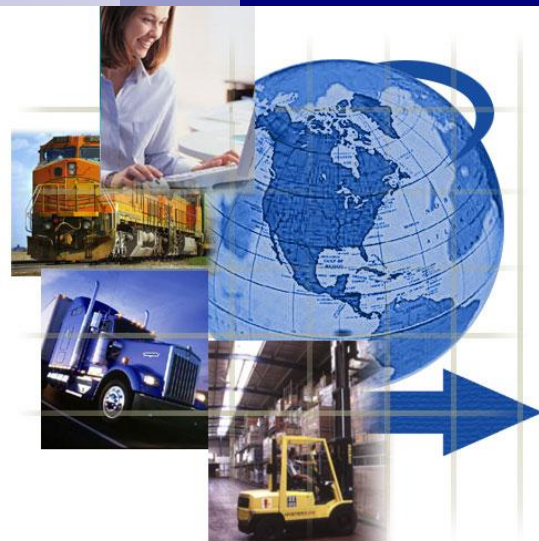


Hrvatsko matematičko društvo  
Inženjerska sekcija

# Višekriterijska optimizacija u upravljanju lancem dobave

Silvija Vlah Jerić, Kristina Šorić  
Ekonomski fakultet Zagreb  
{svlah,ksoric}@efzg.hr

24.2.2011.



# Sadržaj

- Višekriterijska optimizacija – osnovni pojmovi
- Lanci dobave – definicija
- Lanci dobave u poljoprivredno-prehrambenoj industriji
  - Primjer maslinarsko – uljarske industrije



# Sadržaj

- Model mješovitog cjelobrojnog programiranja
- Jednokriterijski model
  - heuristike
  - simulacije
- Višekriterijski model
  - scatter – search
- Buduće istraživanje






# Višekriterijsko programiranje

- Višekriterijsko linearno programiranje (VLP) ima iste pretpostavke kao i jednokriterijsko linearno programiranje (LP)

- Funkcija cilja i ograničenja su linearna

- Ograničenja moraju biti oblika  $=, \leq$  ili  $\geq$

- 
- VLP bolje modelira praktične probleme s više **konfliktnih** ciljeva
  - Na primjer, poduzeće želi istovremeno maksimizirati dobit i zadovoljstvo potrošača
  - Investitor želi istovremeno maksimizirati očekivani prinos i minimizirati rizik ulaganja

- 
- 
- U slučaju više konfliktnih ciljeva, potreban nam je način modeliranja **trade-off-a između tih konfliktnih ciljeva**

- **Primjer.** Investitor ima \$1000 koje želi investirati u dvije alternative (opcije).
- Alternativa 1 ima očekivani prinos od 6%. Odgovarajući se rizik ulaganja mjeri faktorom rizika koji je mjera mogućeg odstupanja od očekivanog prinosa
- Faktor rizika za alternativu 1 je 4% (možemo reći da se očekuje prinos između 2%-10%)



- Alternativa 2 je bezrizična s fiksnim prinosom od 3%
- Investitor zna da nije dobro sve investirati u jednu alternativu, pa je odlučio investirati barem \$200, ali ne više od \$700 u svaku od dvije alternative
- On želi maksimizirati prinos, ali i držati rizik na minimalnoj razini



- Investitor je odlučio zanemariti rizik i konstruirati LP model maksimizacije očekivanog prinosa:
- $x_1$  - iznos (u \$) koji se investira u alternativu 1
- $x_2$  - iznos (u \$) koji se investira u alternativu 2

■ Model:

$$\max(0.06x_1 + 0.03x_2)$$

$$x_1 + x_2 \leq 1000$$

$$x_1 \leq 700$$

$$x_2 \leq 700$$

$$x_1 \geq 200$$

$$x_2 \geq 200$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

- Optimalno rješenje je vektor  $d$ :

$$d = (x_1, x_2) = (700, 300)$$

- Optimalna vrijednost funkcije cilja (maksimalan prinos) je \$51

- Odgovarajući rizik:

$$0.04x_1 + 0 \cdot x_2 = 0.04 \cdot 700 + 0 \cdot 300 = \$28$$

- Pretpostavimo sada da investitor potpuno zanemaruje očekivani prinos, te kao cilj postavlja minimizaciju rizika
- Skup mogućih rješenja je jednak, ali je cilj:

$$\min(0.04x_1 + 0 \cdot x_2) = \min 0.04x_1$$

■ Model:

$$\min 0.04x_1$$

$$x_1 + x_2 \leq 1000$$

$$x_1 \leq 700$$

$$x_2 \leq 700$$

$$x_1 \geq 200$$

$$x_2 \geq 200$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

- Problem ima alternativno rješenje:
- Ekstremna točka  $a=(200, 200)$  s rizikom \$8
- Ekstremna točka  $b=(200, 700)$  s rizikom \$8
- Beskonačno mnogo rješenja:

$$\alpha(200,200) + (1 - \alpha)(200,700), \quad \alpha \in [0,1]$$

- Primijetimo da za dva rješenja,  $a$  i  $b$ , rješenje  $a$  ima očekivani prinos

