



Zavod za elektroakustiku

Linearna i nelinearna dinamika u akustici 30.06.2011.

Doc. dr. sc. Antonio Petošić

Doc. dr.sc. Ivan Đurek

Zavod za elektroakustiku

Fakultet elektrotehnike i računarstva

Unska 3, Zagreb, Hrvatska

Sadržaj predavanja:



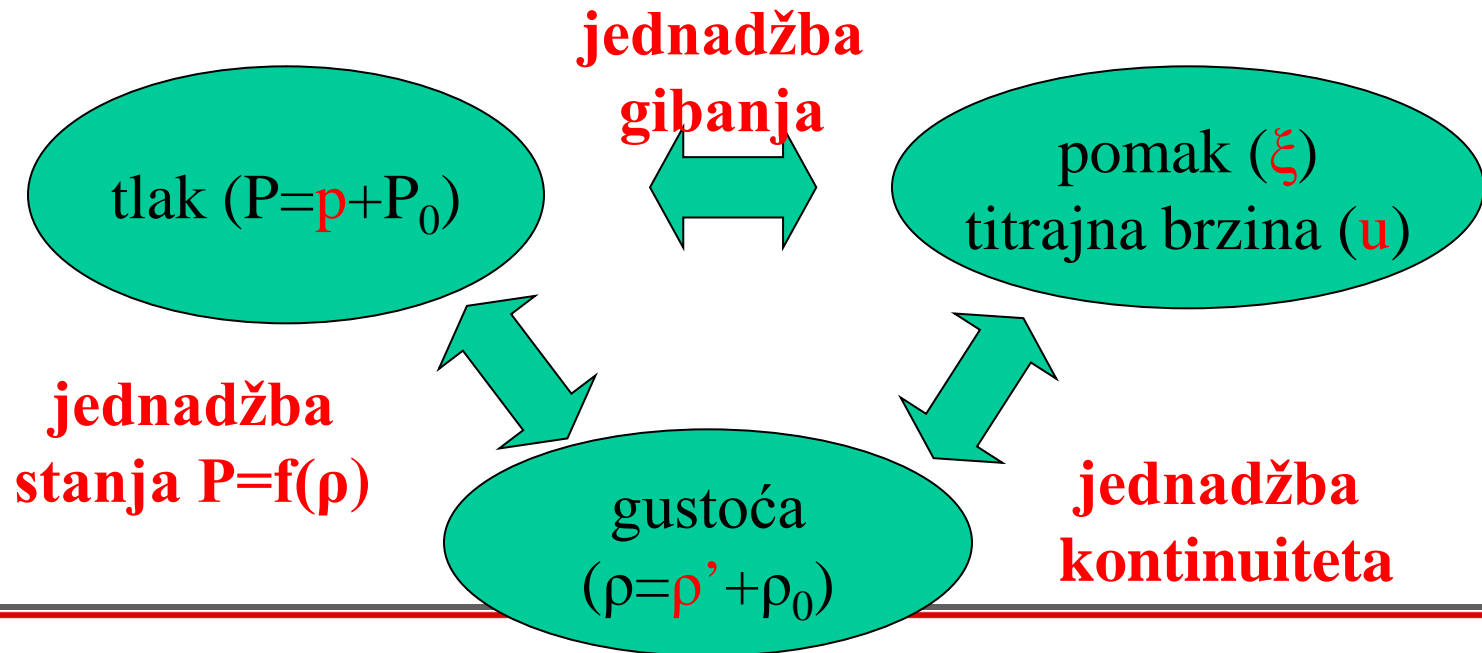
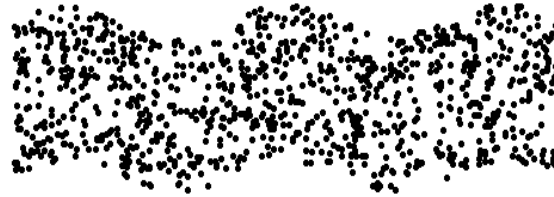
- ⇒ **Teorijski dio:**
 - ⇒ osnovni **parametri** i **jednadžbe** u akustičkom polju;
 - ⇒ **valna** i **Helmholtzova** jednadžba;
 - ⇒ **zvučnik** i **okolni medij** kao **nelinearni dinamički sustav**;
 - ⇒ **metode dokazivanja kaosa** u **eksperimentalnom sustavu zvučnika** (“nonlinear time series analysis”);
 - ⇒ **Praktični dio:**
 - ⇒ mjerenje **razine buke** (oktavna i tercna analiza)
 - ⇒ mjerenje **impulsnog odziva prostorije** i određivanje njenih **akustičkih parametara** (vrijeme odjeka)
 - ⇒ slušanje kaosa na zvučniku;
-

Zvuk - što je to?



- ⇒ **zvuk** je naša **percepcija podražaja** nastalog kao **poremećaj tlaka** u mediju;
- ⇒ promjene tlaka nastaju zbog **titranja molekula** medija (zrak, voda, kruto tijelo);
- ⇒ čestice su zbog djelovanja **vanjskih sila** izbačene iz ravnotežnog položaja i osciliraju oko njega ;
- ⇒ zbog **elastičnih veza** između molekula medija poremećaj se širi dalje u prostor (Euler (1750) i Langrange(1759)) ;
- ⇒ osnovni **parametri akustičkog polja**: pomak čestice ($\vec{\xi}$), titrajna brzina (\vec{u}), akceleracija (\vec{a}), **tlak (P)**, gustoća (ρ), kondenzacija ($s = \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0}$) intenzitet (I), snaga(P) i energija (E);

Akustički sustav





⇒ **jednačba kontinuiteta** (Euler 1755): nelinearni i linearni oblik:

$$\frac{D\rho}{Dt} + \nabla \cdot (\rho \cdot \vec{u}) = 0, \quad \frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla, \quad \nabla \cdot (\rho \cdot \vec{u}) + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

⇒ **jednačba gibanja** (bez gubitaka): $\rho \cdot \frac{D\vec{u}}{Dt} + \nabla P = \vec{f}$

$$\rho \cdot \left(\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} \right) = -\nabla p + \left(\frac{4}{3} \cdot \eta + \eta_b \right) \nabla (\nabla \cdot \vec{u}) - \eta \cdot \nabla \times \nabla \times \vec{u} \quad \longrightarrow \quad -\nabla p = \rho \cdot \frac{\partial \vec{u}}{\partial t}$$

⇒ **jednačba stanja** (odnos između ukupnog tlaka ($P=P_0+p$) i ukupne gustoće medija ($\rho=\rho'+\rho_0$):

$$P = P(\rho) \quad P_0 + p = P(\rho_0 + \rho') = P(\rho_0) + \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_{\rho_0} \cdot \rho' + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial^2 P}{\partial \rho^2} \right) \cdot (\rho')^2 + \dots$$

$$\frac{P}{P_0} = \frac{\rho}{\rho_0} \Rightarrow c_0^2 = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_{\rho_0} \Rightarrow c_0 = \sqrt{\frac{P_0}{\rho_0}} \quad \frac{P}{P_0} = \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^\gamma \Rightarrow c_0^2 = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_{\rho_0} \Rightarrow c_0 = \sqrt{\frac{\gamma P_0}{\rho_0}}$$

⇒ **linearna aproksimacija** zanemaruje sve članove višeg reda

Valna jednađba za tlak i potencijalnu funkciju brzina



⇒ izvodi se iz **linearizirane jednađbe gibanja, kontinuiteta i jednađbe stanja** koristeći se teoremima iz vektorske analize;

⇒ Euler uvodi **potencijalnu funkciju brzina**: $\vec{u} = \nabla \phi + \nabla \times \psi$

$$-\nabla \times (\nabla p) = \nabla \times (\rho_0 \cdot \frac{\partial \vec{u}}{\partial t}) \Rightarrow \rho_0 \cdot \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \vec{u}) = 0 \Rightarrow \nabla \times \vec{u} = 0$$

⇒ valna jednađba za tlak i potencijalnu funkciju brzina:

$$\Delta p = \frac{1}{c_0^2} \cdot \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad \Delta \phi = \frac{1}{c_0^2} \cdot \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \quad \phi_{rr} + \frac{a}{r} \phi_r = \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2}$$

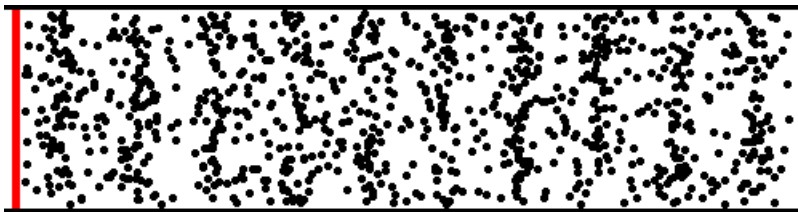
⇒ promatramo riješenja u obliku izraza:

$$\phi = f(t - x / c_0) + g(t + x / c_0) \quad \phi = \frac{1}{r} \cdot f(t - r / c_0) + \frac{1}{r} \cdot g(t + r / c_0)$$

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{r}} \cdot f(t - r / c_0) + \frac{1}{\sqrt{r}} \cdot g(t + r / c_0)$$



