,50%	0,38%	35%	0,98%	0,13%	1,11%	11,86%		5250	39000	44250
1,50%	0,38%	40%	0,90%	0,15%	1,05%	14,29%		6000	36000	42000
1,50%	0,38%	45%	0,83%	0,17%	0,99%	16,98%		6750	33000	39750
1,50%	0,38%	50%	0,75%	0,19%	0,94%	20,00%		7500	30000	37500
1,50%	0,38%	55%	0,68%	0,21%	0,88%	23,40%		8250	27000	35250
1,50%	0,38%	60%	0,60%	0,23%	0,83%	27,27%		9000	24000	33000
1,50%	0,38%	65%	0,53%	0,24%	0,77%	31,71%		9750	21000	30750
1,50%	0,38%	70%	0,45%	0,26%	0,71%	36,84%		10500	18000	28500
1,50%	0,38%	75%	0,38%	0,28%	0,66%	42,86%		11250	15000	26250
1,50%	0,38%	80%	0,30%	0,30%	0,60%	50,00%		12000	12000	24000
1,50%	0,38%	85%	0,23%	0,32%	0,54%	58,62%		12750	9000	21750
1,50%	0,38%	90%	0,15%	0,34%	0,49%	69,23%		13500	6000	19500
1,50%	0,38%	95%	0,08%	0,36%	0,43%	82,61%		14250	3000	17250
1,50%	0,38%	100%	0,00%	0,38%	0,38%	100,00%		15000	0	15000
Zaštita	4,00									

Post hoc, ergo, propter hoc

- Nakon što je cijepljen, nekoliko mojih prijatelja imali su ***, eto vidiš da lažu — cijepljenje izaziva ***!

⁷Na dan 18. 11. 2021. u Belgiji je bilo potpuno cijepljeno 69 % stanovništva, u Austriji 64 %, u BiH 22 %, a u RH 46 % (<https://ourworldindata.org/>)

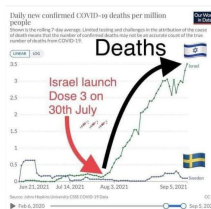
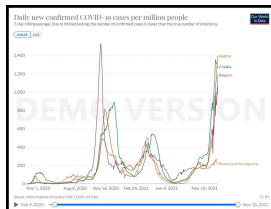
Post hoc, ergo, propter hoc

- Nakon što je cijepljen, nekoliko mojih prijatelja imali su ***, eto vidiš da lažu — cijepljenje izaziva **!
- U Austriji i Njemačkoj, gdje je prošle zime bio vrlo strogi *lockdown*, došlo je do značajnog pada slučajeva ovog proljeća. Vidimo da bi najbolje bilo sad napraviti što strožiji *lockdown*!

⁷Na dan 18. 11. 2021. u Belgiji je bilo potpuno cijepljeno 69 % stanovništva, u Austriji 64 %, u BiH 22 %, a u RH 46 % (<https://ourworldindata.org/>)

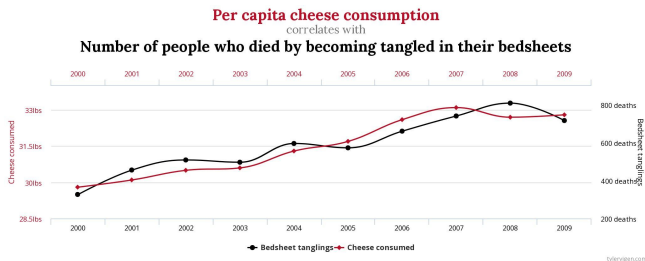
Post hoc, ergo, propter hoc

- Nakon što je cijepljen, nekoliko mojih prijatelja imali su *******, eto vidiš da lažu — cijepljenje izaziva *******!
- U Austriji i Njemačkoj, gdje je prošle zime bio vrlo strogi *lockdown*, došlo je do značajnog pada slučajeva ovog proljeća. Vidimo da bi najbolje bilo sad napraviti što strožiji *lockdown*!
- Belgija i Austrija imaju puno više cijepljenih nego mi, a svejedno im slučajevi vrtoglavo rastu. U BiH je jako malo ljudi cijepljeno, a trenutno nemaju frku s porastom slučajeva.⁷ U Izraelu je odmah nakon početka boostera počeo nagli rast smrti od korone. Pametnom dosta!



⁷Na dan 18. 11. 2021. u Belgiji je bilo potpuno cijepljeno 69 % stanovništva, u Austriji 64 %, u BiH 22 %, a u RH 46 % (<https://ourworldindata.org/>)

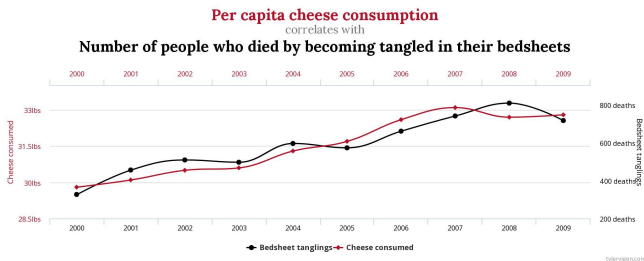
Korelacija ne mora značiti kauzalnost



Grafikon je preuzet s

<https://www.tylervigen.com/spurious-correlations> (CC BY 4.0). Neke zanimljive korelacije možete vidjeti i na [BuzzFeed.News](https://www.buzzfeednews.com).

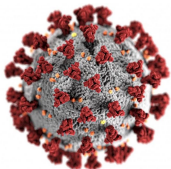
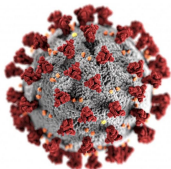
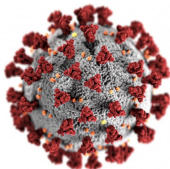
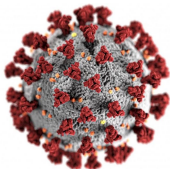
Korelacija ne mora značiti kauzalnost



Grafikon je preuzet s

<https://www.tylervigen.com/spurious-correlations> (CC BY 4.0). Neke zanimljive korelacije možete vidjeti i na [BuzzFeed.News](https://www.buzzfeednews.com).

Jedna Covid-19-korelacija (puni članak je na: [https://www.clinicalmicrobiologyandinfection.com/article/S1198-743X\(20\)30517-6/fulltext](https://www.clinicalmicrobiologyandinfection.com/article/S1198-743X(20)30517-6/fulltext)).



I OVO (NI)JE KRAJ!