$$0.06x_1 + 0.03x_2 = 0.06 \cdot 200 + 0.03 \cdot 200 = \$18$$

- $b$  ima očekivani prinos

$$0.06x_1 + 0.03x_2 = 0.06 \cdot 200 + 0.03 \cdot 700 = \$33$$

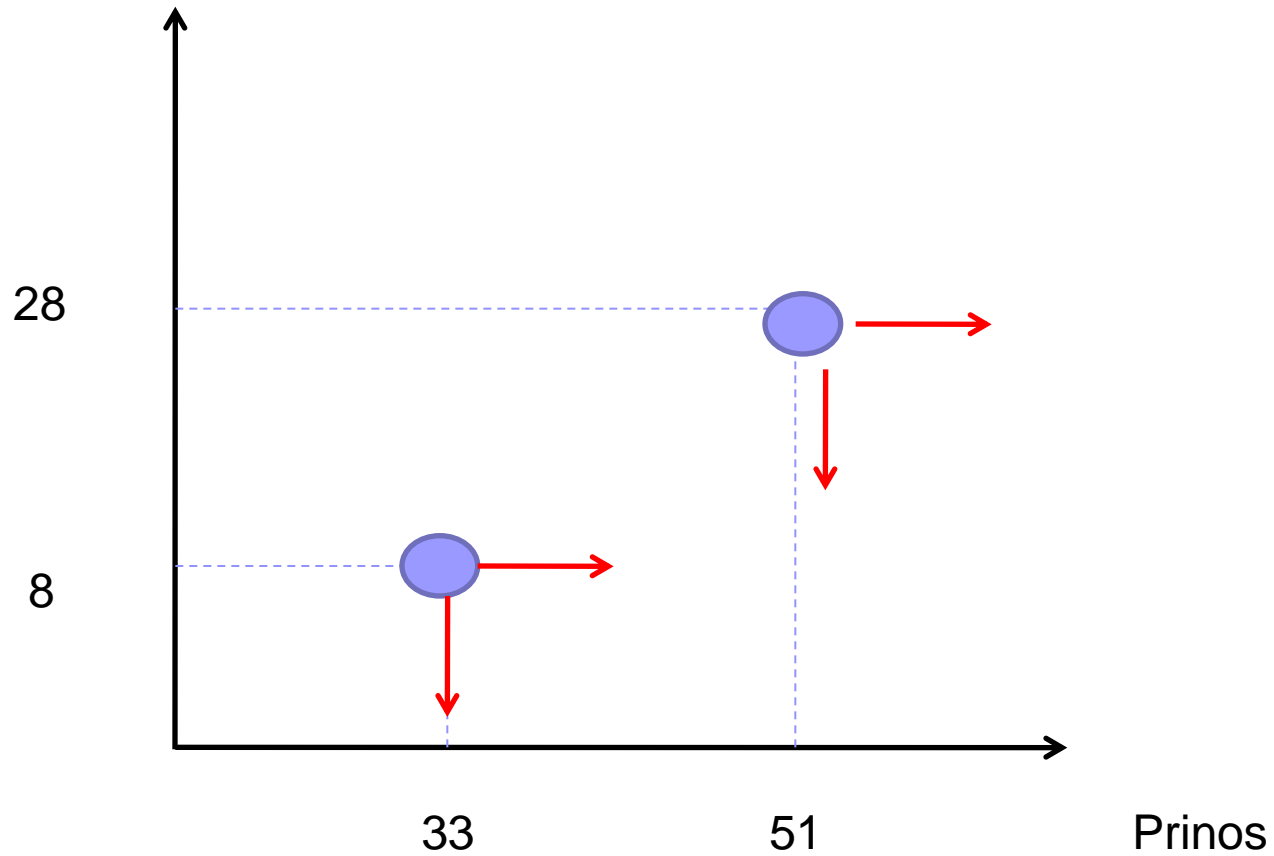


- Dakle, rješenje  $a$  ima rizik \$8 i očekivani prinos \$18
- Rješenje  $b$  ima rizik \$8 i očekivani prinos \$33
- Rješenje  $a$  je dominirano s rješenjem  $b$

- Investitor sad treba odlučiti koju investiciju izabrati:

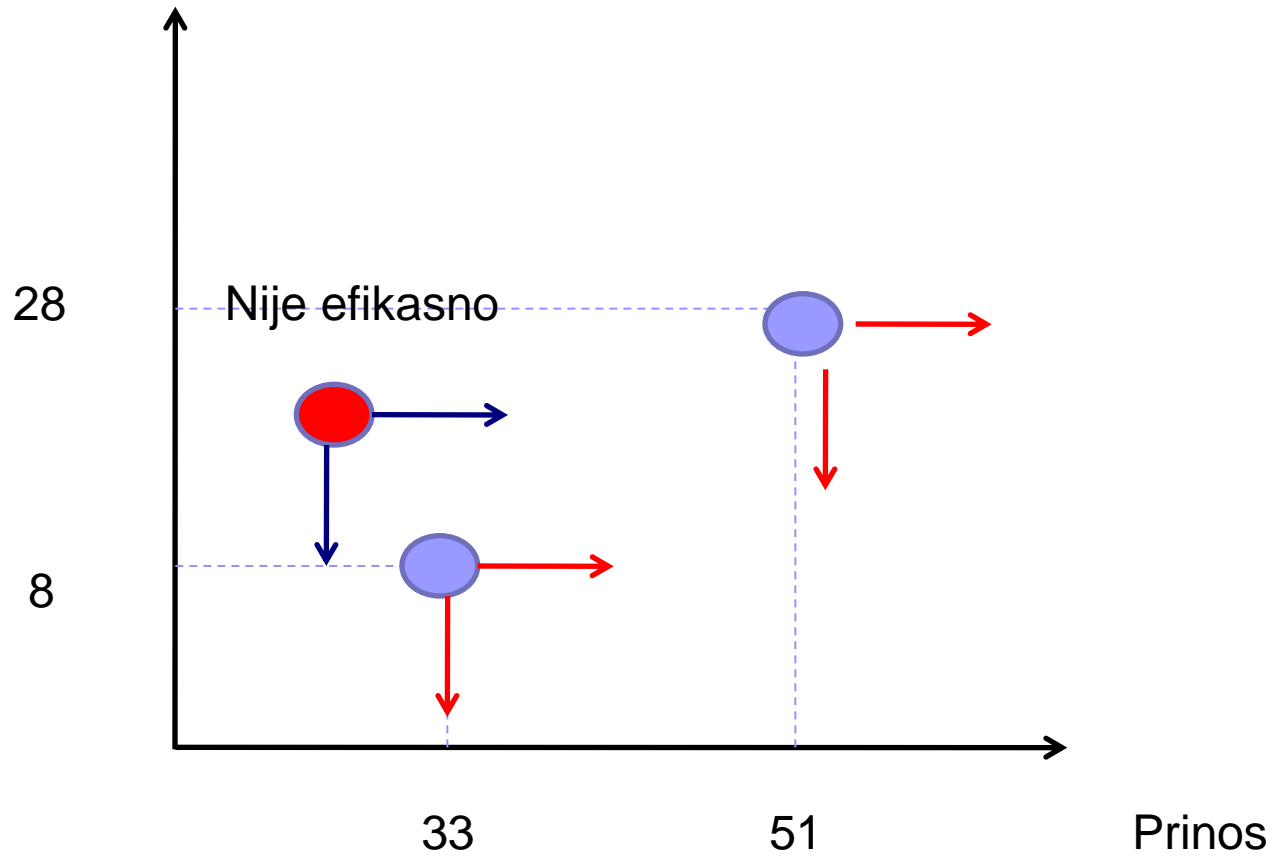
Plan	Alternativa 1	Alternativa 2	Očekivani prinos	Rizik
A	\$700	\$300	\$51	\$28
B	\$200	\$700	\$33	\$8

Rizik




- Efikasna rješenja (Pareto optimalna)