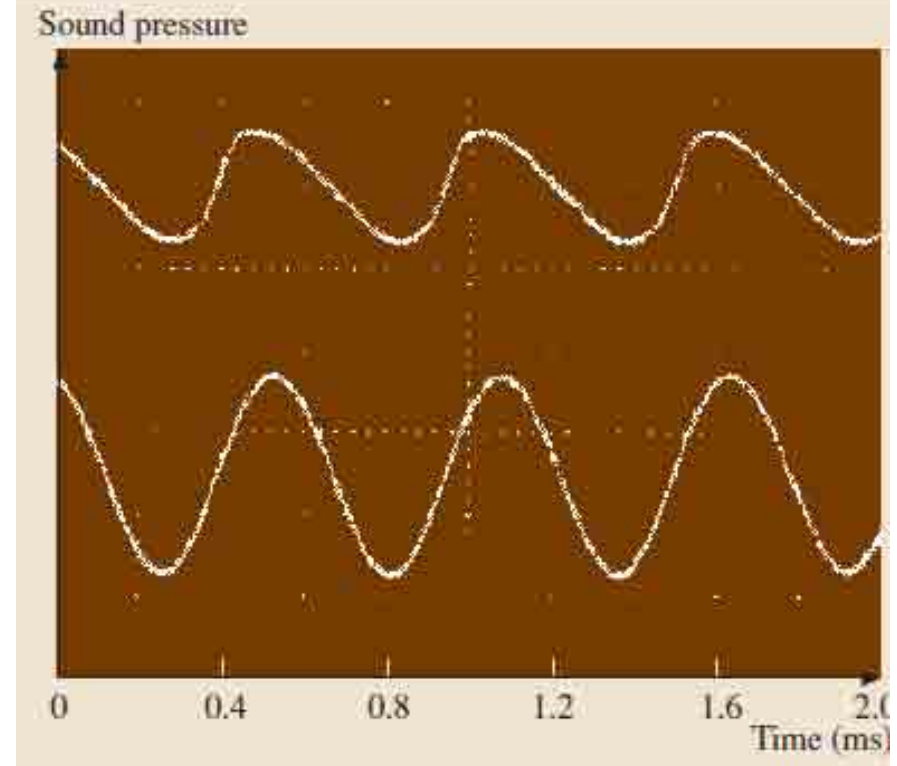
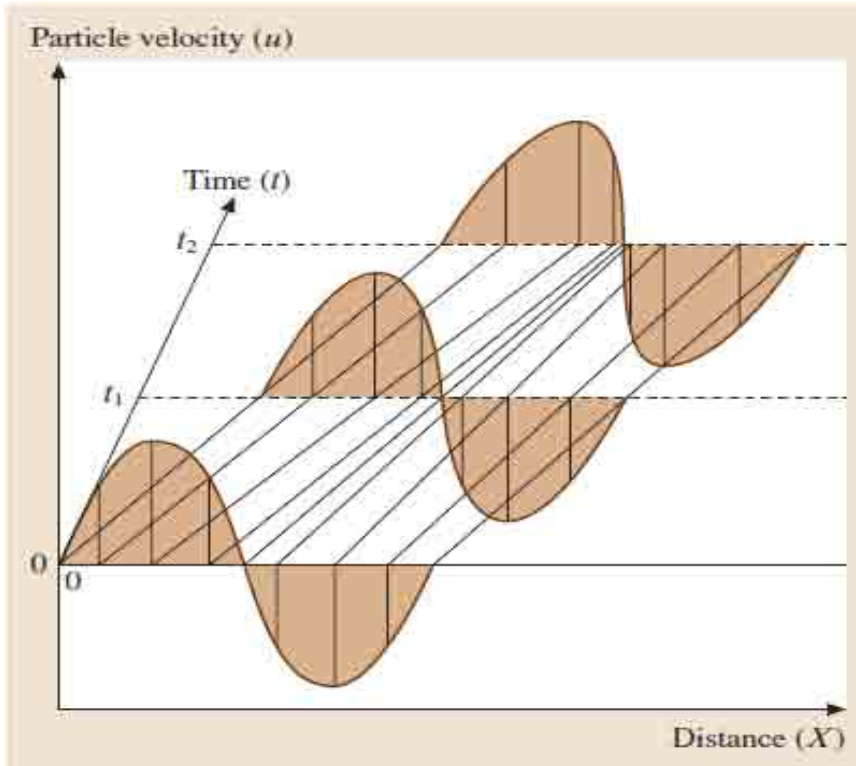
- ⇒ osnovna pretpostavka je da **brzina širenja** (c) **nije konstanta** i da **ovisi o jačini poremećaja** (titrajnoj brzini);
 - ⇒ promatra se **reducirana valna jednađba** koja u sebi uključuje samo izlazni val:
- $$\frac{\partial u}{\partial t} + c(u) \cdot \frac{\partial u}{\partial x} = 0$$
- ⇒ **implicitno rješenje** je dano oblikom: $u(x, t) = f \left[t - x / c(u) \right]$
 - ⇒ problem zadane **početne vrijednosti** se može riješiti geometrijski **metodom karakteristika** (Riemann);
 - ⇒ eksperimentalno je moguće realizirati problem sa **zadanim rubnim uvjetima** (vibriranje membrane zvučnika u cijevi);



$$u(0, t) = u_0 \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

$$u = u_0 \cdot \sin \left\{ \omega \left[t - \frac{x}{c_0 + \beta \cdot u} \right] \right\}$$

Valni oblici signala zbog nelinearnosti



$$\frac{x}{c_0 + \beta \cdot u} = \frac{x}{c_0} \left[1 - \beta \cdot \frac{u}{c_0} + \left(\beta \frac{u}{c_0} \right)^2 + \dots \right]$$

$$u = u_0 \left[\sin(\omega \cdot t - kx) + \frac{1}{2} \cdot \beta \frac{u_0}{c_0} \cdot k \cdot x \cdot \sin[2(\omega \cdot t - k \cdot x)] + \dots \right]$$

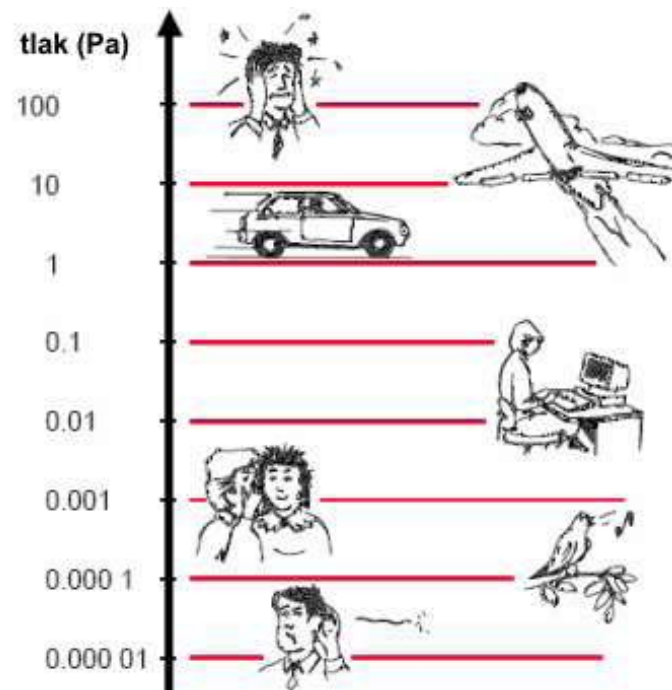
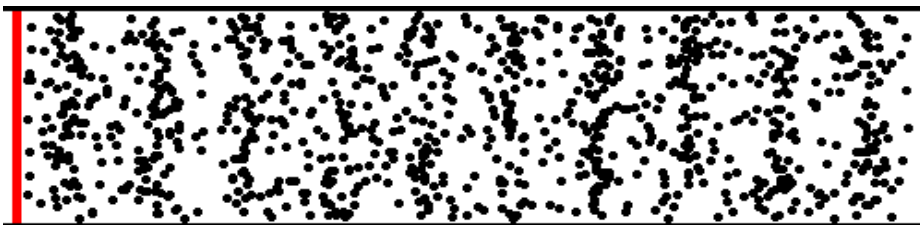
Zvučni tlak-magnituda i frekvencijsko područje



- ⇒ čujemo odstupanje od atmosferskog tlaka u frekvencijskom području od 20Hz-20kHz;
- ⇒ zbog velikih raspona zvučnih tlakova koje uho može registrirati (10^{-5} - 10^2 Pa) uvodi se logaritamsko mjerilo u dB;
- ⇒ prag čujnosti na frekvenciji 1kHz $p_0=20\mu\text{Pa}$, pa je razina tlaka u dB;

$$L_P = 20 \cdot \log_{10} \frac{p}{p_0}$$

- ⇒ uho jedan od najsavršenijih instrumenata: tlaku od 0dB odgovara pomak čestica reda veličine 100pm (10^{-10}m).

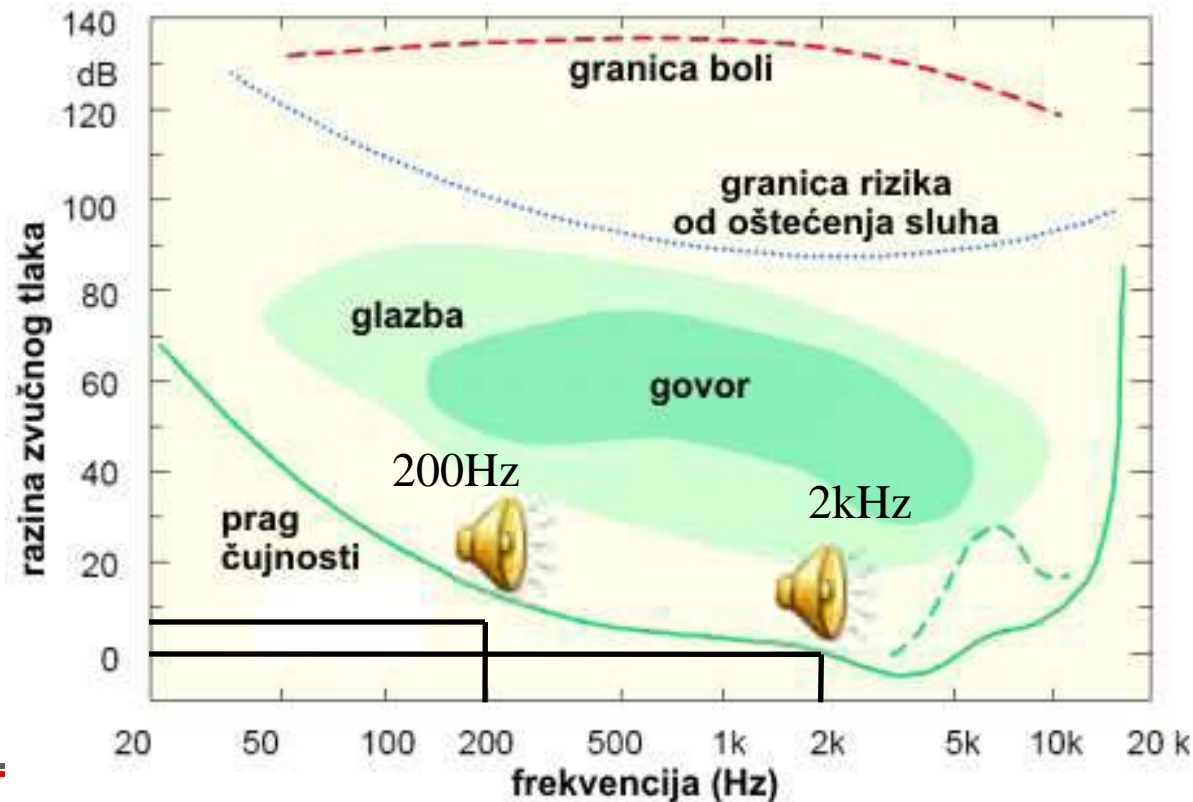


Ljudski sluh- krivulja čujnosti

Zavod za elektroakustiku



- ⇒ ljudsko uho- **nelinearan sustav**;
- ⇒ ljudsko uho **nema jednaku osjetljivost** u cijelom području čujnih **frekvencija**;



