

## DRŽAVNO NATJECANJE IZ MATEMATIKE

7. razred – osnovna škola

3. svibnja 2007.

1. Odredi najmanji cijeli broj  $x$  koji zadovoljava jednadžbu

$$x \cdot (|x| - 2) \cdot (x + 2.2) = 0.$$

Koliki je zbroj svih rješenja te jednadžbe?

2. U prodavaonicu dječjih igračaka stiglo je 10 kutija. U svakoj od njih bio je isti broj lopti, ali različitih boja. Prodavačica je iz prve kutije prodala određeni broj lopti, iz druge dvostruko više, iz treće trostruko više i tako dalje, sve do posljednje kutije iz koje je prodano deseterostruko više nego iz prve, te u kojoj je nakon prodaje ostala samo jedna lopta. U svim kutijama zajedno ostalo je nakon prodaje ukupno 370 lopti.

Koliko je lopti bilo u svakoj od kutija na početku prodaje?

3. Mineralog je promatrao dva kristala u stadiju formiranja i ravnomjernog porasta masa. Primijetio je da je porast mase prvog kristala za 3 mjeseca jednak porastu mase drugog kristala za 7 mjeseci. Po isteku godine pokazalo se da se masa prvog kristala povećala za 4 posto, a drugog za 5 posto.

U kojem su odnosu bile mase ovih kristala na početku?

4. Duljina kraka jednakokravnog trokuta dvostruko je veća od duljine osnovice. Izračunaj polumjer tom trokutu upisane kružnice ako je duljina visine na osnovicu 4 cm.

5. Dan je trokut  $ABC$  kojemu su  $|AB| = 8$  cm,  $|BC| = 16$  cm,  $|AC| = 10$  cm. Na stranici  $\overline{AB}$  odabrana je točka  $M$ , tako da okomica iz točke  $M$  na simetralu kuta  $\sphericalangle BAC$  siječe stranicu  $\overline{AC}$  u točki  $N$ , a okomica iz točke  $M$  na simetralu kuta  $\sphericalangle ABC$  siječe stranicu  $\overline{BC}$  u točki  $P$ , pri čemu je  $|CP| = 2|CN|$ .

U kojem omjeru točka  $M$  dijeli stranicu  $\overline{AB}$ ?

## DRŽAVNO NATJECANJE IZ MATEMATIKE

8. razred – osnovna škola

3. svibnja 2007.

1. Ako je  $\frac{a}{b} - a = \frac{b}{a} + b$  i  $a + b \neq 0$ ,  $a \neq 0$ ,  $b \neq 0$ , koliko je  $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ ?
2. Izračunaj  $\left(2006 - \sqrt{1 + 2008\sqrt{1 + 2007 \cdot 2005}}\right)^2$ .
3. Kolona istovrsnih vozila je prošla kroz tunel za 4 minute i 52 sekunde vozeći brzinom od 72 km/h, pri čemu je razmak između vozila bio dvostruko veći od duljine vozila. Nakon istovara tereta, kolona vozila je na povratku prošla tunel za 1 minutu i 42 sekunde brže nego kad je ulazila, vozeći brzinom za 55% većom, pri čemu je razmak između vozila bio trostruko veći od duljine vozila. Da je na povratak krenula samo polovica broja vozila na razmaku četverostruko većem od duljine vozila, prošli bi kroz tunel za 3 minute i 13 sekundi vozeći brzinom za 50% većom od one u dolasku. Kolika je duljina tunela? Kolika je duljina vozila i koliko je vozila bilo u koloni?
4. Izračunaj površinu pravilnog osmerokuta upisanog u krug promjera 16 cm.
5. Polovištem  $P$  hipotenuze  $\overline{AB}$  pravokutnog trokuta  $ABC$  nacrtana je okomica na  $\overline{AB}$  koja katetu  $\overline{AC}$  siječe u točki  $M$ , a produžetak katete  $\overline{BC}$  u točki  $N$ . Izrazi duljine stranica  $a$ ,  $b$  i  $c$  trokuta  $ABC$  pomoću duljina odrezaka  $m = |PM|$  i  $n = |PN|$ .