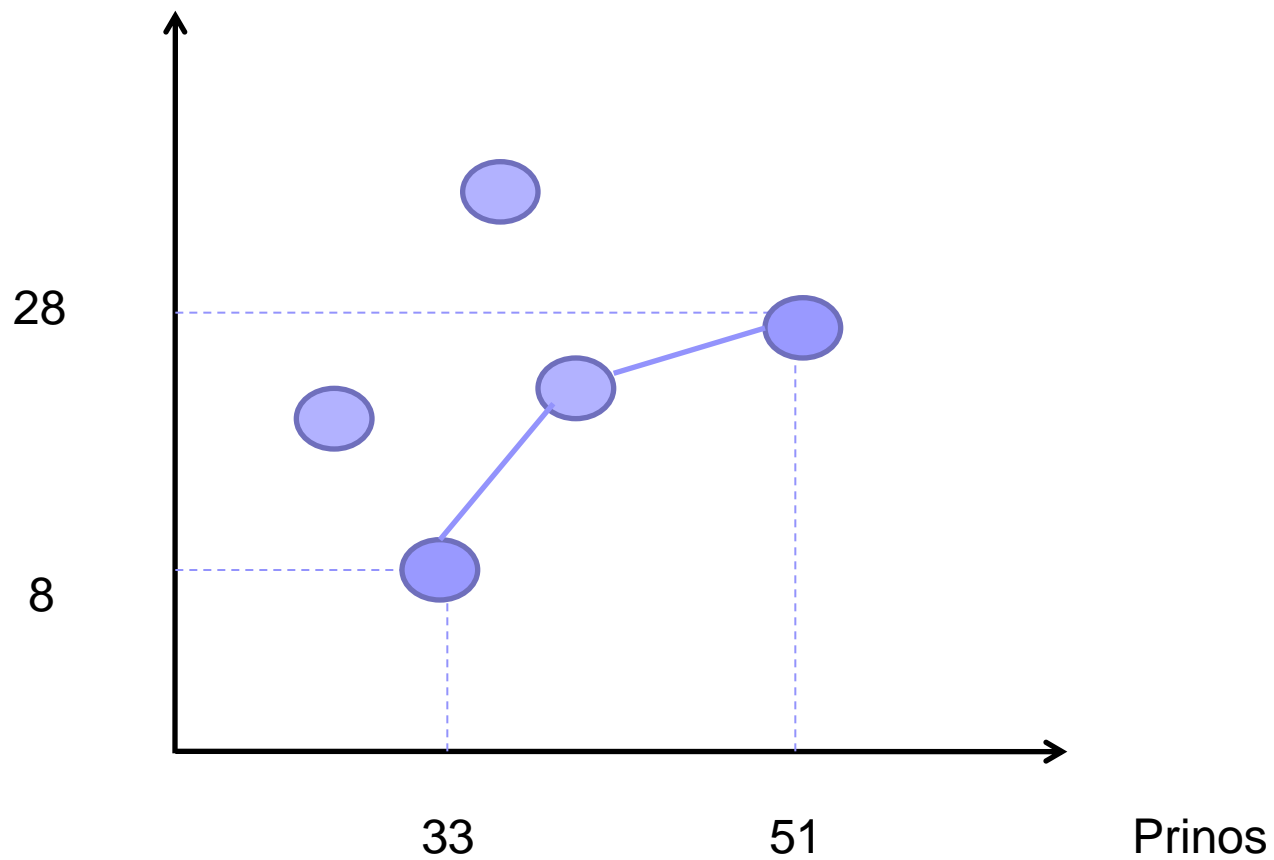
Rizik



- Efikasna rješenja (Pareto optimalna)

- 
- Rješenje je efikasno ako ne postoji neko drugo rješenje koje je po svim kriterijima jednako dobro, a barem po jednom bolje
  - Efikasna rješenja čine efikasnu granicu:


Rizik



■ Efikasna granica



# Pristup rješavanju pomoću težina

- 
- Jednostavan način rješavanja problema VLP je dodjeljivanje težina (pondera, važnosti) funkcijama cilja, te kombiniranje istih u jednu funkciju cilja s ciljem rješavanja jednokriterijskog problema LP
  - Ovaj je način podložan subjektivnoj prosudbi donositelja odluke o relativnoj važnosti funkcija cilja



- Bez smanjenja općenitosti, pretpostavljamo da su težine nenegativne i da im je zbroj jednak 1
- Ukoliko je prva funkcija cilja 4 puta važnija od druge, prvoj će funkciji cilja biti dodijeljena težina 0.8, a drugoj, težina 0.2
- Problem skaliranja (!)

- Pretpostavimo da je za investitora maksimizacija očekivanog prinosa 4 puta važnija od minimizacije rizika
- Kreiramo jednu funkciju cilja u skladu sa sljedećim koracima:
  - Budući da je jedan cilj maksimizacija, a drugi minimizacija, jedan od njih moramo pretvoriti u drugi (da bismo kreirali jednu funkciju cilja)

$$\min 0.04x_1 = \max(-0.04x_1)$$

- Pomnožimo svaku funkciju cilja s odgovarajućom težinom, te zbrojimo dobivene rezultate. Cilj maksimizacije očekivanog prinosa ima 4 puta veći utjecaj od cilja minimizacije rizika

- $0.8 \cdot (\text{očekivani prinos}) + 0.2 \cdot (-\text{rizik})$

$$0.8(0.06x_1 + 0.03x_2) + 0.2(-0.4x_1) = 0.04x_1 + 0.024x_2$$



■ Model:

$$\max(0.04x_1 + 0.024x_2)$$

$$x_1 + x_2 \leq 1000$$

$$x_1 \leq 700$$

$$x_2 \leq 700$$

$$x_1 \geq 200$$

$$x_2 \geq 200$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

- Optimalno rješenje je

$$d = (x_1, x_2) = (700, 300)$$

- Optimalna vrijednost funkcije cilja je 35.2.
- Optimalna vrijednost funkcije cilja nema posebnog značenja osim što predstavlja maksimalnu vrijednost kombinacije zadanih funkcija cilja

- Očekivani prinos u rješenju (700,300) je

$$0.06 \cdot 700 + 0.03 \cdot 300 = \$51$$

- Rizik u istom rješenju je

$$0.04 \cdot 700 + 0 \cdot 300 = \$28$$

- Pristup pomoću težina generira mnogo rješenja za različite kombinacije težina


$$w_1(0.06x_1 + 0.03x_2) + w_2(-0.4x_1)$$

$$(0.06w_1 - 0.04w_2)x_1 + 0.3w_2x_2$$

$$w_1 + w_2 = 1$$

$$w_1, w_2 \geq 0$$

- Na taj način dobivamo efikasna rješenja

- 
- Višekriterijski problem mješovitog cjelobrojnog programiranja
  - Metode za aproksimiranje efikasne granice!