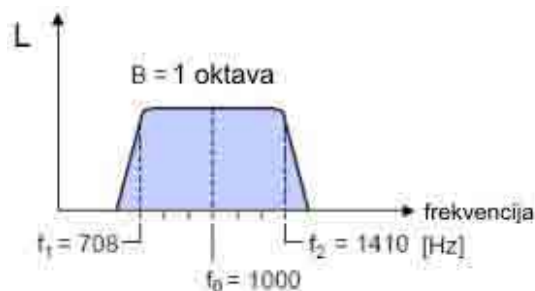
Mjerenje razina i frekvencijskog sadržaja zvuka-zvukomjer



⇒ usrednjava srednju kvadratnu vrijednost tlaka u vremenu (RMS vrijednost) i prikazuje ju u dB:

$$p_{RMS} = \sqrt{\langle p^2 \rangle} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T p^2(t) \cdot dt}$$

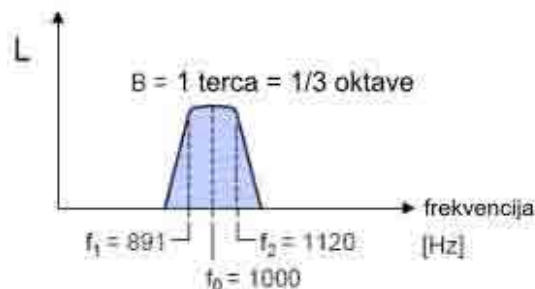
⇒ radi frekvencijsku analizu po oktavnim i tercnim pojasevima ili prema karakteristici ljudskog uha (A karakteristika);



1 oktava

$$f_2 = 2 \times f_1$$

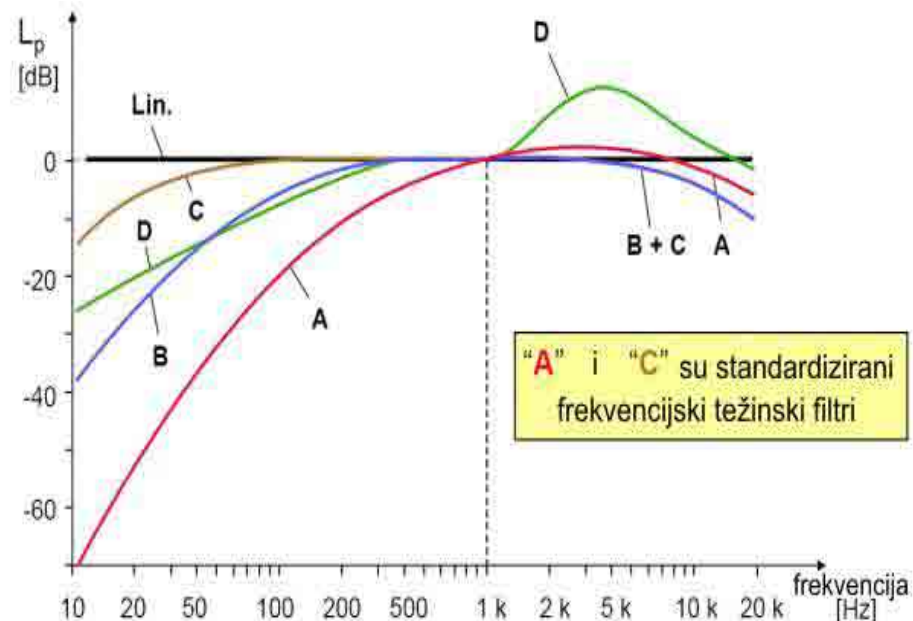
$$B = 0.7 \times f_0 \approx 70\%$$



1 terca

$$f_2 = \sqrt[3]{2} \times f_1 = 1.25 \times f_1$$

$$B = 0.23 \times f_0 \approx 23\%$$



“A” i “C” su standardizirani frekvencijski težinski filtri

20	25	31.5	40	50	63	80	100	125	160	200	250	315	400	500	630	800	1000
1250	1600	2000	2500	3150	4000	5000	6300	8000	10000	12500	16000	20000					

Helmholtzova jednađba- akustika prostora



⇒ prebacivanje **valnih jednađbi** u **frekvencijsku domenu**:

$$p = \text{Re} \left\{ \hat{p} \cdot e^{j \cdot \omega t} \right\} \quad \Delta \hat{p} + k^2 \cdot \hat{p} = 0 \quad k = \frac{\omega}{c} = \frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \quad \hat{p} = \frac{A}{r} e^{j \cdot (\omega \cdot t - k \cdot r)} + \frac{B}{r} e^{j \cdot (\omega \cdot t + k \cdot r)}$$

⇒ ukoliko se u rješenja žele uvesti gubici tada se uvodi **kompleksni valni broj** (k):
$$k^* = -\alpha(\omega) \cdot j + k(\omega)$$

⇒ pronalaženjem **vlastitih rješenja Helmholtzove jednađbe** uz pravilno postavljene **rubne uvjete na aktivnim i pasivnim površinama** (tlak i titrajna brzina);

⇒ ukupno rješenje Helmholtzove jednađbe je dano oblikom:

$$p(x, y, z, t) = \text{Re} \sum_N A_N \cdot \psi_N(x, y, z) \cdot e^{j \cdot \omega_N \cdot t}$$

⇒ vlastita rješenja (modovi) su **ortogonalne funkcije**;

⇒ problem kako **pozicija izvora u prostoriji** na nekom mjestu **pobuđuje neki mod**;



⇒ uključivanje izvora u valnu ili Helmholtzovu jednadžbu:

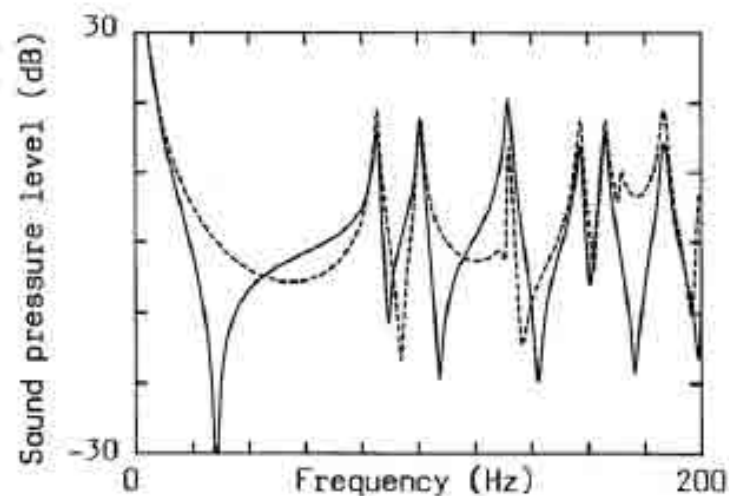
$$\Delta G(\vec{r}, \vec{r}_0) + k^2 G(\vec{r}, \vec{r}_0) = -4 \cdot \pi \cdot \delta(\vec{r} - \vec{r}_0) \quad \text{uz} \quad \frac{\partial G(\vec{r}, \vec{r}_0)}{\partial n} = 0$$

⇒ rješenje i pobuda se može izraziti kao superpozicija modova;

⇒ Greenova funkcija predstavlja impulsni odziv prostorije u frekvencijskoj domeni:

$$G(\vec{r}, \vec{r}_0) = -\frac{1}{V} \sum_m \frac{\psi_m(\vec{r}) \cdot \psi_m(\vec{r}_0)}{k^2 - k_m^2}$$

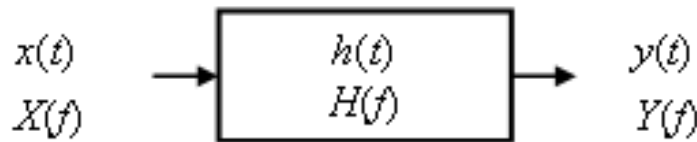
⇒ simetrija s obzirom na poziciju izvora i prijarnika;



Mjerenje impulsnog odziva u prostoriji



- ⇒ prostorija se pri malim razinama pobude promatra kao vremenski invarijantan linearni sustav (LTI);



$$H(f) = \frac{Y(f)}{X(f)}$$

$$y(t) = x(t) \otimes h(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau) \cdot x(t - \tau) d\tau$$

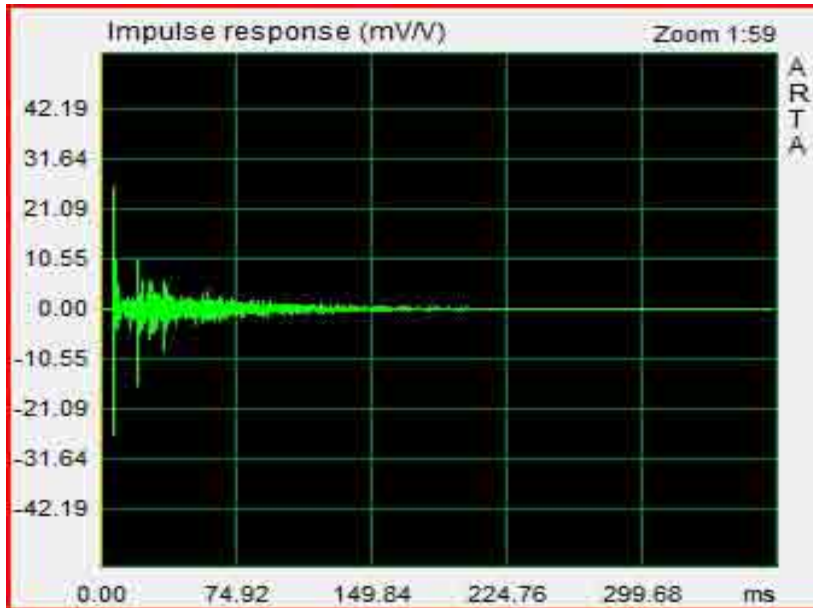
- ⇒ u mjerenjima se impulсни odziv određuje korištenjem križne korelacije ulaznog i izlaznog signala i autokorelacije ulaznog signala;

$$H(f) = \frac{Y(f) \cdot X^*(f)}{X(f) \cdot X^*(f)} = \frac{S_{YX}(f)}{S_{XX}(f)}$$

