RJEŠENJA ZA 4. RAZRED

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK OCIJENITI I BODOVATI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. Uvažavanjem redoslijeda izvođenja računskih radnji slijedi

$660 - 625 \cdot (287 - 286) + 2061 - 1161 : 9$

$= 660 - 625 \cdot 1 + 2061 - 1161 : 9$ **2 BODA**

$= 660 - 625 + 2061 - 129$ **4 BODA**

$= 35 + 2061 - 129$ **1 BOD**

$= 2096 - 129$ **1 BOD**

$= 1967$ **2 BODA**

. . . . **UKUPNO 10 BODOVA**

2. U posljednjih deset godina svaki od njih stariji je za 10 godina. **1 BOD**

Zato je danas ukupni broj njihovih godina za 30 veći od ukupnog broja godina prije 10 godina: **2 BODA**

$$10 + 30 = 40.$$

To znači da oni danas imaju ukupno 40 godina. **2 BODA**

Do 100 godina nedostaje im još ukupno 60 godina. **2 BODA**

Budući da je $60 : 3 = 20$, zaključujemo da će nakon 20 godina oni imati ukupno 100 godina. **3 BODA**

. . . . **UKUPNO 10 BODOVA**

3. Za kupiti dvije lopte nedostaje $75 + 90 = 165$ kn. **5 BODOVA**

Ako kupe jednu loptu, preostaje im 70 kn.

Jedna lopta ima cijenu 165 kn + 70 kn = 235 kn. **5 BODOVA**

. . . . **UKUPNO 10 BODOVA**

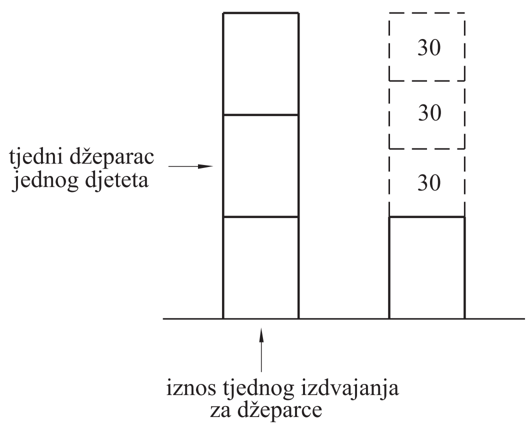
4. $12 = 2 \cdot 6 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1,\qquad 2 + 6 + 1 + 1 + 1 + 1 = 12$ **4 BODA**

$12 = 3 \cdot 4 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1,\qquad 3 + 4 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 12$ **3 BODA**

$12 = 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1,\qquad 3 + 2 + 2 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 12$ **3 BODA**

. . . . **UKUPNO 10 BODOVA**

5.



4 BODA

Sa slike se zaključuje da je iznos džeparca za dva djeteta 90 kn. **2 BODA**
To znači da je džeparac jednog djeteta $90 : 2 = 45$ kn. **2 BODA**
Na kraju, iznos koji majka izdvaja za džeparce svoje djece je $45 \cdot 3 = 135$ kn. **2 BODA**
. . . . **UKUPNO 10 BODOVA**

RJEŠENJA ZA 5. RAZRED

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK OCIJENITI I BODOVATI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. Uz primjenu svojstva distributivnosti množenja prema zbrajanju, odnosno prema oduzimanju slijedi

$2008 + 2 \cdot (48 \cdot 4 \cdot 14 + 3 \cdot 44 \cdot 16) - (5 \cdot 8 \cdot 43 + 19 \cdot 40 \cdot 3) \cdot 2$

$= 2008 + 2 \cdot (48 \cdot 56 + 48 \cdot 44) - (40 \cdot 43 + 40 \cdot 57) \cdot 2$ **2 BODA**

