MATEMATIČKI KLOKAN J

RJEŠENJA

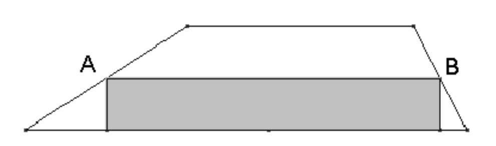
Pitanja za 3 boda:

1. Zebra na pješačkom prijelazu ima crne i bijele pruge širine 50 cm. Prijelaz započinje i završava bijelim prugama i ima ukupno 8 bijelih pruga. Kolika je širina ceste?

A) 7 m **B) 7.5 m** C) 8 m D) 8.5 m E) 9 m

Rješenje: **B.** 8 bijelih i 7 crnih pruga između njih je ukupno 15 pruga, ukupne širine 750 cm ili 7.5 m

2. Pravokutnik na slici ima površinu 13 cm². Točke A i B su polovišta krakova trapeza. Kolika je površina trapeza?



A) 24 cm² B) 25 cm² **C) 26 cm²** D) 27 cm² E) 28 cm²

Rješenje: **C.** Neka je $s = |AB|$, a y duljina druge stranice pravokutnika. Tada vrijedi $s \cdot y = 13$, $\rightarrow s = \frac{13}{y}$.

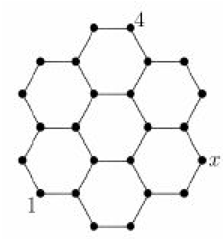
Za visinu trapeza vrijedi $v = 2y$. Dužina $\overline{AB}$ je srednjica trapeza, a površina trapeza računa se po formuli $P = s \cdot v$. Uvrštavanjem s i v u formulu za površinu dobivamo $P = 26\text{cm}^2$.

3. Koja je od sljedećih relacija istinita, ako su izrazi zadani kao $S_1 = 2\cdot3+3\cdot4+4\cdot5$, $S_2 = 2^2+3^2+4^2$ i $S_3 = 1\cdot2+2\cdot3+3\cdot4$?

A) $S_2 < S_1 < S_3$ B) $S_1 < S_2 = S_3$ C) $S_1 < S_2 < S_3$ **D)** $S_3 < S_2 < S_1$ E) $S_1 = S_2 < S_3$

Rješenje: **D.** $S_1 = 38$, $S_2 = 29$, $S_3 = 20$

4. Zbrojevi brojeva pridruženih krajnjim točkama iste dužine su jednaki, za sve dužine na slici. Dva broja su već pridružena dvjema krajnjim točkama. Koji broj treba pridružiti točki označenoj s *x*?



A) 1 B) 3 C) 4 D) 5 E) nedovoljno podataka

Rješenje: **A.** Da bi zbrojevi brojeva pridruženih krajnjim točkama iste dužine svi bili jednaki, krajnjim točkama svih dužina moraju biti pridruženi brojevi 1 i 4. Prema tome, točki označenoj s *x* treba pridružiti broj 1.

5. Pri dijeljenju broja 2011 nekim brojem, ostatak je 1011. Koji je od sljedećih brojeva bio djelitelj?

A) 100 B) 500 C) 1000 D) neki drugi broj **E) nije moguće dobiti taj ostatak**

Rješenje: **E.**

6. Mozaik površine 360 cm², oblika pravokutnika, sastavljen je od jednakih dijelova kvadratnog oblika. Mozaik je dug 24 cm, a po širini ima 5 dijelova kvadratnog oblika. Kolika je površina svakog dijela kvadratnog oblika?

A) 1 cm² B) 4 cm² **C) 9 cm²** D) 16 cm² E) 25 cm²

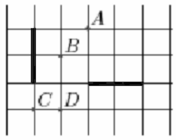
Rješenje: **C.** Pravokutnik je širok 15 cm, duž te stranice ima 5 dijelova kvadratnog oblika. Duljina stranice tog kvadratnog dijela je 3 cm, a površina 9 cm².

7. Svi četveroznamenkasti brojevi čija je suma znamenaka 4 napisani su u padajućem nizu. Na kojem mjestu u tom nizu se nalazi broj 2011?

A) 6. B) 7. C) 8. **D) 9.** E) 10.

Rješenje: **D.** Padajući niz četveroznamenkastih brojeva sa zadanim svojstvom glasi: 4000, 3100, 3010, 3001, 2200, 2110, 2101, 2020, 2011, 2002, 1300, 1210, 1201, 1120, 1111, 1102, 1030, 1021, 1012, 1003.

8. Obje jače istaknute dužine na slici su rotacijske slike jedna druge. Koje od istaknutih točaka mogu biti središta takve rotacije?

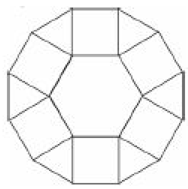


A) Samo A B) A i C **C) A i D** D) Samo D E) A, B, C i D

Rješenje: **C.**

Pitanja za 4 boda:

9. Lik na slici sastoji se od pravilnog šesterokuta, šest trokuta i šest kvadrata. Duljina stranice pravilnog šesterokuta je 1 cm. Koliki je opseg tog lika?