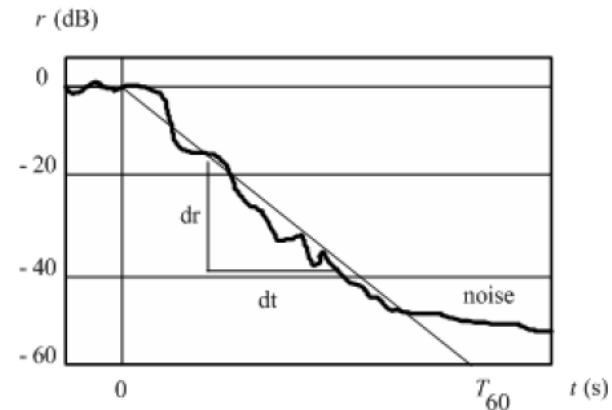
- ⇒ koristimo signale (periodički šum, sweep, MLS) koji imaju $S_{xx}=1$ pa je križna korelacija izlaz ulaz upravo impulсни odziv u frekvencijskoj domeni.
- ⇒ iz impulsnog odziva u frekvencijskoj domeni se odrede rezonantne frekvencije prostorije;

Akustički parametri iz impulsnog odziva

- ⇒ impulsni odziv u **vremenskoj domeni** (inverzna Fourierova transformacija)
- ⇒ integriranjem **kvadrata impulsnog odziva** može se odrediti vrijeme odjeka u prostoru (vrijeme koje je potrebno da zvučna energija padne za 60dB)



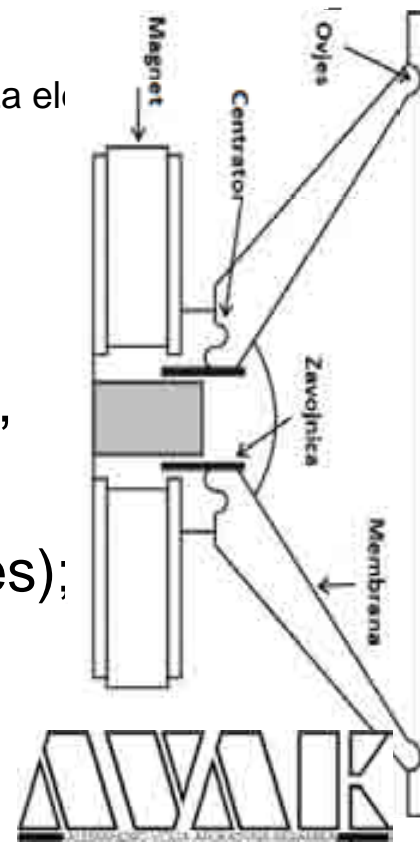
$$r(t) = \int_t^{\infty} h^2(t) \cdot dt \quad 10 \cdot \log[r(t)] = 10 \cdot \log \left[\frac{\int_t^{\infty} h^2(t) dt}{\int_0^{\infty} h^2(t) dt} \right]$$



- ⇒ **optimalno vrijeme odjeka**, jasnoća, definiranost zvuka za neki prostor ovise o **namjeni tog prostora** (predavaonica, crkva, koncertna dvorana);

Zvučnik –nelinearni model

Zavod za el



- ⇒ gibanje centralnog dijela membrane zvučnika se promatra kao superpozicija **gibanja zavojnice** (harmonički oscilator), **membrane** (Besselovi modovi), **malih viskoelastičnih dijelova membrane** (Bennewitz-Rötgersch) i **okolnog zraka** (Navier Stokes);
- ⇒ matematički model zvučnika u obliku **nelinearne nehomogene diferencijalne jednačbe drugog reda**:

$$M \cdot \frac{d^2x}{dt^2} + R \cdot \frac{dx}{dt} + k_{eff}(x) \cdot x = B \cdot l \cdot I_0 \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

- ⇒ sva gibanja se manifestiraju **u pomaku membrane** koji se **mjeri** i iz njega **rekonstruira se dinamika cjelokupnog sustava**.

- ⇒ proučavanje kaotičnog stanja na **matematičkom modelu** i u **eksperimentalnom sustavu**;
- ⇒ najveći uzrok nelinearnosti bez opterećenog medija je **efektivna elastičnost** ;
- ⇒ efektivna elastičnost je mala za male amplitude pomaka membrane dok nakon 7mm naglo raste zbog viskoelastičnosti materijala (renormalizacija);

$$M \cdot \frac{d^2 x}{dt^2} + R \cdot \frac{dx}{dt} + k(x) \cdot x = B \cdot l \cdot I_0 \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

$$\begin{aligned} x_1(t) &= x \\ x_2(t) &= x' \end{aligned} \quad \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}' = F \left(\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}, t \right) = \begin{bmatrix} x_2(t) \\ \frac{B \cdot l \cdot I_0}{M} \cdot \cos(\omega \cdot t) - \frac{R}{M} \cdot x_2(t) - k(x) \cdot x_1(t) \end{bmatrix}$$

$$x_1'(t) = x' = x_2(t)$$

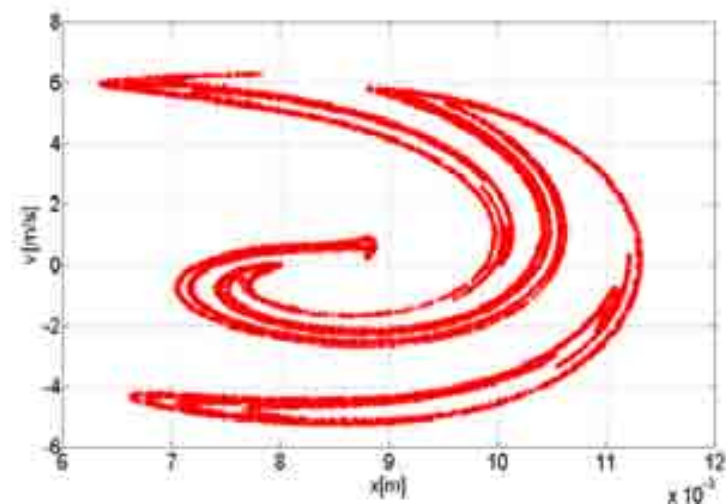
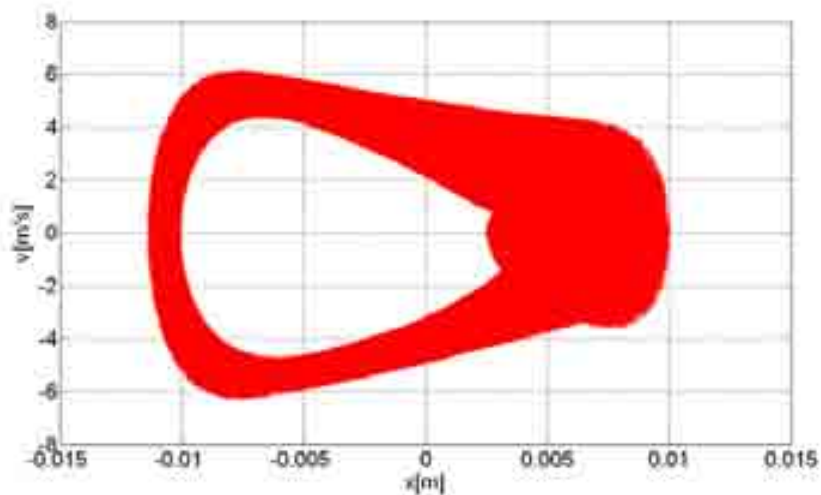
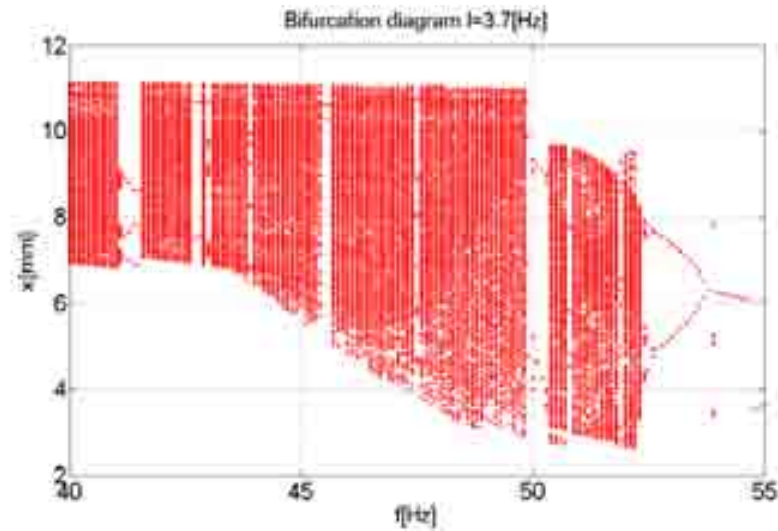
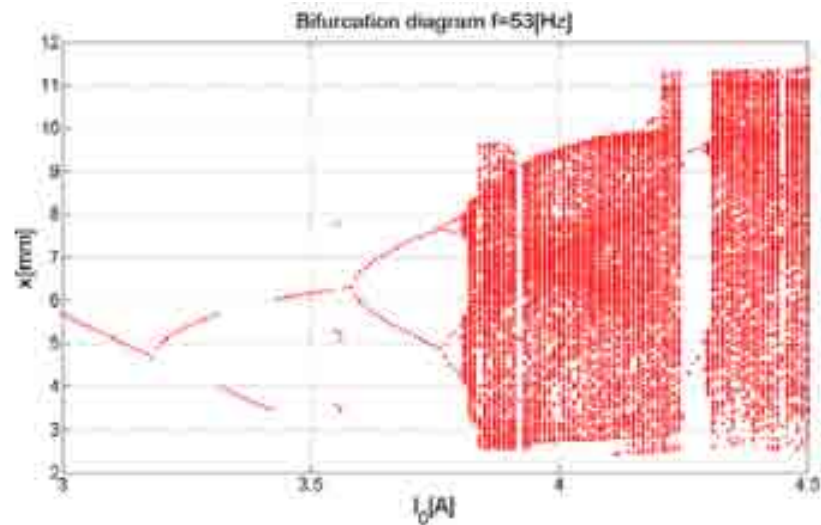
$$x_2'(t) = x'' = \frac{B \cdot l \cdot I_0}{M} \cdot v - \frac{R_m}{M} \cdot x_2(t) - k(x) \cdot x_1(t)$$

$$u'(t) = u + \omega \cdot v - u \cdot (u^2 + v^2)$$

$$v'(t) = -\omega \cdot u + v - v \cdot (u^2 + v^2)$$



$$\begin{aligned} M &= 0.0128[\text{kg}], R = 0.480[\text{kg/s}], B \cdot l = 5.5[\text{Tm}] \\ I_0 &= 4.0[\text{A}], f = 53[\text{Hz}], \omega = 2 \cdot \pi \cdot f \end{aligned}$$