$= 2008 + 2 \cdot 48 \cdot (56 + 44) - 40 \cdot (43 + 57) \cdot 2$ **2 BODA**

$= 2008 + 2 \cdot 48 \cdot 100 - 40 \cdot 100 \cdot 2$ **1 BOD**

$= 2008 + 2 \cdot 100 \cdot (48 - 40)$ **2 BODA**

$= 2008 + 2 \cdot 100 \cdot 8$ **1 BOD**

$= 2008 + 1600$ **1 BOD**

$= 3608$ **1 BOD**

. . . . **UKUPNO 10 BODOVA**

2. Obje prodavaonice su prodale: $365 - (102 + 76) = 187$ kg jabuka. **2 BODA**

Za to su dobile: $434 + 875 = 1309$ kn, **1 BOD**

pa je cijena 1 kg jabuka bila: $1309 : 187 = 7$ kn. **1 BOD**

U prvoj prodavaonici je na početku bilo: $434 : 7 + 102 = 164$ kg jabuka. **3 BODA**

U drugoj prodavaonici: $875 : 7 + 76 = 201$ kg jabuka. **3 BODA**

. . . . **UKUPNO 10 BODOVA**

3. $x, x + 1, x + 2, \ldots, x + 19 \ldots 20$ uzastopnih brojeva

$x + x + 1 + x + 2 + \cdots + x + 19 = 2590$ **2 BODA**

$20x + (1 + 2 + \cdots + 18 + 19) = 2590$ **2 BODA**

$20x + (9 \cdot 20 + 10) = 2590$

$20x + 180 + 10 = 2590$

$20x + 190 = 2590$ **2 BODA**

$20x = 2400$

$x = 120$ **2 BODA**

Traženi brojevi su: 120, 121, 122, ..., 138, 139. **2 BODA**

. . . . **UKUPNO 10 BODOVA**

4. Kako je $12 = 3 \cdot 4$, broj je djeljiv s 12 ako je djeljiv i s 3 i s 4. **1 BOD**

S obzirom da je 2007 djeljiv s 3 ($2 + 0 + 0 + 7 = 9$ je djeljivo s 3), onda je $2007 \cdot 2008$ djeljiv s 3. **1 BOD**

Budući da je 2008 djeljiv s 4 (08 je djeljiv s 4), onda je $2007 \cdot 2008$ djeljiv s 4. **1 BOD**

Dakle, $2007 \cdot 2008$ je djeljiv s 12. **1 BOD**

To znači da i pribrojnik $17 \cdot \overline{16a}$ mora biti djeljiv s 12. **1 BOD**

Kako je 17 prost broj, onda $\overline{16a}$ mora biti djeljiv s 12. **1 BOD**

Broj $\overline{16a}$ je djeljiv s 4 ako je $a \in \{0, 4, 8\}$. **1 BOD**

Za $a = 0$ je $1 + 6 + 0 = 7$ što nije djeljivo s 3.

Za $a = 4$ je $1 + 6 + 4 = 11$ što nije djeljivo s 3.

Za $a=8$ je $1+6+8=15$ što je djeljivo s 3.
Tražena znamenka je $a=8$. **3 BODA**

. . . . **UKUPNO 10 BODOVA**

5. Znamenka desetica jednaka je 5 $\implies$ zbroj znamenaka stotica i jedinica jednak je 10. **1 BOD**

S x označimo znamenku stotica, onda je $10-x$ znamenka jedinica.
Troznamenkasti broj:

$$100x+5\cdot 10+(10-x)\cdot 1=100x+50+10-x=99x+60.$$ **3 BODA**

Novi broj nastaje zamjenom znamenaka stotica i jedinica, tj.

$$100(10-x)+50+x$$

i vrijedi

$$100(10-x)+50+x=2(99x+60)+39$$ **3 BODA**

$$1000-100x+50+x=198x+120+39$$

$$297x=891 \ / \ :297$$

$$x=3 \quad \text{je znamenka stotica}$$ **2 BODA**

$$7=10-3 \quad \text{je znamenka jedinica}$$

Traženi broj je 357. **1 BOD**

. . . . **UKUPNO 10 BODOVA**

RJEŠENJA ZA 6. RAZRED

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK OCIJENITI I BODOVATI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. Uvažavanjem redoslijeda izvođenja računskih radnji slijedi