# Lanac dobave

# Lanac dobave

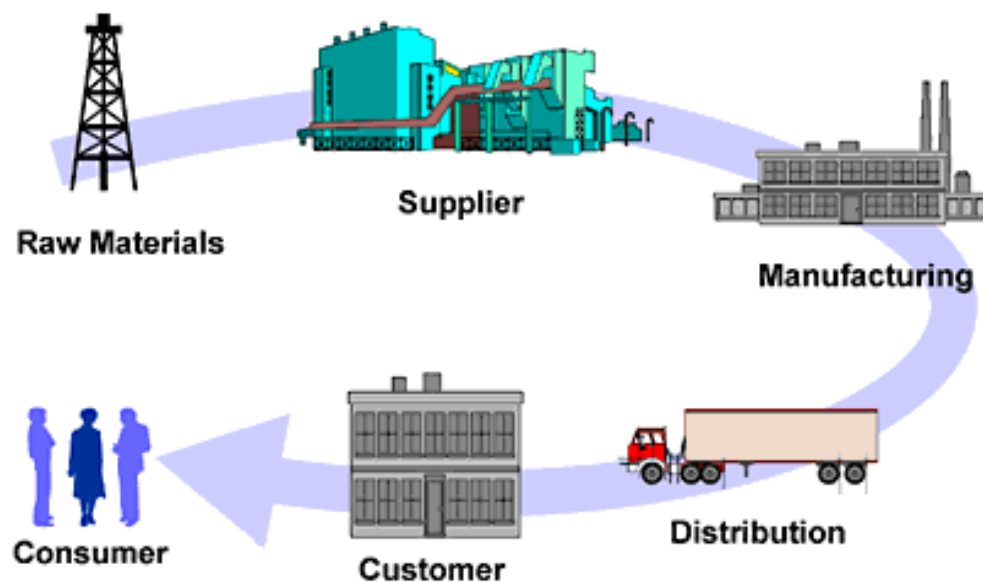
- Lanac dobave možemo definirati kao integrirani sustav koji usklađuje poslovne procese sa svrhom:



- 
- nabave repromaterijala
  - proizvodnje
  - dodavanjem vrijednosti proizvodima
  - distribucije proizvoda maloprodaji ili potrošačima
  - poticanja razmjene informacija među sudionicima lanca (dobavljači, proizvođači, distributeri, logistika, maloprodaja).

- U skladu s time, lanac dobave se sastoji iz sljedećih elemenata:

- dobavljača
- proizvodnje
- skladišta
- distribucijskih centara
- sustava transporta
- kupaca

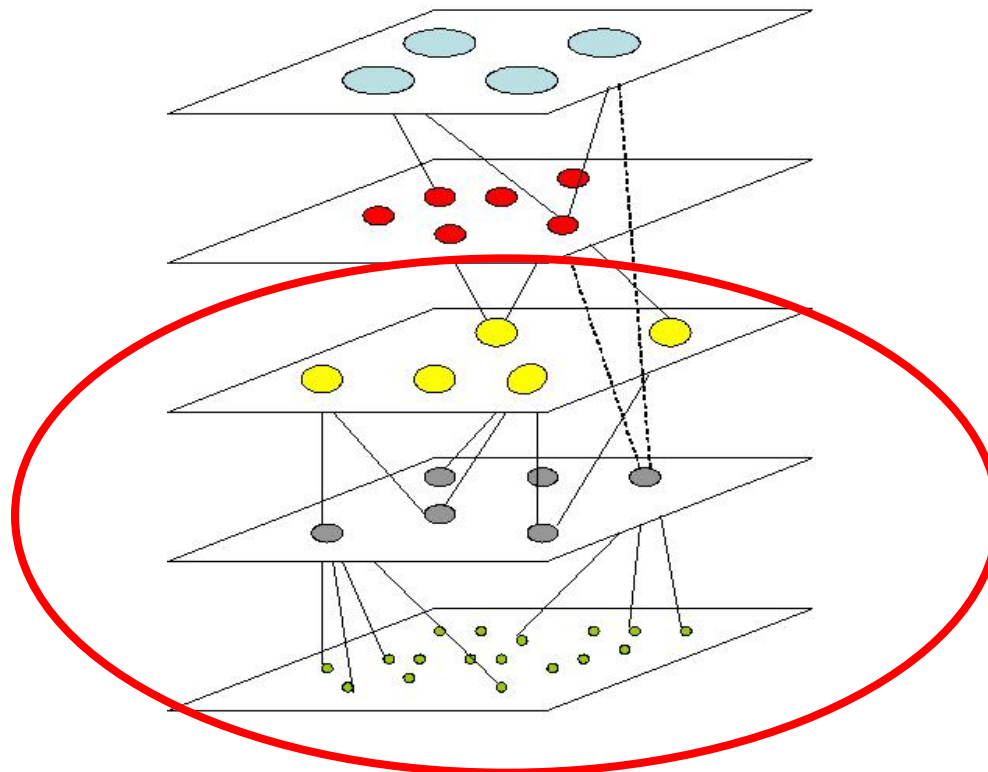


- Lanci dobave u poljoprivredno-prehrambenoj industriji
- Složeniji sustavi jer uključuju pokvarljive proizvode



# Lanci dobave u poljoprivredno-prehrambenoj industriji

- U tom kontekstu, definiramo tri područja: **berba**, **skladištenje** i **proizvodnja**



Maloprodaja: potrošači

Distributeri

Proizvođači: **proizvodnja**

Veletrgovci: **skladištenje**

Dobavljači: **berba**

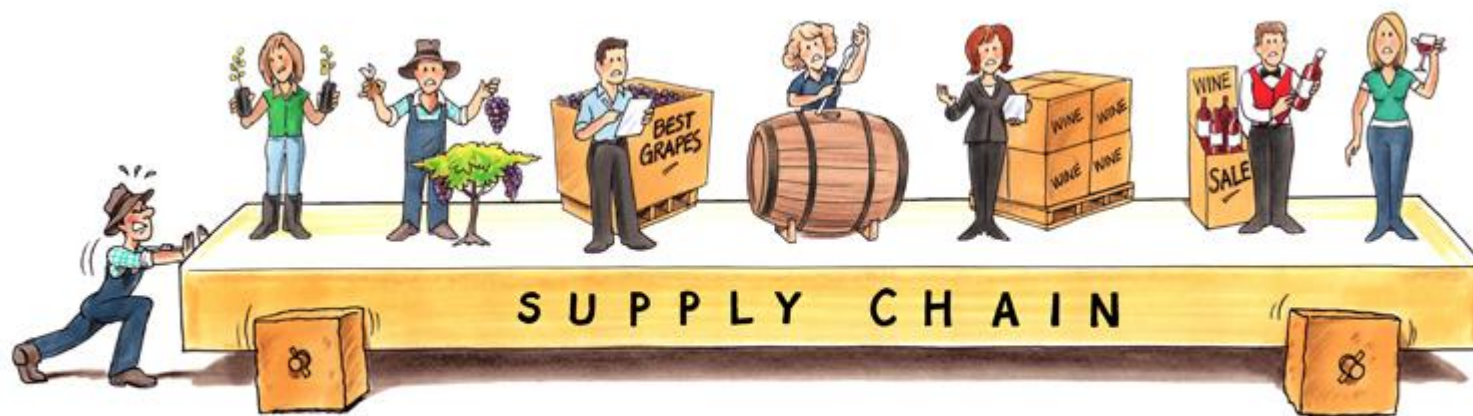
# Lanci dobave u poljoprivredno-prehrambenoj industriji

- U prošlosti, a i danas, glavni akteri su mala obiteljska poduzeća, a tržište je vrlo fragmentirano i usitnjeno