$(I_0=4.0\text{A}, f=53\text{Hz})$

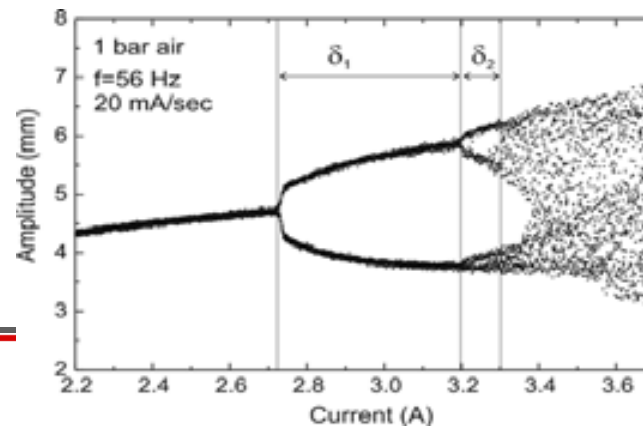
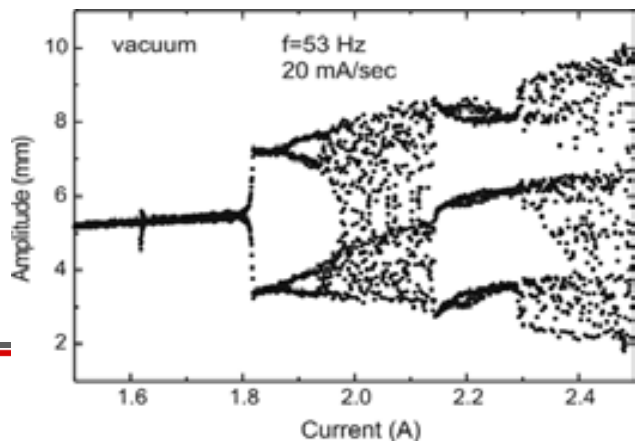
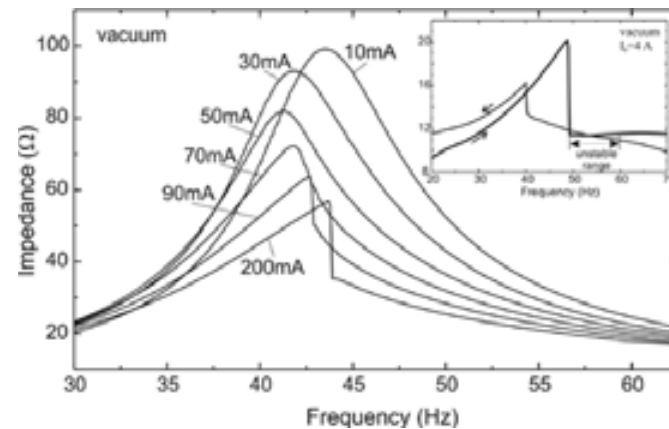
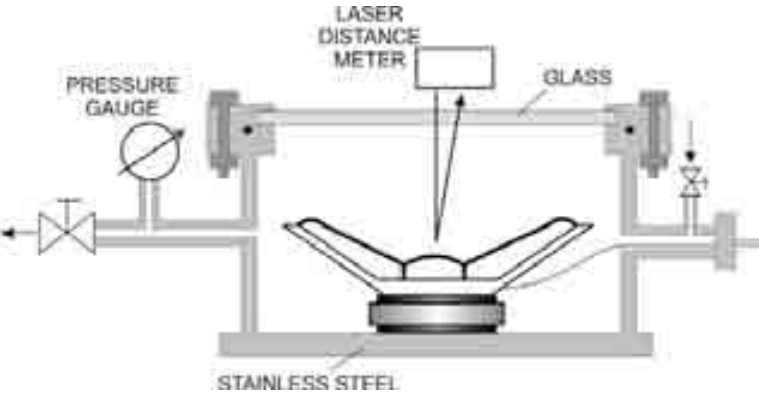
Zvučnik-eksperiment



Zavod za elektroakustiku

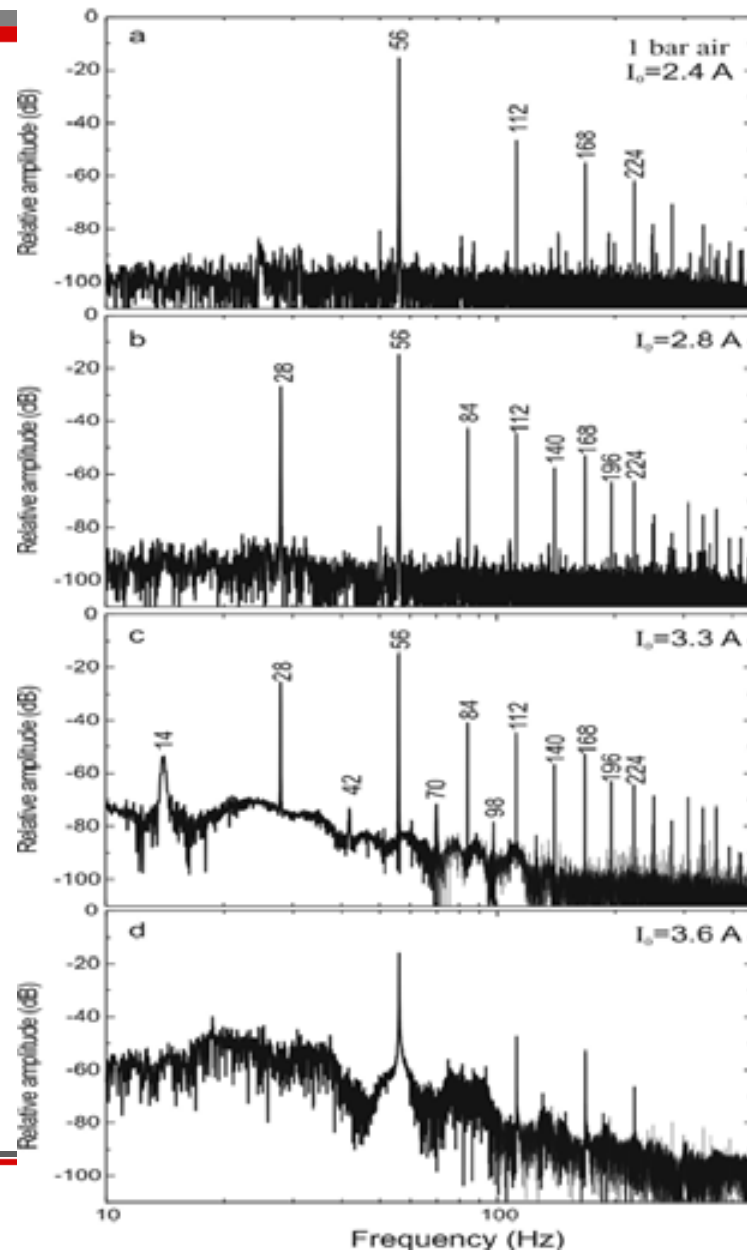
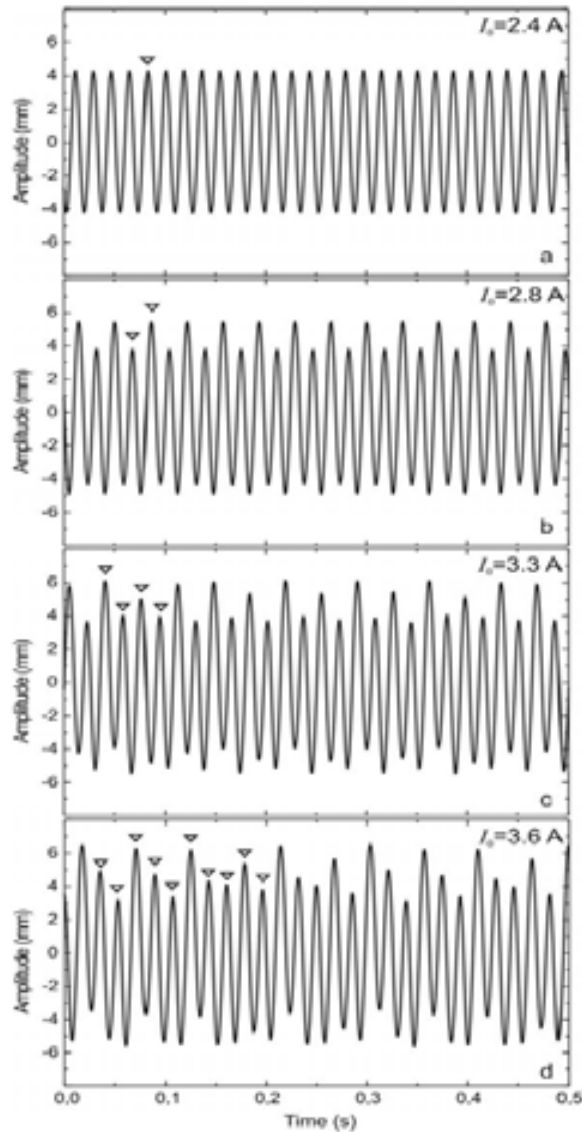


- ⇒ mjerenje pomaka i ulazne električne impedancije oko rezonantne frekvencije mogu pokazati da li je sustav nelinearan;
- ⇒ mjerenja u vakuumu i u zraku u komori radi određivanja parametara modela uz mogućnosti mijenjanja amplitude struje, frekvencije, tlaka (opterećenja)



“Sweep”

Valni oblici i spektar



“Kaos”