$$\frac{5\cdot\left(2\frac{2}{3}\cdot 3.9-1.3\right)}{\left(\frac{2}{5}-\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{5}\right)\cdot 13}:\frac{5\cdot\left(\frac{10}{3}+\frac{5}{6}\cdot\frac{8}{15}\right):1\frac{8}{9}}{4\frac{2}{7}-\left(5\frac{3}{7}-3\right)}$$

$$=\frac{5\cdot\left(\frac{8}{3}\cdot 3.9-1.3\right)}{\left(\frac{2}{5}-\frac{1}{20}\right)\cdot 13}:\frac{5\cdot\left(\frac{10}{3}+\frac{4}{9}\right):\frac{17}{9}}{\frac{30}{7}-\left(\frac{38}{7}-\frac{21}{7}\right)}$$ **2 BODA**

$$=\frac{5\cdot(8\cdot 1.3-1.3)}{\frac{8-1}{20}\cdot 13}:\frac{5\cdot\frac{30+4}{9}:\frac{17}{9}}{\frac{30}{7}-\frac{17}{7}}$$ **2 BODA**

$$=\frac{5\cdot 7\cdot 1.3}{\frac{7}{20}\cdot 13}:\frac{5\cdot\frac{34}{9}:\frac{17}{9}}{\frac{13}{7}}$$ **2 BODA**

$$=10:\frac{10}{\frac{13}{7}}$$ **2 BODA**

$$=10\cdot\frac{\frac{13}{7}}{10}$$ **1 BOD**

$$=\frac{13}{7}$$ **1 BOD**

. . . . **UKUPNO 10 BODOVA**

2. Prijavilo se $1+\frac{2}{9}=\frac{11}{9}$ planiranog broja učenika. **2 BODA**

Odustalo je $\frac{3}{11}$ od $\frac{11}{9}$; $\frac{3}{11}\cdot\frac{11}{9}=\frac{1}{3}$ planiranog broja. **2 BODA**

Na izlet je otišlo $\frac{11}{9}-\frac{1}{3}=\frac{11-3}{9}=\frac{8}{9}$ planiranog broja svih učenika. **2 BODA**

Znači $\frac{1}{9}$ planiranog broja učenika je 5 učenika. **2 BODA**

$9\cdot 5=45$ je planirani broj učenika koji su trebali ići na zimovanje. **1 BOD**

$45-5=40$ (ili) $\frac{8}{9}\cdot 45=40$

40 učenika je otišlo na zimovanje. **1 BOD**

. . . . **UKUPNO 10 BODOVA**

3.

$$\frac{a+89}{a-2}=\frac{a-2+2+89}{a-2}=\frac{a-2+91}{a-2}=\frac{a-2}{a-2}+\frac{91}{a-2}=1+\frac{91}{a-2}.$$

3 BODA

Kako je $91 = 7 \cdot 13$, postoje 4 mogućnosti: **2 BODA**

1) $a-2=1$ odnosno $a=3$, **1 BOD**

2) $a-2=7$ odnosno $a=9$, **1 BOD**

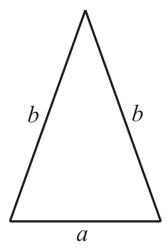
3) $a-2=13$ odnosno $a=15$, **1 BOD**

4) $a-2=9$ odnosno $a=93$. **1 BOD**

Traženi brojevi su 3, 9, 15 i 93. **1 BOD**

. . . . **UKUPNO 10 BODOVA**

4.



Zbroj duljina dviju stranica trokuta mora biti veći od duljine treće stranice.

$$a+2b=22$$

$2b$ i 22 su parni brojevi pa onda i a mora biti paran broj. **3 BODA**

Zbog nejednakosti trokuta je $2b > a$. **3 BODA**

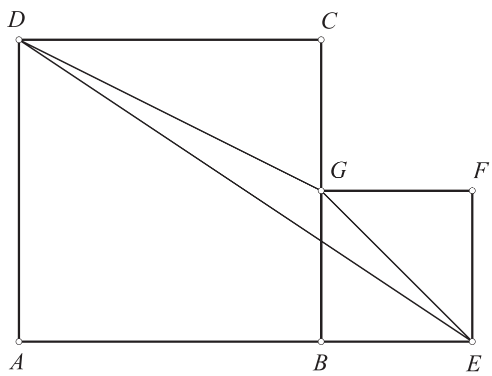
a	2	4	6	8	10
b	10	9	8	7	6

3 BODA

Postoji pet različitih jednakokračnih trokuta koji zadovoljavaju uvjete zadatka. **1 BOD**

. . . . **UKUPNO 10 BODOVA**

5.



