

Analiza tečaja na hrvatskom tržištu pomoću NGARCH modela

Petra Posedel

Katedra za matematiku, Ekonomski fakultet Zagreb

Inženjerska sekcija Hrvatskog matematičkog društva

PMF-Matematički odjel

Zagreb, 21.2.2008.

Outline

- 1 Pregled današnjeg izlaganja
- 2 Vrijednosnice na hrvatskom tržištu: Stilizirane činjenice financijskih podataka
- 3 Nelinearni u očekivanju asimetrični GARCH model
- 4 Ekonometrijska procjena modela
 - Metoda maksimalne vjerodostojnosti
- 5 Procjena rizika
 - VaR (Value at risk)
- 6 Financijski derivati

Outline

- 1 Pregled današnjeg izlaganja
- 2 Vrijednosnice na hrvatskom tržištu: Stilizirane činjenice financijskih podataka
- 3 Nelinearni u očekivanju asimetrični GARCH model
- 4 Ekonometrijska procjena modela
 - Metoda maksimalne vjerodostojnosti
- 5 Procjena rizika
 - VaR (Value at risk)
- 6 Financijski derivati

Outline

- 1 Pregled današnjeg izlaganja
- 2 Vrijednosnice na hrvatskom tržištu: Stilizirane činjenice financijskih podataka
- 3 Nelinearni u očekivanju asimetrični GARCH model
- 4 Ekonometrijska procjena modela
 - Metoda maksimalne vjerodostojnosti
- 5 Procjena rizika
 - VaR (Value at risk)
- 6 Financijski derivati

Outline

- 1 Pregled današnjeg izlaganja
- 2 Vrijednosnice na hrvatskom tržištu: Stilizirane činjenice financijskih podataka
- 3 Nelinearni u očekivanju asimetrični GARCH model
- 4 Ekonometrijska procjena modela
 - Metoda maksimalne vjerodostojnosti
- 5 Procjena rizika
 - VaR (Value at risk)
- 6 Financijski derivati

Outline

- 1 Pregled današnjeg izlaganja
- 2 Vrijednosnice na hrvatskom tržištu: Stilizirane činjenice financijskih podataka
- 3 Nelinearni u očekivanju asimetrični GARCH model
- 4 Ekonometrijska procjena modela
 - Metoda maksimalne vjerodostojnosti
- 5 Procjena rizika
 - VaR (Value at risk)
- 6 Financijski derivati

Outline

- 1 Pregled današnjeg izlaganja
- 2 Vrijednosnice na hrvatskom tržištu: Stilizirane činjenice financijskih podataka
- 3 Nelinearni u očekivanju asimetrični GARCH model
- 4 Ekonometrijska procjena modela
 - Metoda maksimalne vjerodostojnosti
- 5 Procjena rizika
 - VaR (Value at risk)
- 6 Financijski derivati

Ciljevi današnjeg izlaganja:

- osnovne karakteristike podataka koji se odnose na financijsku imovinu
- modeli uvjetne heteroskedastičnosti
- primjer ekonometrijskog modeliranja vrijednosnica pomoću NGARCH modela: tečaj EUR/HRK
- posljedice koje procjena parametara modela ima za risk management i vrednovanje financijskih derivata

Ciljevi današnjeg izlaganja:

- osnovne karakteristike podataka koji se odnose na financijsku imovinu
- modeli uvjetne heteroskedastičnosti
- primjer ekonometrijskog modeliranja vrijednosnica pomoću NGARCH modela: tečaj EUR/HRK
- posljedice koje procjena parametara modela ima za risk management i vrednovanje financijskih derivata

Ciljevi današnjeg izlaganja:

- osnovne karakteristike podataka koji se odnose na financijsku imovinu
- modeli uvjetne heteroskedastičnosti
- primjer ekonometrijskog modeliranja vrijednosnica pomoću NGARCH modela: tečaj EUR/HRK
- posljedice koje procjena parametara modela ima za risk management i vrednovanje financijskih derivata

Ciljevi današnjeg izlaganja:

- osnovne karakteristike podataka koji se odnose na financijsku imovinu
- modeli uvjetne heteroskedastičnosti
- primjer ekonometrijskog modeliranja vrijednosnica pomoću NGARCH modela: tečaj EUR/HRK
- posljedice koje procjena parametara modela ima za risk management i vrednovanje financijskih derivata

Stilizirane činjenice financijskih podataka

Brojna empirijska istraživanja pokazuju da:

- javlja se sve veća potreba za modeliranjem cijena vrijednosnica i njihovih volatilnosti
- volatilnost prinosa vremenskih nizova za većinu financijskih instrumenata nije konstantna
- asimetričnost u distribuciji prinosa
- korelacije dnevnih povrata uglavnom su jednake nuli
- standardna devijacija povrata u potpunosti dominira očekivanje povrata za kratke horizonte kao dnevni
- varijanca povrata mjerena npr. kvadratima povrata pozitivno je korelirana sa svojom prošlosti (za male pomake)
- *efekt poluge*

Stilizirane činjenice financijskih podataka

Brojna empirijska istraživanja pokazuju da:

- javlja se sve veća potreba za modeliranjem cijena vrijednosnica i njihovih volatilnosti
- volatilnost prinosa vremenskih nizova za većinu financijskih instrumenata nije konstantna
- asimetričnost u distribuciji prinosa
- korelacije dnevnih povrata uglavnom su jednake nuli
- standardna devijacija povrata u potpunosti dominira očekivanje povrata za kratke horizonte kao dnevni
- varijanca povrata mjerena npr. kvadratima povrata pozitivno je korelirana sa svojom prošlosti (za male pomake)
- *efekt poluge*

Stilizirane činjenice financijskih podataka

Brojna empirijska istraživanja pokazuju da:

- javlja se sve veća potreba za modeliranjem cijena vrijednosnica i njihovih volatilnosti
- volatilnost prinosa vremenskih nizova za većinu financijskih instrumenata nije konstantna
- asimetričnost u distribuciji prinosa
- korelacije dnevnih povrata uglavnom su jednake nuli
- standardna devijacija povrata u potpunosti dominira očekivanje povrata za kratke horizonte kao dnevni
- varijanca povrata mjerena npr. kvadratima povrata pozitivno je korelirana sa svojom prošlosti (za male pomake)
- *efekt poluge*

Stilizirane činjenice financijskih podataka

Brojna empirijska istraživanja pokazuju da:

- javlja se sve veća potreba za modeliranjem cijena vrijednosnica i njihovih volatilnosti
- volatilnost prinosa vremenskih nizova za većinu financijskih instrumenata nije konstantna
- asimetričnost u distribuciji prinosa
- korelacije dnevnih povrata uglavnom su jednake nuli
- standardna devijacija povrata u potpunosti dominira očekivanje povrata za kratke horizonte kao dnevni
- varijanca povrata mjerena npr. kvadratima povrata pozitivno je korelirana sa svojom prošlosti (za male pomake)
- *efekt poluge*

Stilizirane činjenice financijskih podataka

Brojna empirijska istraživanja pokazuju da:

- javlja se sve veća potreba za modeliranjem cijena vrijednosnica i njihovih volatilnosti
- volatilnost prinosa vremenskih nizova za većinu financijskih instrumenata nije konstantna
- asimetričnost u distribuciji prinosa
- korelacije dnevnih povrata uglavnom su jednake nuli
- standardna devijacija povrata u potpunosti dominira očekivanje povrata za kratke horizonte kao dnevni
- varijanca povrata mjerena npr. kvadratima povrata pozitivno je korelirana sa svojom prošlosti (za male pomake)
- *efekt poluge*

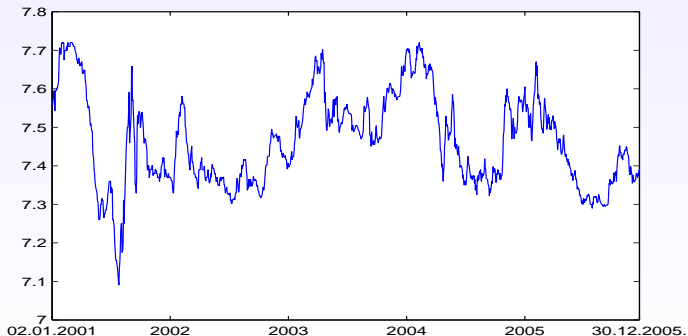
Stilizirane činjenice financijskih podataka

Brojna empirijska istraživanja pokazuju da:

- javlja se sve veća potreba za modeliranjem cijena vrijednosnica i njihovih volatilnosti
- volatilnost prinosa vremenskih nizova za većinu financijskih instrumenata nije konstantna
- asimetričnost u distribuciji prinosa
- korelacije dnevnih povrata uglavnom su jednake nuli
- standardna devijacija povrata u potpunosti dominira očekivanje povrata za kratke horizonte kao dnevni
- varijanca povrata mjerena npr. kvadratima povrata pozitivno je korelirana sa svojom prošlosti (za male pomake)
- *efekt poluge*