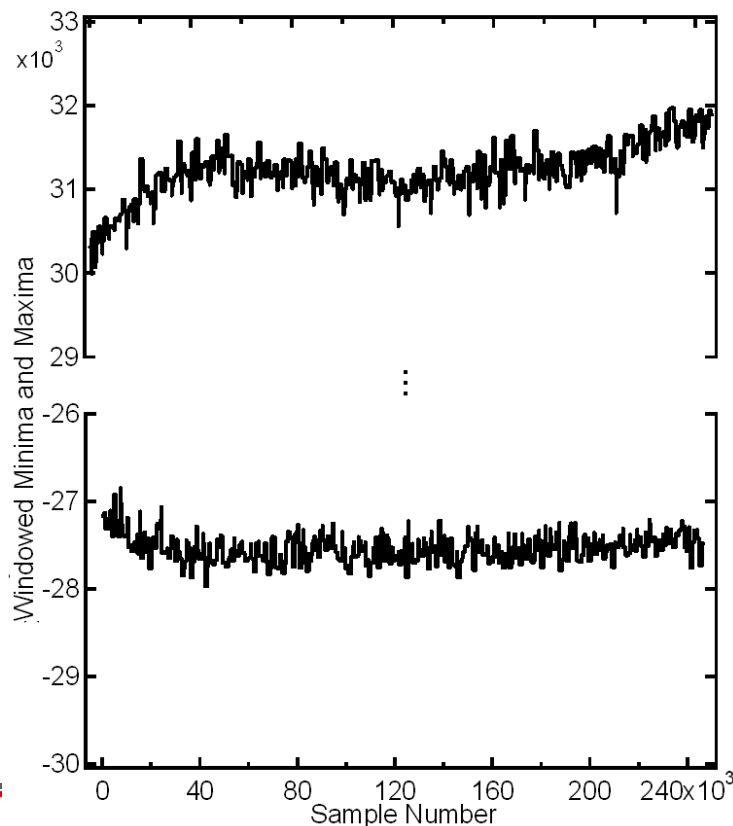


Dokazivanje kaotičnog stanja u eksperimentalnom sustavu

- ⇒ histereza, nelinearnost, bifurkacije, udvostručenje perioda, subharmonici su **potencijalni znakovi kaosa u eksperimentalnom sustavu**;
- ⇒ potrebno napraviti rigorozniju analizu snimljenih podataka (“**nonlinear time series analysis**”) u svrhu potvrde kaotičnog stanja i određivanja parametara kaosa;
- ⇒ određivanje **nestacionarnosti i dugotrajne dinamike, rekonstrukcija faznog prostora, Poincareovi dijagrami, fraktalne dimenzije, Lyapunovljevih eksponenata i nestabilnih periodičkih orbita**;
- ⇒ odabrana frekvencija $f=45\text{Hz}$ uz $I_0=3.6\text{A}$ u zraku (1bar), 247392 točaka (4 minute, 22.8 uzoraka po periodu pobude)

Nestacionarnost i dugotrajna dinamika

- ⇒ eksperimentalni sustav pod djelovanjem većih amplituda pobude može **mijenjati svoje parametre** (grijanje zavojnice i zraka);
- ⇒ napraviti **statističku analizu** mijenjanja **srednje vrijednosti** **maksimalne i minimalne amplitude**;



-ako dolazi do većih promjena vrijednosti signala onda **se parametri sustava mijenjaju** i analiza **kaotičnog signala** ne daje prave rezultate

- ⇒ iz eksperimentalnih rezultata (mjerjenja pomaka membrane) se **rekonstruira višedimenzionalan dinamički sustav**;
- ⇒ $\mathbf{X}=\{X(1), X(2), \dots X(N), \dots\}$ 1-D signal;
- ⇒ konstrukcija **višedimenzionalnog signala** pomoću prikladno odabranog **kašnjenja d** i **dimenzije D** u obliku:

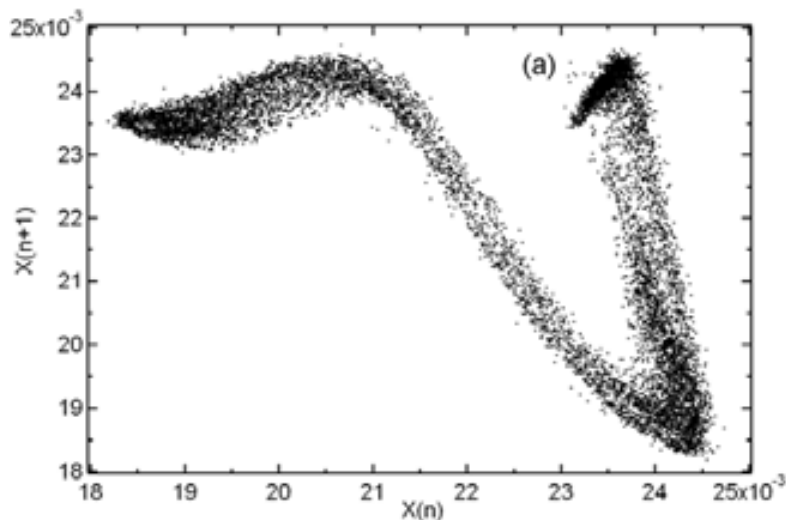
$$\mathbf{Y}(n) = (X(n), X(n+d), \dots X(n+(D-1)d))$$

- ⇒ u teoriji ovakav signal u potpunosti **karakterizira dinamiku sustava**;
- ⇒ dinamika se odvija u prostoru vektora $\mathbf{Y}(n)$ **veće dimenzije** ali ju mi vidimo **projicirano na os $X(n)$** ;
- ⇒ mjerjenja $X(n)$ i $X(n+d)$ su **međusobno povezana** jer sve dinamičke varijable **utječu na promatranu varijablu**;
- ⇒ $X(n+d)$ je **nelinearna kombinacija** svih varijabli u sustavu;

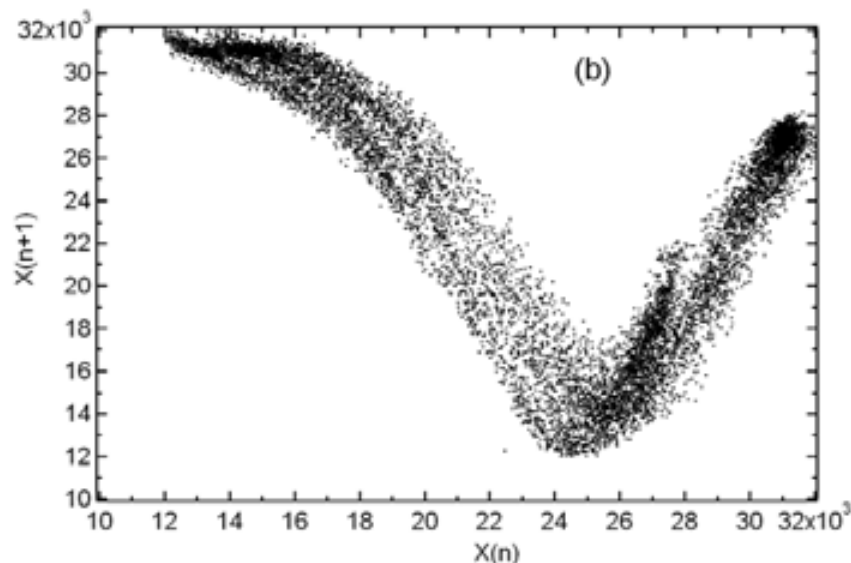
Poincareovi dijagrami



- ⇒ najprirodniji način je **uzorkovanje signala s frekvencijom pobude**;
- ⇒ u eksperimentu postoji ograničenje frekvencije uzorkovanja pa su moguća rješenja **lokalni maksimumi**, **vrijeme između maksimuma** ili **vremena prolaska kroz 0** ("flow data")

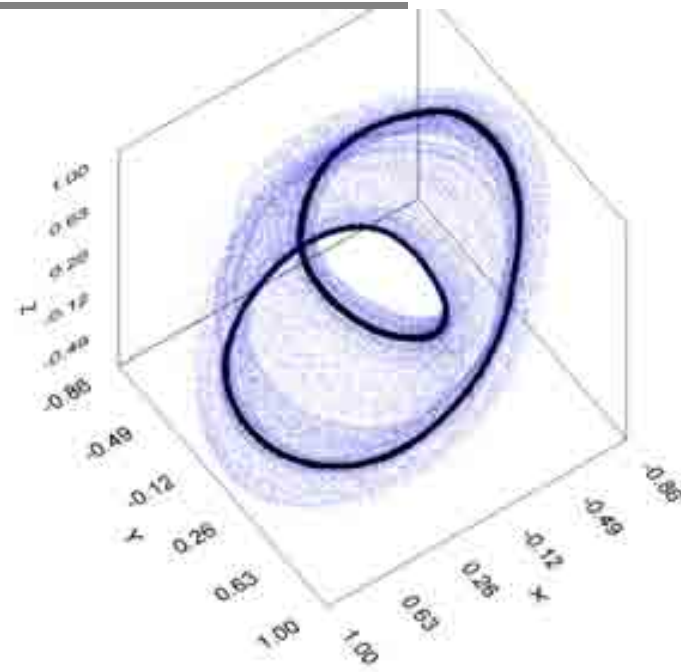
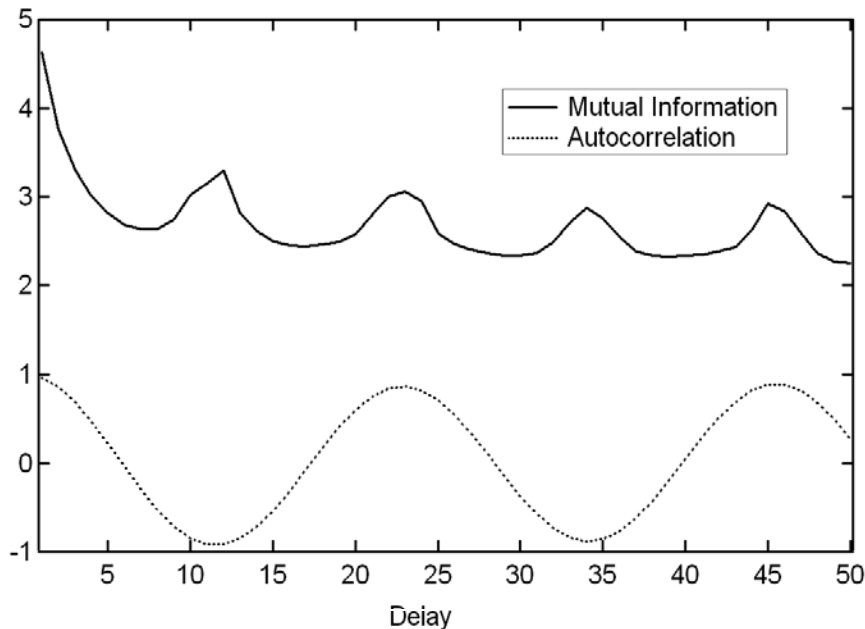