A) $6(1+\sqrt{2})$ cm B) $6(1+\frac{\sqrt{3}}{2})$ cm **C) 12 cm** D) $(6+3\sqrt{2})$ cm E) 9 cm

Rješenje: **C.** Lik se sastoji od pravilnog šesterokuta, šest jednakostraničnih trokuta i šest kvadrata. Dužine koje omeđuju taj lik imaju sve duljinu 1 cm. Ima ih 12, pa je opseg lika 12 cm.

10. Tri standardne igraće kocke složene su jedna na drugu tako da je zbroj točkica na stranama po kojima se spajaju uvijek 5. Na jednoj od vidljivih strana donje kocke vidi se jedna točkica. Koliko točkica ima gornja strana kocke na vrhu?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 **E) 6**

Rješenje: **E.**

11. Jedan od mjeseci u godini ima 5 ponedjeljaka, 5 utoraka i 5 srijeda. Prethodni mjesec ima samo 4 nedjelje. Što ima sljedeći mjesec?

A) točno 4 petka **B) točno 4 subote** C) 5 nedjelja D) 5 ponedjeljaka E) nemoguća situacija

Rješenje: **B.**

12. Mihael, Fernando i Sebastijan sudjelovali su u utrci. Odmah nakon starta, Mihael je bio prvi, Fernando drugi, a Sebastijan treći. Tijekom utrke Mihael i Fernando prestizali su se međusobno 9 puta, Fernando i Sebastijan 10 puta, a Mihael i Sebastijan 11 puta. U kojem poretku su završili utrku?

A) Mihael, Fernando, Sebastijan **B)** Fernando, Sebastijan, Mihael C) Sebastijan, Mihael, Fernando D) Sebastijan, Fernando, Mihael E) Fernando, Mihael, Sebastijan

Rješenje: **B.**

13. Ako je $9^n + 9^n + 9^n = 3^{2011}$, koliki je n ?

A) 1005 B) 1006 C) 2009 D) 2010 E) 2011

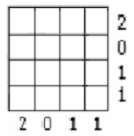
Rješenje: **A.** $3 \cdot 3^{2n} = 3^{2011}$, odnosno $2n+1 = 2011$, $n = 1005$

14. Imamo dvije kocke s bridovima duljina *a* dm i *a+1* dm. Veća kocka puna je vode, a manja je prazna. Prelijevamo vodu iz veće u manju kocku dok je ne napunimo, ostavljajući tako 217 litara vode u većoj kocki. Koliko smo vode prelili u manju kocku?

A) 243 *l* **B) 512 *l*** C) 125 *l* D) 1331 *l* E) 729 *l*

Rješenje: **B.** Vrijedi $(a+1)^3 - a^3 = 217$, rješenje je a = 8. U manju kocku prelili smo 512 *l*.

15. Polja ove kvadratne mreže treba obojati crnom ili bijelom bojom. Pored svakog retka, odnosno ispod svakog stupca nalazi se broj crnih polja za odgovarajući redak, odnosno stupac. Na koliko načina to možemo učiniti?



A) 0 B) 1 C) 3 **D) 5** E) 9

Rješenje: **D.**

16. Koji je najveći broj uzastopnih troznamenkastih brojeva koji imaju najmanje jednu neparnu znamenku?

A) 1 B) 10 C) 110 **D) 111** E) 221

Rješenje: **D.** Niz 289, 290, 291, ..., 398, 399 ili 489, 490, 491, ..., 598, 599.

Pitanja za 5 bodova:

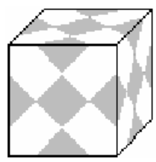
17. Nikola želi upisati brojeve u kvadratiće tako da zbroj u svakom kvadratu 2 x 2 iznosi 10. Pet brojeva je već upisano, kao na slici. Nađi zbroj preostala četiri broja.

1		0
	2	
4		3

A) 9 B) 10 C) 11 **D) 12** E) 13

Rješenje: **D.** To su brojevi 4 + 3 + 4 + 1 = 12

18. Šimun ima staklenu kocku brida duljine 1 dm. Na strane kocke nalijepio je sukladne kvadrate zlatne boje, tako da kocka sa svih strana izgleda jednako, što se može vidjeti na slici. Koliko je površine kocke zlatne boje?



A) 37.5 cm² B) 150 cm² **C) 225 cm²** D) 300 cm² E) 375 cm²

Rješenje: **C.** Za zlatne kvadrate vrijedi da je duljina njihove dvostruke dijagonale jednaka duljini brida kocke. Duljina dijagonale kvadrata je 0.5 dm, a duljina stranice kvadrata $\frac{\sqrt{2}}{4}$ dm. Površina zlatnog kvadrata je $\frac{1}{8}$ dm², a takvih zlatnih kvadrata ima 12, površina kocke zlatne boje je $\frac{9}{4}$ dm², odnosno 225 cm².