Kretanje cijena vrijednosnica

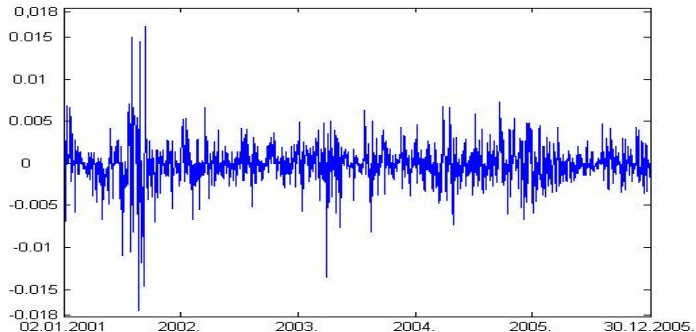
Vremenska serija tečaja EUR/HRK 2001-2005 squared returns



Relevantne veličine za investitore su postotni prinosi te se u tu svrhu za modeliranje financijskih vremenskih nizova koriste *logaritamski povrati*, odnosno razlike logaritama zaključnih cijena C_t pristignutih u periodu jednog dana,

$$P_{t+1} = \ln(C_{t+1}) - \ln(C_t)$$

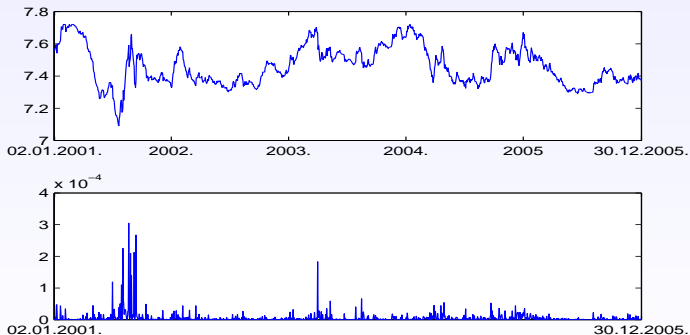
Vremenska serija logaritamskih povrata EUR/HRK 2001-2005



Pri procjenjivanju volatilnosti povrata od ključnog je interesa varijabla koja predstavlja kvadrat razlike logaritamskog povrata i srednjeg logaritamskog povrata, *kvadrati inovacije povrata*

$$I_t = [P_t - E(P_t)]^2.$$

EUR/HRK 2001-2005 i kvadrati inovacija povrata



Može se odmah primijetiti da se pojedina razdoblja međusobno razlikuju po volatilnosti cijene. Brojna empirijska istraživanja pokazuju da

- volatilnost prinosa određenog vremenskog niza za većinu financijskih instrumenata nije konstantna
- dane visoke (niske) volatilnosti na tržištu obično prate dani visoke (niske) volatilnosti, svojstvo poznato kao *grupiranje*
- za vrijeme *stresnih perioda* na tržištu (politički neredi i promjene, ekonomske krize, objave makroekonomskih podata, objava poslovanja poduzeća, iznenadna promjena kreditnog rejtinga) cijene financijskih dobara obično jako fluktuiraju, odnosno **volatilnost** promatranog procesa mijenja se kroz vrijeme.

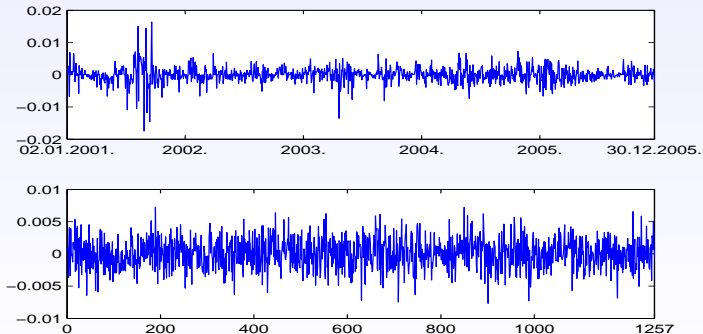
Može se odmah primijetiti da se pojedina razdoblja međusobno razlikuju po volatilnosti cijene. Brojna empirijska istraživanja pokazuju da

- volatilnost prinosa određenog vremenskog niza za većinu financijskih instrumenata nije konstantna
- dane visoke (niske) volatilnosti na tržištu obično prate dani visoke (niske) volatilnosti, svojstvo poznato kao *grupiranje*
- za vrijeme *stresnih perioda* na tržištu (politički neredi i promjene, ekonomske krize, objave makroekonomskih podata, objava poslovanja poduzeća, iznenadna promjena kreditnog rejtinga) cijene financijskih dobara obično jako fluktuiraju, odnosno **volatilnost** promatranog procesa mijenja se kroz vrijeme.