# Lanci dobave u poljoprivredno-prehrambenoj industriji

- Globalizacija zahtjeva velike promjene i prilagodbe





## Lanci dobave u poljoprivredno-prehrambenoj industriji

- Potrebna je bolja **koordinacija** sudionika lanca dobave
- Samo će se tako postići bolja **efikasnost**, operativna djelotvornost i konkurentnost



# Lanci dobave u poljoprivredno-prehrambenoj industriji

- Da bi se postigla koordinacija, potrebna je optimizacija
- Da bi se mogla izvršiti kvalitetna optimizacija upravljanja lancima dobave, potrebna je kvalitetna programska podrška



# Lanci dobave u poljoprivredno-prehrambenoj industriji

- Najpoznatije programske podrške:
  - Enterprise Resource Planning (ERP)
  - Supply Chain Analitics (SCA)
  - Advanced Planning Systems (APS).
- Problem: nisu dovoljno generičke

# Maslinarsko – uljarska industrija

- Mi predlažemo programsku podršku za lanac dobave u poljoprivredno – prehrambenoj industriji, te ilustriramo na slučaju maslinarsko – uljarske industrije



Postojeći dobavljači i proizvođači

Kako ih uvjeriti da izgrade lanac dobave?

Matematičko programiranje i simulacije

Efikasniji i konkurentniji!



# Maslinarsko – uljarska industrija

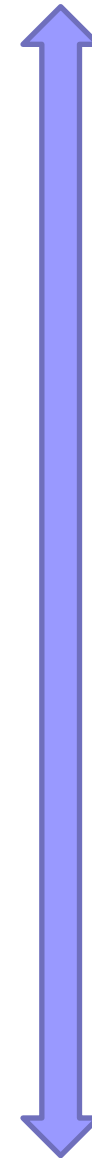
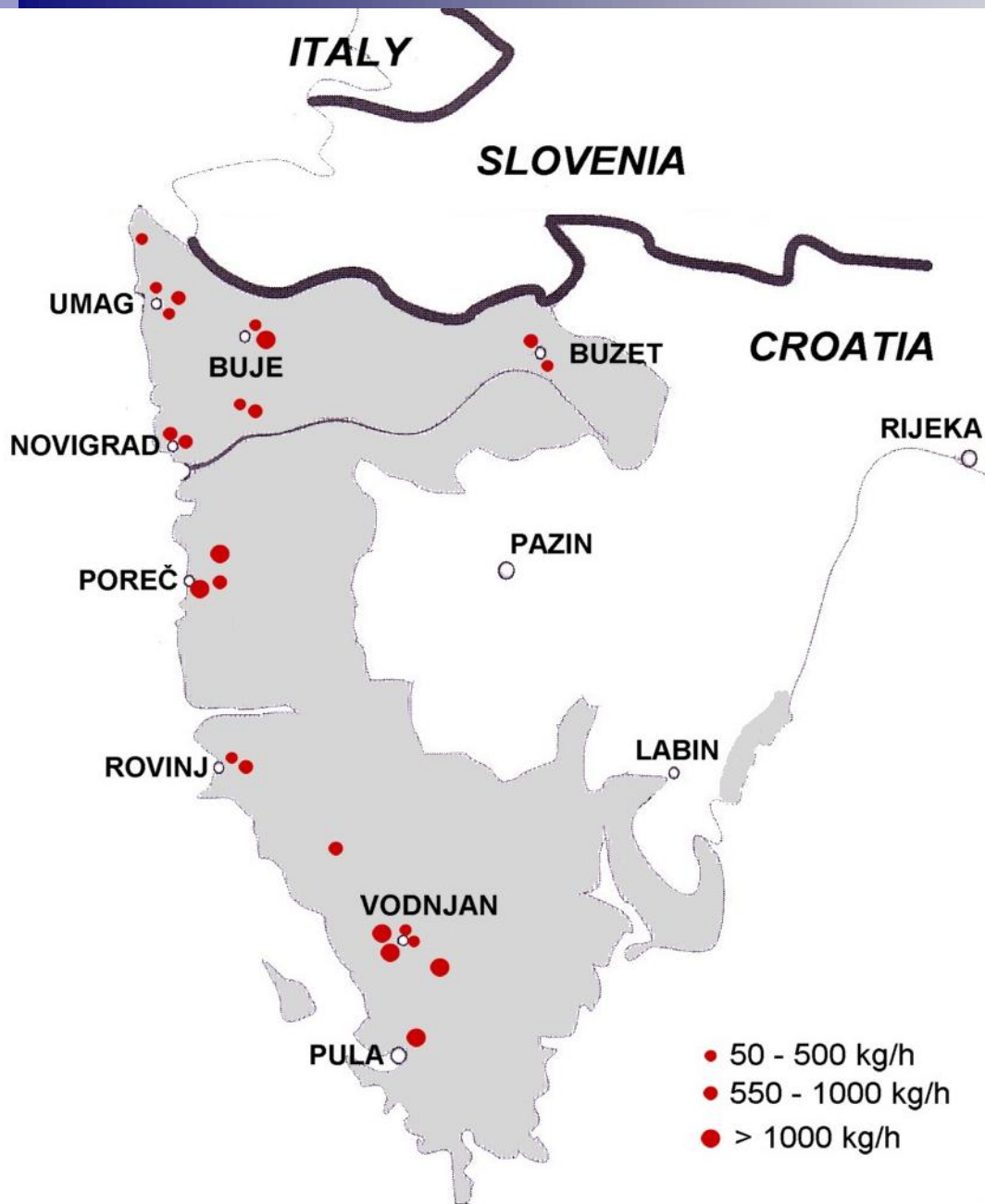
- Mali dobavljači (malsinari): **berba**
- Veletrgovci: **skladištenje** u hladnjači ili distribucija plodova proizvođačima
- Mali proizvođači (klaster): **proizvodnja**



# Maslinarsko – uljarska industrija

- Danas: rascjepkanost proizvodnje
- Svaki proizvođač ima svoj proizvodni plan
  
- Mi predlažemo klaster: **zajednički proizvodni plan**

**Efikasniji i konkurentniji!**



-100 km

-24  
proizvođača



# Maslinarsko – uljarska industrija

- Mali proizvođači  mi predlažemo klaster!

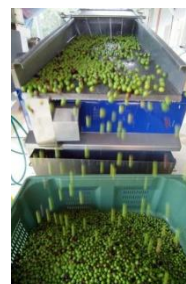


# Maslinarsko – uljarska industrija

- Mali proizvođači
- Različiti kapaciteti strojeva: 24 proizvođača



...