1 BOD

$$P_{\triangle BEG} = \frac{10 \cdot 10}{2} = 50 \text{ cm}^2$$ **1 BOD**

$$\begin{aligned} P_{\square ABGD} &= P_{\square ABCD} - P_{\triangle CDG} = 20 \cdot 20 - \frac{20 \cdot 10}{2} \\ &= 400 - 100 = 300 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$ **3 BODA**

$$P_{\triangle AED} = \frac{30 \cdot 20}{2} = 300 \text{ cm}^2$$ **2 BODA**

$$\begin{aligned} P_{\triangle DEG} &= (P_{\triangle BEG} + P_{\square ABGD}) - P_{\triangle AED} \\ &= (50 + 300) - 300 = 50 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

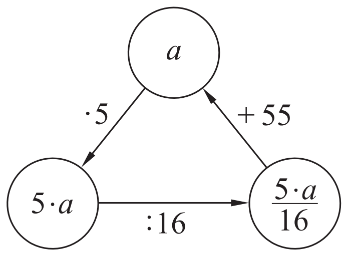
Površina trokuta $\triangle DEG$ je 50 cm^2. **3 BODA**

. . . . **UKUPNO 10 BODOVA**

RJEŠENJA ZA 7. RAZRED

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK OCIJENITI I BODOVATI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1.



3 BODA

$\dfrac{5 \cdot a}{16} + 55 = a$ **2 BODA**

$\dfrac{11}{16}a = 55$

$a = 80$ **3 BODA**

$5 \cdot a = 400$ **1 BOD**

$\dfrac{5 \cdot a}{16} = 25$ **1 BOD**

. . . . **UKUPNO 10 BODOVA**

2. 1. vreća: 80% od x tj. $\dfrac{4}{5}x$ **1 BOD**

2. vreća: x

3. vreća: 42.5% od $\dfrac{4}{5}x$ tj. $\dfrac{425}{1000} \cdot \dfrac{4}{5}x = \dfrac{17}{50}x$ **2 BODA**

$\dfrac{4}{5}x + x + \dfrac{17}{50}x = 64.2 \ / \ \cdot 50$ **2 BODA**

$$\begin{aligned} 40x + 50x + 17x &= 3210 \\ 107x &= 3210 \\ x &= 30 \end{aligned}$$

3 BODA

1. vreća: 24
2. vreća: 30
3. vreća: 10.2

2 BODA

. . . . **UKUPNO 10 BODOVA**

3. Neka je s udaljenost od Rijeke do mjesta dostizanja.
Neka je t_1 odnosno t_2 vrijeme za koje je autobus odnosno osobni automobil prešao taj put.

Tada vrijedi $s = 100 \cdot t_1 = 120 \cdot t_2$ i $t_2 = t_1 - \dfrac{336}{3600}$. **3 BODA**

Slijedi $100t_1 = 120\left(t_1 - \dfrac{336}{3600}\right)$ odnosno $100t_1 = 120t_1 - 11.2$. **2 BODA**

Dalje je $20t_1 = 11.2$ pa je $t_1 = 0.56$ h. **3 BODA**

Na kraju je $s = 100 \cdot t_1 = 100 \cdot 0.56 = 56$ km.
Tražena udaljenost je 56 km. **2 BODA**

. . . . **UKUPNO 10 BODOVA**

4. Ako površina manje njive iznosi $2p$, površina veće njive je $3p$.
Ukupna površina obje njive je $5p$ što znači da svaku voćnu kulturu treba zasaditi na površini $\frac{5}{2}p$. **2 BODA**

Manja njiva površine $2p$ je zasađena u omjeru $3:5$ pa je pod jagodama $\frac{3}{8}$ od $2p$ odnosno $\frac{3}{4}p$. **2 BODA**