vrijeme između prolaska kroz 0



maksimalne amplitude

Rekonstrukcija faznog prostora kašnjenje -d



$$R(d) = \frac{1}{(N-k)\sigma^2} \sum_{n=1}^{N-k} [X(n) - \mu][X(n+d) - \mu]$$

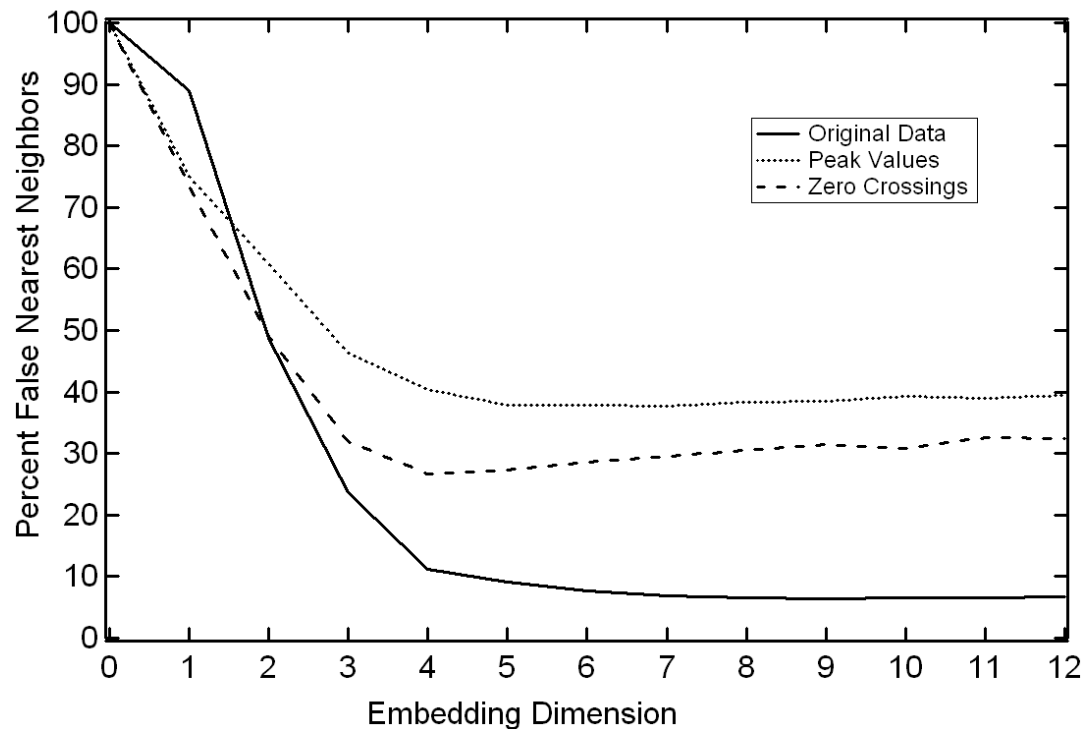
$$I(A; B) = \sum_{a \in A} \sum_{b \in B} p(a, b) \log \frac{p(a, b)}{p(a)p(b)}$$

⇒ prvi minimum funkcije zajedničke informacije → d ~ 7

⇒ prva nula autokorelacije → d ~ 6

Ugradbena dimenzija ("embedded dimension")

- preferirana ugradbena dimenzija je ona kada **postotak lažnih susjeda bude minimalan**
- $D \sim 5$ za orginalne podatke
- $D \sim 4$ za Poincareove sekcije

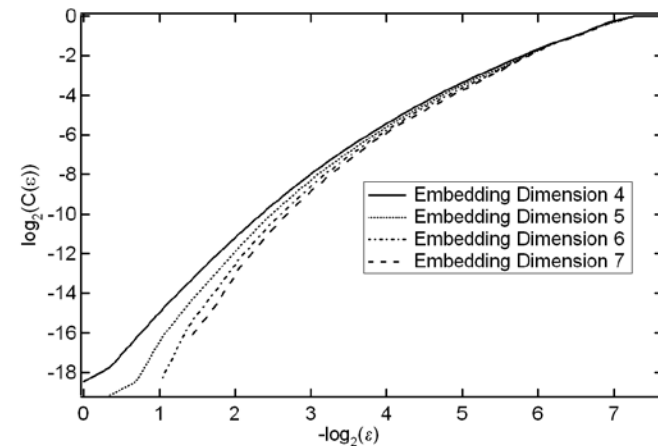


→ model **malih dimenzija** je dovoljan da opiše **nelinearno ponašanje** eksperimentalnog sustava;

- ⇒ atraktor neće u potpunosti ispuniti fazni prostor (necjelobrojna dimenzija);
- ⇒ **korelacijska dimenzija** se odredi konstruiranjem funkcije $C(\varepsilon)$ koja je funkcija vjerovatnosti da je udaljenost dvije proizvoljne točke manja od ε ;

$$C(\varepsilon) = \frac{2}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{i-1} H(\varepsilon - |Y(i) - Y(j)|)$$

$$D = \frac{d(\log(C))}{d(\log \varepsilon)}$$

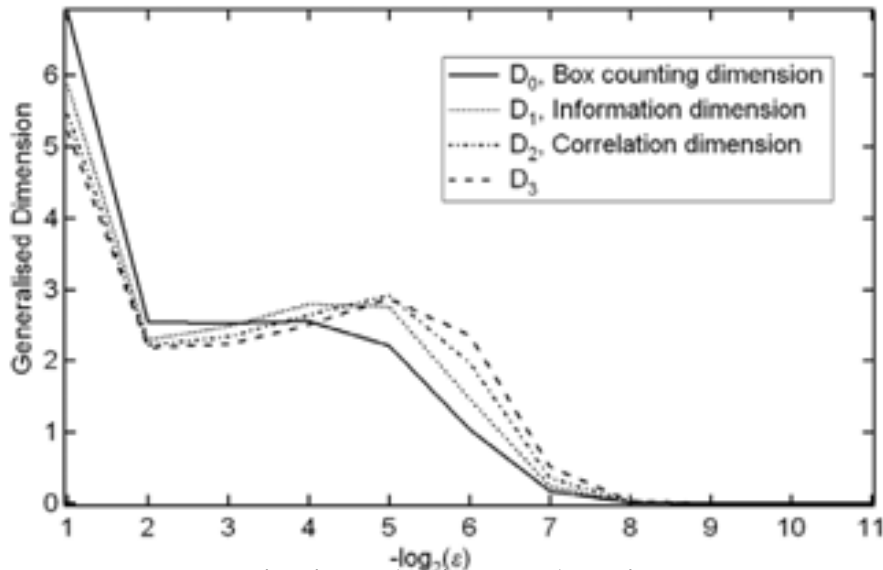


- ⇒ nije konstantan nagib zbog utjecaja **šuma kvantizacije** i zbog **premalog broja podataka i prevelike frekvencije uzorkovanja**;
- ⇒ prelazak na **generalizirane dimenzije** s obzirom na vjerovatnost posjećivanja rješenja dinamičkog sustava pojedinih dijelova atraktora;

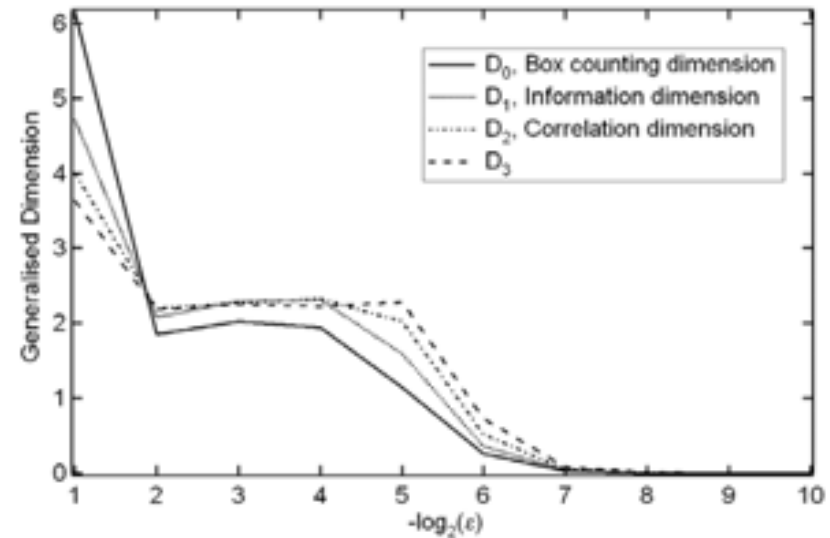
Generalizirane dimenzije

$$H_q(\varepsilon) = \frac{1}{1-q} \ln \sum_{i=1}^{N(\varepsilon)} P_i^q(\varepsilon) \dots q \neq 1, H_1(\varepsilon) = - \sum_{i=1}^{N(\varepsilon)} P_i(\varepsilon) \ln P_i(\varepsilon)$$

$$D(q) = - \lim_{\varepsilon \rightarrow \infty} \frac{H_q(\varepsilon)}{\ln \varepsilon}$$



originalni podaci



reducirani podaci

- ⇒ fraktalna dimenzija između 1.8 and 2.2 za reducirane podatke;
- ⇒ fraktalna dimenzija između 2.6 and 3.0 za originalne podatke;

Lyapunovljevski eksponenti

- ⇒ mjeri **stanje kaosa** u sustavu
 - ⇒ kako brzo bliski početni uvjeti divergiraju;
 - ⇒ **pozitivan eksponent** je snažan pokazatelj kaotičnog stanja

$$\lambda_i = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \ln \frac{p_i(t)}{p_i(0)}$$

- višestruka potvrda
 - ⇒ 3 različite tehnike na originalnim i reduciranim podacima
- otpornost na šum
 - ⇒ nesigurnost zbog šuma ali nije sustavna greška
- slaganje s teorijom
 - ⇒ ...u disipativnim sustavima **suma eksponenata mora biti negativna**, jedan pozitivan eksponent snažan **pokazatelj kaosa**