## ■ Mali dobavljači:

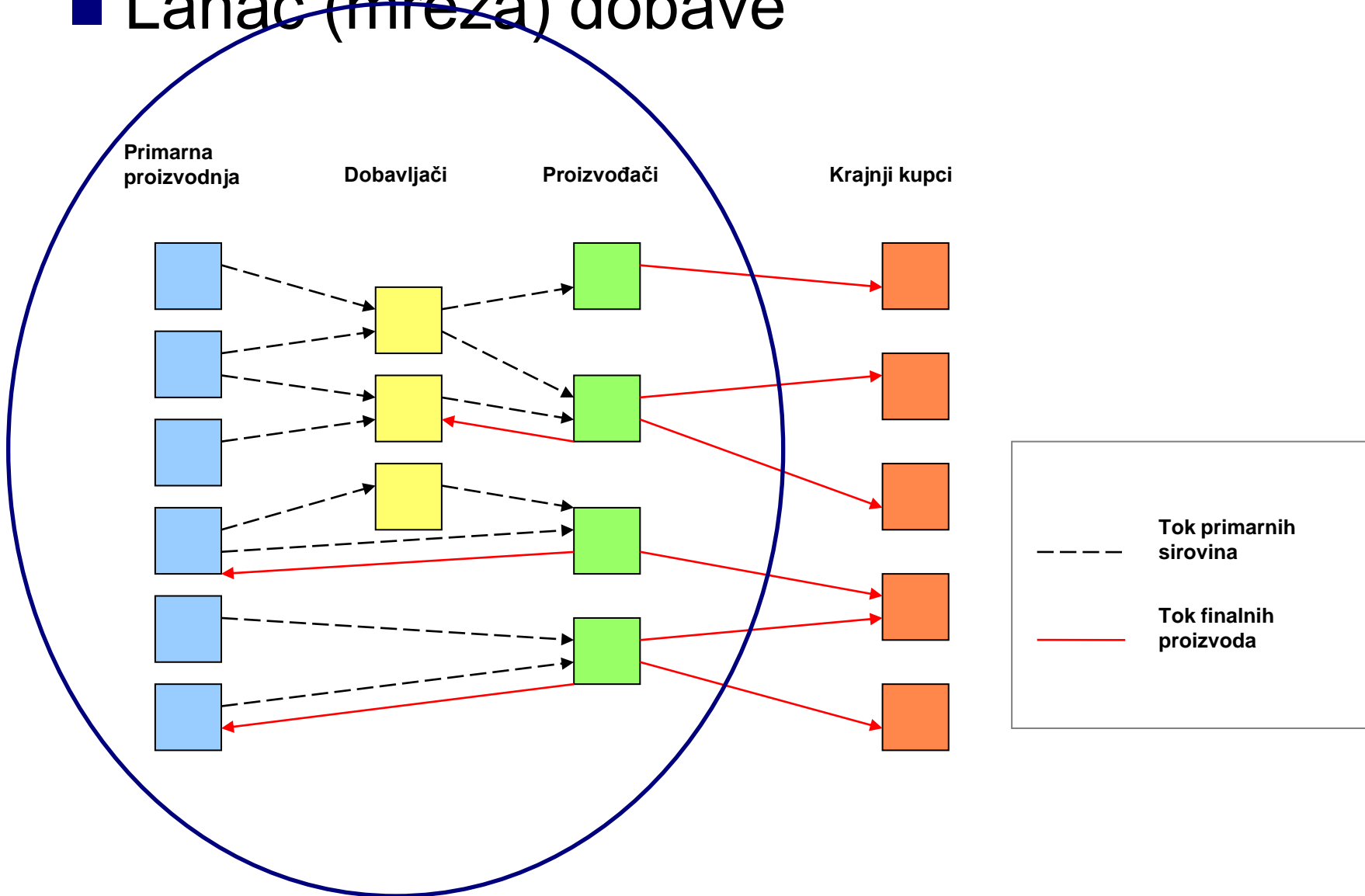
- Neki ne žele miješati masline
- Neki žele miješati masline
  
- Neki samo prodaju masline proizvođačima
- Neki koriste uslugu proizvodnje i žele ulje od svojih malsina

# Maslinarsko – uljarska industrija

- Različiti tipovi maslinovog ulja →  
BSO, različiti proizvodi od maslina



# ■ Lanac (mreža) dobave



# Model matematičkog programiranja

- Model mješovitog cjelobrojnog programiranja koji povezuje **berbu**, **skladištenje** i **proizvodnju**
- Izjednačili smo veletrgovca i proizvođača

# Model matematičkog programiranja

- Cilj je maksimizirati dobit proizvođača koja se sastoji od:
  - prihoda
  - proizvodnih troškova
  - troškova zaliha (skladištenja)

**Tri cilja!**

# Model matematičkog programiranja

- Cilj je maksimizirati korisnost (minimizirati troškove) dobavljača koja se sastoji od:
  - troškova odziva lanca dobave
  - troškova distribucije

**Dva cilja!**



# Model matematičkog programiranja

- Najprije ćemo promotriti **jednokriterijski problem** u kojem je funkcija cilja zbroj pojedinačnih ciljeva (skalirano, s odgovarajućim predznakom)

# Model matematičkog programiranja

## ■ Skupovi i indeksi:

- $\mathcal{P}$  – skup dobavljača ( $j=1, \dots, P$ );
- $\mathcal{U}$  – skup tipova maslinovog ulja ( $u=1, \dots, U$ );
- $V_u$  – skup maslina iz kojih je proizvedeno ulje tipa  $u$ , tj., skup dobavljača koji dozvoljavaju miješanje da bi se proizvelo ulje tipa  $u$  ( $V_u \subseteq P$ );
- $T$  – vremenski horizont u danima ( $t=1, \dots, T$ );
- $M$  – broj strojeva ( $m=1, \dots, M$ ).

# Model matematičkog programiranja

## ■ Parametri:

- $A_j$  - ukupna ponuda maslina dobavljača  $j$ ;
- $D_{jt}$  - gornja granica na ponudu dobavljača  $j$  u danu  $t$ ;
- $G_{jt}$  - donja granica na ponudu dobavljača  $j$  u danu  $t$ ;
- $N_t$  - sati proizvodnje u danu  $t$  ( $r=1, \dots, N_t$ );
- $C_m$  - kapacitet stroja  $m$ ;
- $H$  – kapacitet hladnjače;
- $p_u$  - jedinični prihod dobiven od maslina iz skupa  $V_u$ ;
- $e_{mt}$  - fiksni trošak setiranja proizvodnje djelomične ili potpune serije (šarže) u danu  $t$  na stroju  $m$ ;
- $f_t$  - jedinični trošak zaliha u danu  $t$  (isti za sve tipove maslina);
- $w_{jt}$  - jedinični trošak isporuke maslina u neželjenim terminima (trošak prekoračenja isporuke maslina tipa  $j$  u danu  $t$ );
- $b_{jt}$  - fiksni trošak isporuke maslina tipa  $j$  u danu  $t$ .