19. Koliko uređenih parova prirodnih brojeva (x, y) zadovoljava jednakost $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{3}$?

A) 0 B) 1 C) 2 **D) 3** E) 4

Rješenje: **D.** $3y+3x=xy \quad \rightarrow x=\frac{3y}{y-3}=\frac{3(y-3)+9}{y-3}=3+\frac{9}{y-3}$ → (6, 6), (12, 4), (4, 12)

20. Peteroznamenkasti broj $\overline{abcde}$ naziva se *zanimljivim* ako su mu sve znamenke međusobno različite i ako vrijedi $a=b+c+d+e$. Koliko ima *zanimljivih* brojeva?

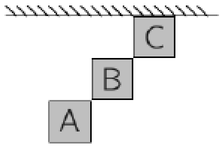
A) 72 B) 144 **C) 168** D) 216 E) 288

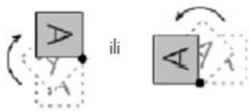
Rješenje: **C.** Osnovni zanimljivi brojevi su: 90234, 90135, 90126, 80134, 80125, 70124, 60123, a preostali su permutacije znamenaka b, c d i e. Ima ih: $7 \cdot 24 = 168$.

21. Strana ABC pravilnog tetraedra ABCD nalazi se u ravnini ε. Brid BC nalazi se na pravcu s. Drugi pravilni tetraedar BCDE ima zajedničku stranu s tetraedrom ABCD. Gdje pravac DE siječe ravninu ε ?

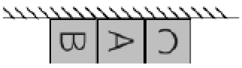
A) u poluravnini određenoj pravcem s u kojoj je i točka A, unutar trokuta ABC
B) u poluravnini određenoj pravcem s u kojoj je i točka A, izvan trokuta ABC
C) u poluravnini određenoj pravcem s u kojoj se ne nalazi točka A
D) pravac DE je usporedan s ravninom ε
E) odgovor ovisi o duljini brida tetraedra.
Rješenje: **C.**

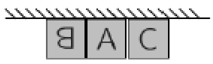
22. Tri velike kutije dostavljene su u skladište i smještene na pod. Pogled odozgo na te kutije prikazan je na slici 1. Kutije treba složiti uzduž zida. S obzirom da su jako teške, mogu se pomicati rotiranjem oko donjih vrhova kutova za 90˚ (slika 2). Koja je slika moguća ?





A) **B)** C) D) E)





sve četiri slike su moguće

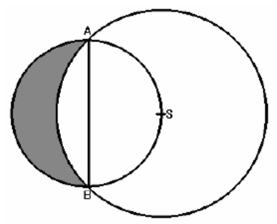
Rješenje: **B.**

23. Brojevi x i y veći su od 1. Koji od sljedećih razlomaka ima najveću vrijednost?

A) $\frac{x}{y+1}$ **B)** $\frac{x}{y-1}$ C) $\frac{2x}{2y+1}$ D) $\frac{2x}{2y-1}$ E) $\frac{3x}{3y+1}$

Rješenje: **B.**

24. Dva kruga nacrtana su kao na slici. Dužina AB promjer je manjeg kruga. Središte većeg kruga nalazi se na manjoj kružnici, a polumjer većeg kruga ima duljinu r. Kolika je površina osjenčanog dijela?



A) $\frac{\pi}{6}\cdot r^2$ B) $\frac{\sqrt{3}\cdot\pi}{12}\cdot r^2$ **C)** $\frac{1}{2}\cdot r^2$ D) $\frac{\sqrt{3}}{4}\cdot r^2$ E) neki drugi odgovor

Rješenje: **C.** Površinu osjenčanog dijela možemo dobiti kao razliku površine manjeg polukruga i površine odsječka većeg kruga nad tetivom $\overline{AB}$. Duljina polumjera manjeg kruga je $\frac{r\sqrt{2}}{2}$, a površina manjeg polukruga $\frac{r^2\pi}{4}$. Površina odsječka većeg kruga nad tetivom $\overline{AB}$ može se dobiti kao razlika površine kružnog isječka većeg kruga nad kružnim lukom AB i površine jednakokračnog pravokutnog trokuta ASB. Površina kružnog isječka većeg kruga nad kružnim lukom AB je $\frac{r^2\pi\cdot 90°}{360°}=\frac{r^2\pi}{4}$, a površina jednakokračnog pravokutnog trokuta ASB je $\frac{r^2}{2}$. Površina odsječka većeg kruga nad tetivom $\overline{AB}$ je $\frac{r^2\pi}{4}-\frac{r^2}{2}$. Površina osjenčanog dijela je $\frac{r^2\pi}{4}$ - $(\frac{r^2\pi}{4}-\frac{r^2}{2})=\frac{r^2}{2}$.