Estimated exponents from Poincare section using 3 different techniques

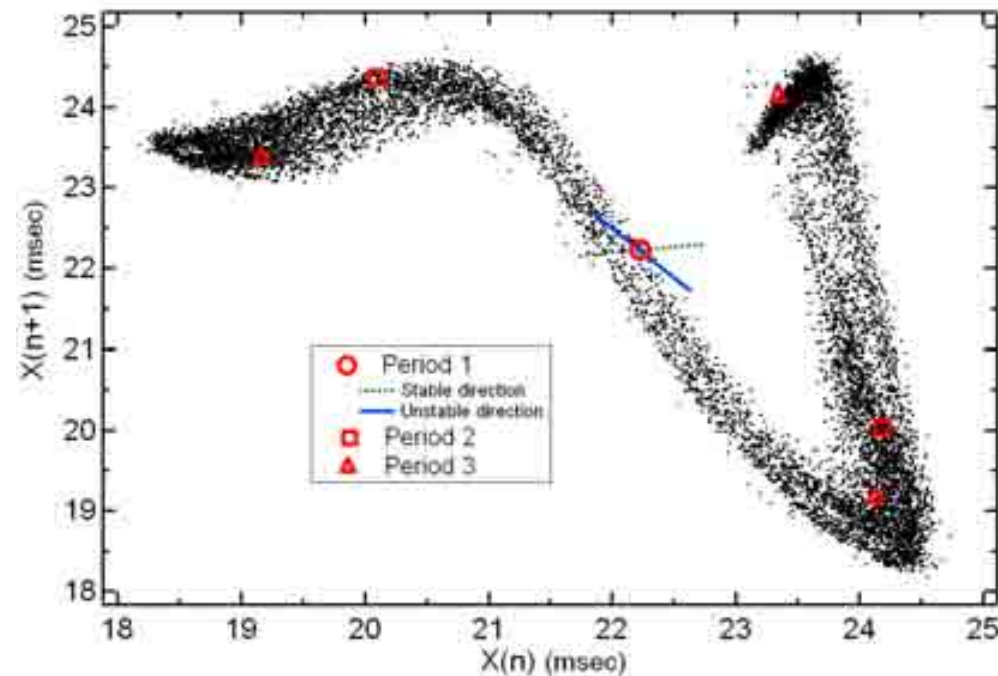
Algorithm	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	Sum
Rosenstein	0.403				
Wolf	0.391				
Eckmann-Ruelle	0.380	0.054	-0.184	-0.484	-0.234

Nestabilne periodičke orbite (UPO)

- ⇒ dinamički sustav u kaosu se opisuje kao sustav sa **beskonačnim brojem periodičkih orbita**;
- ⇒ identifikacija nestabilnih periodičkih orbita igra vrlo bitnu **ulogu metodama kontrole kaosa**, sinhronizaciji i boljem razumijevanju dinamike sustava;
- ⇒ promatra se kada se **dinamika približava istom području** nakon većeg broja iteracija;

$$\|Y(n) - Y(n + p)\| < \varepsilon$$

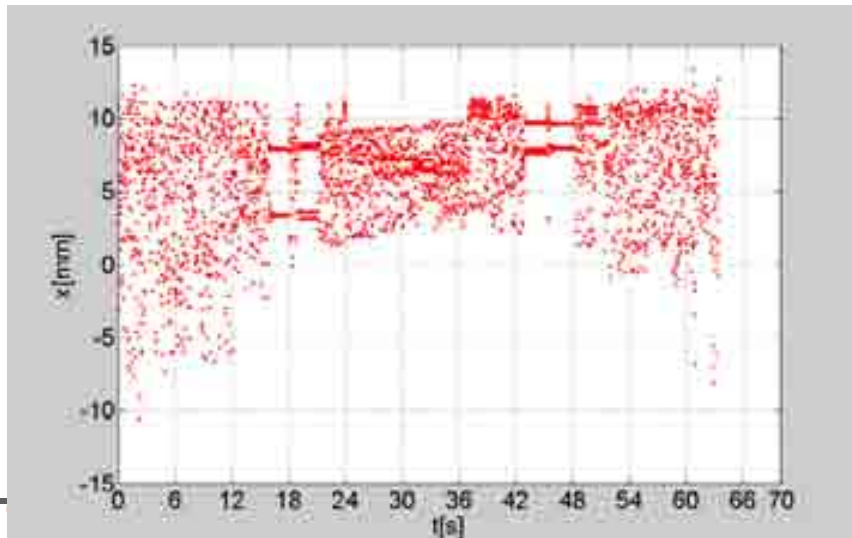
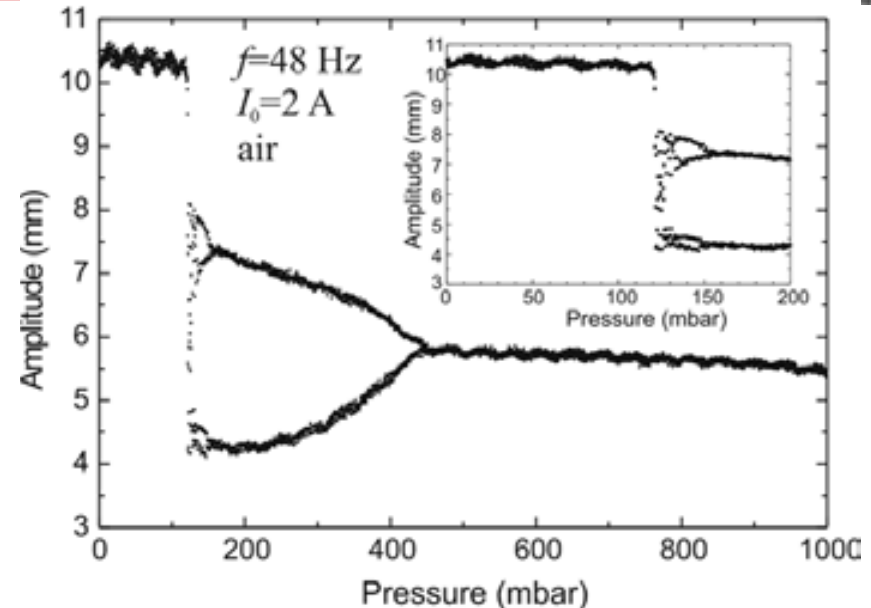
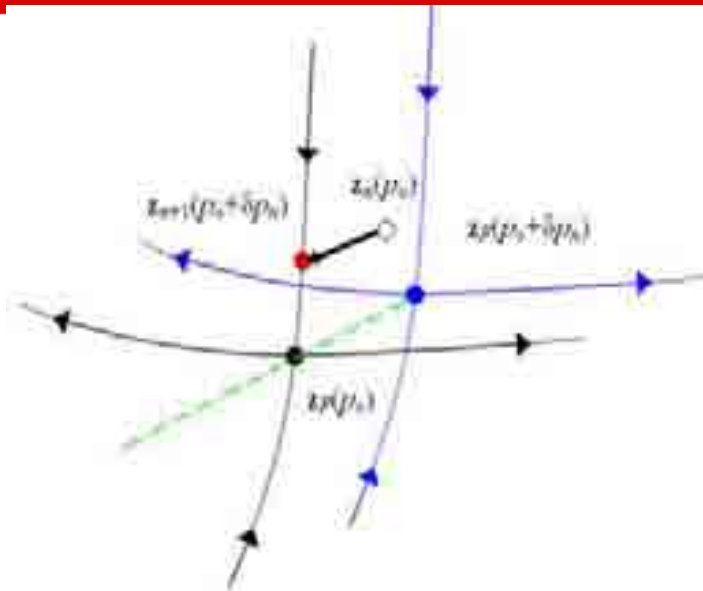
- ⇒ periodička orbita egzistira u tom području
dinamika oko ravnotežne točke se aproksimira metodom najmanjih kvadrata



- ⇒ **OGY (Ott, Grebogi, York):** pretvorba kaotičnog atraktora u sustav sa mnoštvom periodičkih gibanja;
- ⇒ u trenutku **prolaska sustava blizu periodičke orbite** (UPO-1 ili 2) **se malom promjenom parametra** (struje, frekvencije, opterećenja) prelazi iz **kaotičnog gibanja u stabilnu periodičku orbitu**;
- ⇒ znanje jednadžbi koje opisuju stanje sustava nije potrebno za implementaciju kontrole (prikladno za eksperimentalne situacije)
- ⇒ **Metoda povratne veze (Pyragas):**
- ⇒ mjereni signal se zakasni i koristi se **razlika između trenutnog i zakašnjelog signala** uz parametar p ;
- ⇒ pomoću malog parametra p kontrolira se struja ili frekvencija.

$$M \cdot \frac{d^2 x}{dt^2} + R_m \cdot \frac{dx}{dt} + k_{eff}(x) \cdot x = B \cdot l \cdot \{I_0 + p \cdot [x(t) - x(t - \tau)]\} \cdot \cos(\omega \cdot t)$$
$$M \cdot \frac{d^2 x}{dt^2} + R_m \cdot \frac{dx}{dt} + k_{eff}(x) \cdot x = B \cdot l \cdot I_0 \cos(\{\omega + p \cdot [x(t) - x(t - \tau)]\} \cdot t)$$

Kontrola kaosa (eksperiment i model)



$$M \cdot \frac{d^2x}{dt^2} + R_m \cdot \frac{dx}{dt} + k_{eff}(x) \cdot x = B \cdot l \cdot \{I_0 + p \cdot [\dot{x}(t) - \dot{x}(t - \tau)]\} \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

$$I_0=4[\text{A}], f=53[\text{Hz}], \tau=1/f, p=-0.5:0.05:0.5$$

$$t=0:dt:3s, dt=1/f ;$$

- ⇒ linearna akustika bavi se **riješavanjem valne jednačbe** i **modeliranjem impulsnog odziva** prostorije;
- ⇒ problem **auralizacije**: kako će se snimljeni signal (u studiju bez refleksija) čuti u nekom prostoru;
- ⇒ rješenje: **konvolucija** snimljenog signala sa impulsnim odzivom prostorije;

Nelinearna dinamika zvučnika:

- ⇒ preko 240000 točaka predstavlja 10000 orbita i nije dovoljno za bolje određivanje **fraktalne dimenzije** uz prisutnost **šuma** i **promjene dugotrajne dinamike** (grijanje zavojnice);
- ⇒ provjera matematičkog modela usporedbom dobivenih parametara iz eksperimenta i modela;
- ⇒ zvučnik kao uređaj za **stvaranje** i **reprodukciju** kaotične glazbe

- Đurek, Ivan; Đurek, Danijel; Petošić, Antonio: **Chaotic state in an electrodynamic loudspeaker.** // *Acta Acustica United with Acustica.* **94** (2008.) , 4; str. 629-635
- Reiss, Joshua; Đurek, Ivan; Petošić, Antonio; Đurek, Danijel: **Verification of chaotic behaviour in an experimental loudspeaker** // *Journal of the Acoustical Society of America.* **124** (2008.) , 4; str. 2031-2041
- Djurek I.; Djurek D.; Petošić A.,: **Stochastic solutions of Navier–Stokes equations: An experimental evidence.**// *Chaos, Volume 20, Issue 3*, doi:10.1063/1.349596
- Petošić, Antonio; Đurek, Ivan; Đurek, Danijel: **Modelling of an Electrodynamic Loudspeaker Using Runge-Kutta ODE Solver** // *AES papers 122nd AES Convention.* Beč, 2007. Paper Number: 7076,
- Đurek, Danijel; Đurek, Ivan; Petošić, Antonio: **Intrinsic Membrane Friction and Onset of Chaos in an Electrodynamic Loudspeaker**// *AES Papers, 123rd AES Convention.* New York, 2007. Paper Number 7255