# Model matematičkog programiranja

## ■ Varijable odlučivanja:

- $I_{ut}$  - količina zaliha maslina iz kojih se proizvodi ulje tipa  $u$  na kraju dana  $t$ , gdje je  $I_{u0} = 0$ , za sve  $u$ ;
- $Q_{umt}$  - količina maslina koja se preradi za proizvodnju ulja tipa  $u$  na stroju  $m$  u danu  $t$ ;
- $S_{jt}$  - količina isporučenih maslina tipa  $j$  na početku dana  $t$ ;
- $R_{jt}$  - količina maslina  $j$  s prekoračenom isporukom u danu  $t$ ;
- $Y_{umt} \in Z_+$  - trajanje proizvodnje (broj sati) ulja tipa  $u$  u danu  $t$ , na stroju  $m$  (broj serija);
- $X_{jt} = \begin{cases} 1, & \text{ako su masline tipa } j \text{ isporučene na početku dana } t \\ 0, & \text{inace.} \end{cases}$

$$\max \sum_{u=1}^U p_u \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^T Q_{umt} - \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^T e_{mt} \sum_{u=1}^U Y_{umt} - \sum_{u=1}^U \sum_{t=1}^T f_t I_{ut} - \sum_{j=1}^P \sum_{t=1}^T w_{jt} R_{jt} - \sum_{j=1}^P \sum_{t=1}^T b_{jt} X_{jt}$$

$$I_{ut} = I_{u(t-1)} + \sum_{j \in V_u} S_{jt} - \sum_{m=1}^M Q_{umt}, \quad u = 1, \dots, U, t = 1, \dots, T$$

Kretanje zaliha

$$\sum_{u=1}^U I_{ut} \leq H, \quad t = 1, \dots, T$$

Kapacitet hladnjače

$$Q_{umt} \leq C_m Y_{umt}, \quad u = 1, \dots, U, m = 1, \dots, M, t = 1, \dots, T$$

Kapaciteti  
strojeva

$$\sum_{u=1}^U Y_{umt} \leq N_t, \quad m = 1, \dots, M, t = 1, \dots, T$$

$$\sum_{t=1}^T S_{jt} \leq A_j, \quad j = 1, \dots, P$$

$$S_{jt} \leq A_j X_{jt}, \quad j = 1, \dots, P, t = 1, \dots, T$$

$$S_{jt} \leq D_{jt} + R_{jt}, \quad j = 1, \dots, P, t = 1, \dots, T$$

$$S_{jt} \geq G_{jt} X_{jt}, \quad j = 1, \dots, P, t = 1, \dots, T$$

Ograničenja  
koja se  
odnose na  
isporuku

$$I_{ut} \geq 0, Q_{umt} \geq 0, S_{jt} \geq 0, R_{jt} \geq 0, Y_{umt} \in Z_+, X_{jt} \in \{0, 1\}$$

# Model matematičkog programiranja

- Funkcija cilja:

$$\sum_{u=1}^U P_u \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^T Q_{umt} - \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^T e_{mt} \sum_{u=1}^U Y_{umt} - \sum_{u=1}^U \sum_{t=1}^T f_t I_{ut} - \sum_{j=1}^P \sum_{t=1}^T w_{jt} R_{jt} - \sum_{j=1}^P \sum_{t=1}^T b_{jt} X_{jt}$$

Prihod  
proizvođača

Trošak  
proizvodnje

Trošak  
skladištenja

Prekoračenje  
isporuke

Trošak  
isporuke

- Cplex 12.1

- Velike dimenzije mješovitog cjelobrojnog programiranja → heuristike koje daju približno, ali dovoljno dobro rješenje

- Rješenje je *vektor* s koordinatama:

$$I_{ut} \geq 0, Q_{umt} \geq 0, S_{jt} \geq 0, R_{jt} \geq 0, Y_{umt} \in Z_+, X_{jt} \in \{0, 1\}$$

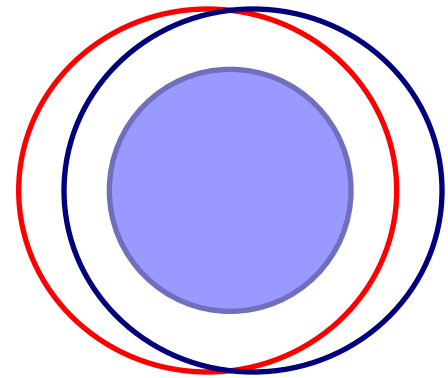
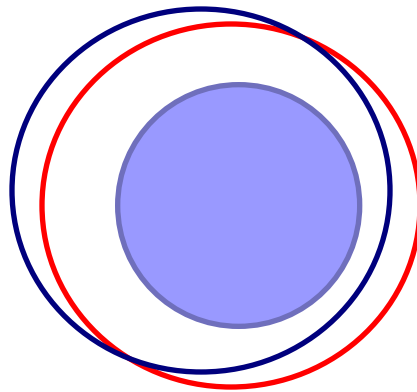
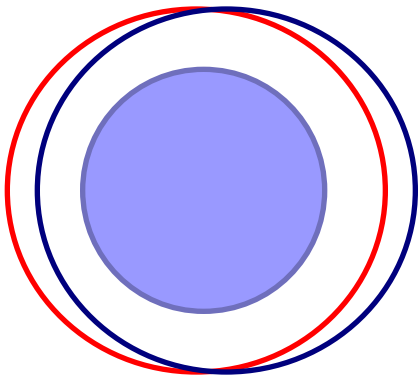
# Heuristike za jednokriterijski problem

- **Relax-and-fix** (konstruktivna heuristika)
- Konstruiramo particiju **cjelobrojnih varijabli** s određenim brojem skupova
- Kod rješavanja problema, u svakom koraku pretpostavimo cjelobrojnost varijabli iz samo jednog skupa, fiksiramo varijable iz prethodnog koraka, a ostale varijable relaksiramo



# Heuristike

- Particija:



# Heuristike

- Mi koristimo dvije particije!
- Prva particija:

$$A^1, \dots, A^T$$

gdje:

$$A^t = \{ X_{1t}, X_{2t}, \dots, X_{Pt}, Y_{11t}, \dots, Y_{UMt} \} \quad t = 1, \dots, T$$

# Heuristike

- Druga particija:  $B^1, \dots, B^{\lfloor \frac{T}{5} \rfloor}$

gdje:  $B^1 = \{X_{1t}, X_{2t}, \dots, X_{Pt}, Y_{11t}, \dots, Y_{UMt}\} t = 1, \dots, 5$

$B^2 = \{X_{1t}, X_{2t}, \dots, X_{Pt}, Y_{11t}, \dots, Y_{UMt}\} t = 6, \dots, 10$

⋮

$B^{\lfloor \frac{T}{5} \rfloor} = \{X_{1t}, X_{2t}, \dots, X_{Pt}, Y_{11t}, \dots, Y_{UMt}\} t = \left\lfloor \frac{T}{5} \right\rfloor - 4, \dots, \left\lfloor \frac{T}{5} \right\rfloor$