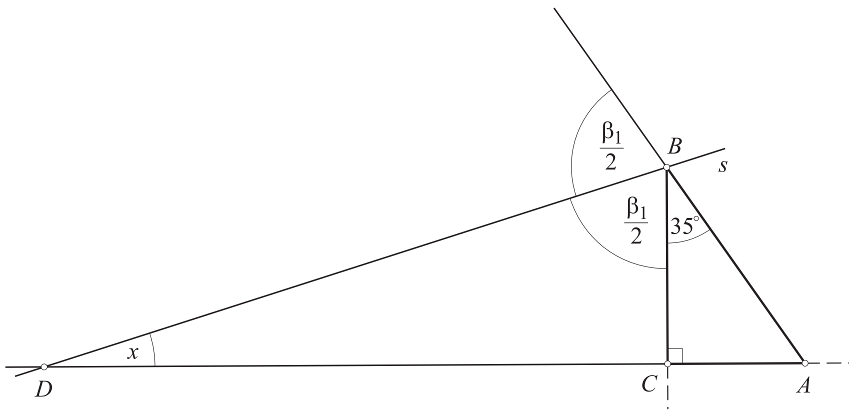
Tada je na većoj njivi pod jagodama $\frac{5}{2}p - \frac{3}{4}p = \frac{7}{4}p$. **2 BODA**

Ostatak na većoj njivi je pod malinama, a to je $3p - \frac{7}{4}p = \frac{5}{4}p$. **2 BODA**

Dakle, jagode i maline na većoj njivi treba zasaditi u omjeru $\frac{7}{4}p : \frac{5}{4}p = 7:5$. **2 BODA**

. . . . **UKUPNO 10 BODOVA**

5.



2 BODA

Neka je $\triangle ABC$ s pravim kutom pri vrhu C.
Šiljasti kutovi pravokutnog trokuta iznose $\alpha = 55°$ i $\beta = 35°$. **1 BOD**
Vanjski su kutovi suplementarni unutarnjim kutovima i iznose $125°$, $145°$ i $90°$. **2 BODA**
Najkraća stranica trokuta leži nasuprot najmanjem kutu pa je to stranica $\overline{AC}$. **1 BOD**
Simetrala najvećeg vanjskog kuta β_1, siječe pravac AC u točki D.
Traženi kut je šiljasti kut pravokutnog trokuta BDC, pa vrijedi:

$$x + \frac{\beta_1}{2} = 90° \quad \textbf{2 BODA}$$

$$x + \left(\frac{145}{2}\right)^\circ = 90°$$

$$x + 72°30' = 90°$$

$$x = 17°30' \quad \textbf{2 BODA}$$

. . . . **UKUPNO 10 BODOVA**

RJEŠENJA ZA 8. RAZRED

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK OCIJENITI I BODOVATI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. $0.64x^2 - 0.8x + 0.25 + 0.36x^2 - 1.56x + 1.69$
$= 4 \cdot ((0.5x)^2 - 0.7^2) - 0.9x - 0.48$ **4 BODA**
$x^2 - 2.36x + 1.94 = x^2 - 1.96 - 0.9x - 0.48$ **2 BODA**
$1.46x = 4.38$ **2 BODA**
$x = 3$ **2 BODA**
. . . . **UKUPNO 10 BODOVA**

2. $\sqrt{333^2 + 444^2} = \sqrt{(3 \cdot 111)^2 + (4 \cdot 111)^2}$ **2 BODA**
$= \sqrt{111^2(3^2 + 4^2)}$ **2 BODA**
$= \sqrt{111^2 \cdot 5^2}$ **2 BODA**
$= 111 \cdot 5$ **2 BODA**
$= 555$ **2 BODA**
. . . . **UKUPNO 10 BODOVA**

3. Neka je bilo x muškaraca i y žena.

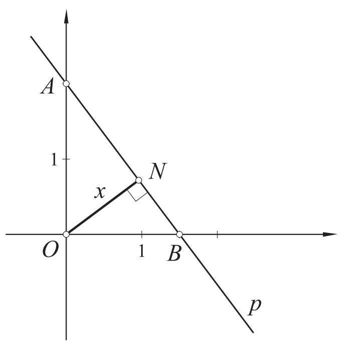
Tada je iz uvjeta zadatka $\frac{2}{3}x = \frac{3}{5}y$ ili $10x = 99$, odnosno $y = \frac{10}{9}x$. **3 BODA**