- Zadnji skup u drugoj particiji sadrži cjelobrojne varijable s preostalim indeksima

# Heuristike

- **Fix-and-optimize** (heuristika za poboljšanje)
- Konstruiramo particiju **cjelobrojnih varijabli** s određenim brojem skupova
- U svakom koraku, cjelobrojne su varijable fiksirane na svoje vrijednosti u najboljem rješenju, osim varijabli iz izabranog skupa particije koje su definirane kao cjelobrojne

# Heuristike

- Predlažemo četiri heuristike:
  - RF\_1t – relax-and-fix uz prvu particiju
  - RF\_5t – relax-and-fix uz drugu particiju
  - FO\_1t-1run – relax-and-optimize uz prvu particiju
  - FO\_5t-1run – relax-and-optimize uz drugu particiju

# Heuristike

- U ovom radu, za zadnje dvije heuristike, prvo moguće rješenje je dobiveno s Cplexom 12.1 i onda poboljšano s fix-and-optimize heuristikom
- Mogućnost: konstrukcija prvog mogućeg rješenja s relax-and-fix heuristikom

# Simulacije

- Podaci su uzeti od proizvođača iz Istre i sa Krka
- $T = 60$ ,  $P = 80$  (dobavljači),  $U = 50$  (tip masline),
- $H$  slučajno izabran iz  $\{0, 1000, 2000, 3000\}$ ,
- $N_t$  slučajno izabran iz  $\{5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

# Simulacije

- $C_m$  slučajno izabran iz  $\{150, 300, 600\}$ ,
- $A_j$  slučajno izabran iz  $\{5, \dots, 40\} * 100\text{kg}$  – isporučene količine
- $M$  slučajno izabran iz  $\{1, 2, 3\}$



# Simulacije

- 30 instanci podataka
- Za svaku heuristiku promatramo vrijednost funkcije cilja i vrijeme izvođenja u sekundama
- FUJITSU SIEMENS AMILO PRO V8010  
Intel Celeron M 1.6 MHz 512 RAM,
- Programski kod je napisan u C#.

# Simulacije

## ■ Rezultati:

	RF_1t		RF_5t		FO_t-1run		FO_5t-1run	
	Obj. value	Time (s)	Obj. value	Time (s)	Obj. value	Time (s)	Obj. value	Time (s)
mean	219345,22	163,82	219982,68	206,36	206903,15	101,09	213538,99	237,18
stdev	73609,36	65,88	73868,19	64,46	66365,15	28,49	70719,37	66,35
median	238958,75	167,42	239740,23	221,32	222593,74	102,23	230105,38	247,59

- Opći je dojam da se heuristika RF\_5t ponaša najbolje (vrijednost funkcije cilja, vrijeme).

# Simulacije

- Da bismo nekako izabrali heuristiku, vrijeme je fiksirano na **300 sekundi**, te su uspoređene dvije heuristike konstruirane od ponuđene četiri
- Prva konstruira početno rješenje uz **RF\_5t** i onda ga poboljšava sa **Cplexom 12.1**.
- Druga konstruira početno rješenje uz **RF\_5t** i poboljšava ga uz **FO\_1t**.

# Simulacije

	Cplex	RF_5t_cplex	RF_5t_FO_t
	(Obj. value after 300 s)		
mean	220190,94	220112,43	220199,90
stdev	73984,67	73939,82	73977,39
median	239776,45	239715,38	240158,48

Opći je dojam da se heuristika RF\_5t\_FO\_1t ponaša najbolje (daje najbolju vrijednost funkcije cilja)

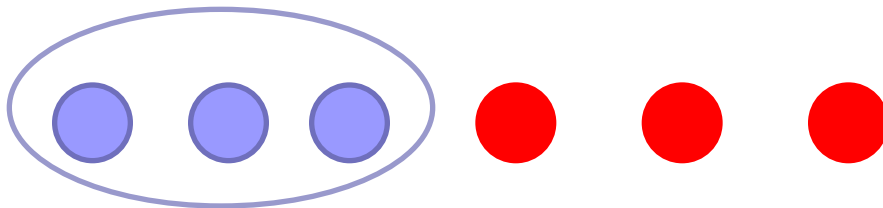
# Dvokriterijski problem

- **Dvokriterijski problem:** funkcija cilja je podijeljena na dvije funkcije cilja
- Prva funkcija cilja se sastoji od **proizvođačevih** funkcija cilja
- Druga funkcija cilja se sastoji iz **dobavljačevih** funkcija cilja

- Metaheuristika za dvokriterijski problem
- **Scatter search (raspršeno pretraživanje)**
- Kreirati izvorni skup rješenja (source set of solutions),  $S$
- Diverzifikacija i poboljšanje: više rješenja
- Ažuriranje referentnog skupa (reference set update method)
- Generiranje podskupa i kombiniranje (subset generation and combination)

- Kreiranje izvornog skupa rješenja,  $S$
- Koristimo heuristiku RF\_5t\_FO\_1t za jednokriterijski problem
- Imamo barem jedno rješenje u skupu  $S$

- Diverzifikacija nam daje više rješenja (do 20)
  - Izaberi rješenje iz izvornog skupa
  - Fiksiraj 50% varijabli na njihovu vrijednost
  - Riješi problem uz Cplex 12.1. (jednokriterijski, dodjeljivanjem težina)
  - Provjeri efikasnost rješenja
  - Ponavljaj dok nije zadovoljen kriterij zaustavljanja (ograničeno vrijeme)





## ■ Ažuriranje izvornog skupa



Referentni skup 1

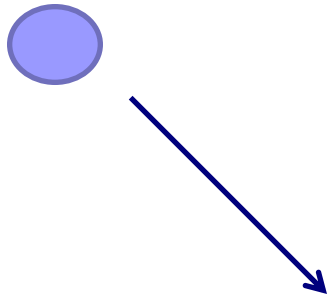
Referentni skup 2

Najbolja rješenja za svaku funkciju cilja (“dobra rješenja”)

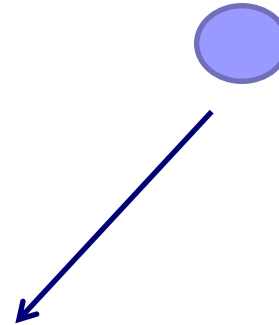
Ostala rješenja koja maksimiziraju minimalnu udaljenost do referentnog skupa (“loša rješenja”)

## ■ Generiranje podskupa i kombiniranje

Referentni skup 1



Referentni skup 2



Kombiniranje:

- fiksiraj varijable čije se vrijednosti podudaraju u oba rješenja
- za ostale, riješi problem uz Cplex 12.1

# Buduće istraživanje

- Razviti non-dominated sorting genetic algorithm (NSGA-II)
- Usporediti Scatter Search metodu i NSGA-II u aproksimaciji efikasne granice

# Buduće istraživanje

- Reformulacija modela koja će ubrzati heuristike
- Na primjer, promatrati agregirane količine