U braku nisu $\frac{1}{3}x$ (muškaraca) i $\frac{2}{5}y$ (žena). **2 BODA**
Dakle,

$$\frac{\frac{1}{3}x + \frac{2}{5}y}{x+y} = \frac{\frac{1}{3}x + \frac{2}{5} \cdot \frac{10}{9}x}{x + \frac{10}{9}x} = \frac{\frac{1}{3}x + \frac{4}{9}x}{\frac{19}{9}x} = \frac{\frac{7}{9}x}{\frac{19}{9}x} = \frac{7}{19}$$

nije u braku. **5 BODOVA**
. . . . **UKUPNO 10 BODOVA**

4. Pravac siječe koordinatne osi u točkama $A(0,2)$ i $B\left(\frac{3}{2}, 0\right)$. **2 BODA**
Tražena udaljenost duljina je visina iz vrha O, pravokutnog trokuta ABO.



$|ON| = x$

2 BODA

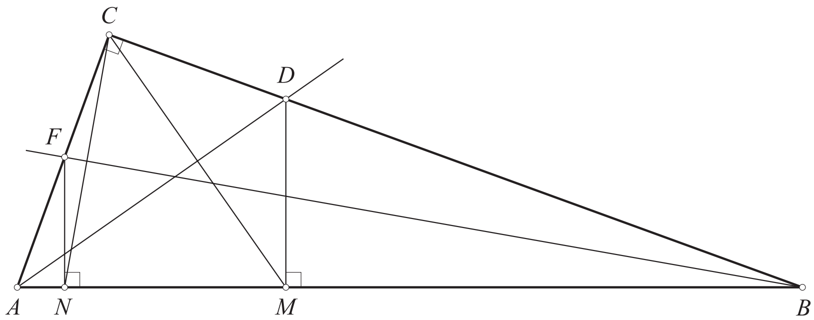
Primjenom Pitagorina poučka $|AB| = 2.5$. **3 BODA**
Izjednačavanjem površina:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2}|OA| \cdot |OB| &= \frac{1}{2}|AB| \cdot x \\
\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \frac{3}{2} &= \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{2} \cdot x \\
3 &= \frac{5}{2}x \\
x &= \frac{6}{5}
\end{aligned}$$

Ishodište O od pravca p udaljeno je $\frac{6}{5}$ jediničnih duljina. **3 BODA**

. . . . **UKUPNO 10 BODOVA**

5.



1 BOD

Trokut FCN je jednakokračan, jer je $|CF| = |FN|$ (svojstvo simetrale $\overline{BF}$).
I trokut CDM je jednakokračan, jer je $|CD| = |DM|$ (svojstvo simetrale $\overline{AD}$).
Zato je $\sphericalangle FCN = \sphericalangle CNF$, $\sphericalangle DCM = \sphericalangle DMC$. **2 BODA**

$$\sphericalangle A = 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ,$$ **1 BOD**

a odavde je sada

$$\sphericalangle AFN = 20^\circ.$$ **1 BOD**

Sličnim zaključivanjem nalazimo da je

$$\sphericalangle BDM = 70^\circ.$$ **1 BOD**

Zato je

$$\sphericalangle FCN = \sphericalangle CNF = \frac{\sphericalangle AFN}{2} = \frac{20}{2} = 10^\circ.$$ **1 BOD**

Sličnim zaključivanjem nalazimo da je

$$\sphericalangle DCM = \sphericalangle DMC = \frac{70}{2} = 35^\circ.$$ **1 BOD**

Tada je

$$\sphericalangle MCN = 90^\circ - (10^\circ + 35^\circ) = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ.$$

Dakle, veličina traženog kuta je 45°, tj. $\sphericalangle MCN = 45^\circ$. **2 BODA**

. . . . **UKUPNO 10 BODOVA**