Može se odmah primijetiti da se pojedina razdoblja međusobno razlikuju po volatilnosti cijene. Brojna empirijska istraživanja pokazuju da

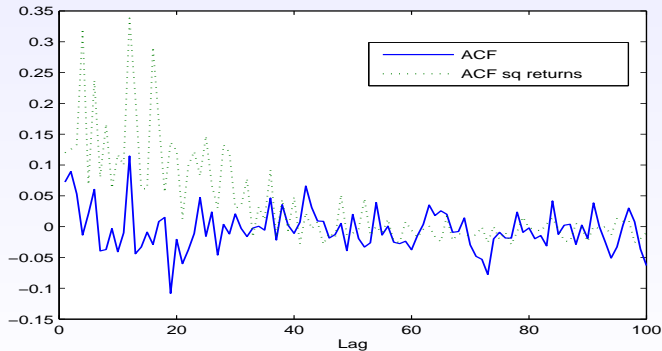
- volatilnost prinosa određenog vremenskog niza za većinu financijskih instrumenata nije konstantna
- dane visoke (niske) volatilnosti na tržištu obično prate dani visoke (niske) volatilnosti, svojstvo poznato kao *grupiranje*
- za vrijeme *stresnih perioda* na tržištu (politički neredi i promjene, ekonomske krize, objave makroekonomskih podata, objava poslovanja poduzeća, iznenadna promjena kreditnog rejtinga) cijene financijskih dobara obično jako fluktuiraju, odnosno **volatilnost** promatranog procesa mijenja se kroz vrijeme.

Usporedba Brownovog modela s dnevnim povratima tečaja EUR/HRK s istom prosječnom volatilnošću



- iako je varijanca za oba vremenska niza ista, Brownov model je postiže generirajući povrate koji uglavnom imaju istu amplitudu
- povrati tečaja EUR/HRK postižu puno veću disperziju u svojim amplitudama
- povrati tečaja ukazuju na određene nagle promjene vrijednosti koje reflektiraju neku veliku promjenu na tržištu.

Serijska zavisnost među podacima opisana je korelacijama među povratima za različite pomake:



- Puna linija ukazuje da su autokorelacije dnevnih prinosa vrlo malih vrijednosti i da ne ukazuju na nikakva sistematična obilježja
- za razliku od autokorelacija dnevnih prinosa, autokorelacije kvadrata dnevnih prinosa su pozitivnih vrijednosti za male pomake, a zatim eksponencijalno padaju ka nuli kada se broj pomaka povećava
- ovo potonje nam ukazuje da kvadrirane vrijednosti prinosa ne zaboravljaju neposrednu prošlost te da su pozitivno korelirane, što je vidljivo iz isprekidane linije na slici

- Puna linija ukazuje da su autokorelacije dnevnih prinosa vrlo malih vrijednosti i da ne ukazuju na nikakva sistematična obilježja
- za razliku od autokorelacija dnevnih prinosa, autokorelacije kvadrata dnevnih prinosa su pozitivnih vrijednosti za male pomake, a zatim eksponencijalno padaju ka nuli kada se broj pomaka povećava
- ovo potonje nam ukazuje da kvadrirane vrijednosti prinosa ne zaboravljaju neposrednu prošlost te da su pozitivno korelirane, što je vidljivo iz isprekidane linije na slici

- Puna linija ukazuje da su autokorelacije dnevnih prinosa vrlo malih vrijednosti i da ne ukazuju na nikakva sistematična obilježja
- za razliku od autokorelacija dnevnih prinosa, autokorelacije kvadrata dnevnih prinosa su pozitivnih vrijednosti za male pomake, a zatim eksponencijalno padaju ka nuli kada se broj pomaka povećava
- ovo potonje nam ukazuje da kvadrirane vrijednosti prinosa ne zaboravljaju neposrednu prošlost te da su pozitivno korelirane, što je vidljivo iz isprekidane linije na slici

Modeliranje tečaja EUR/HRK pomoću NGARCH modela

- označimo sa C_t tečaj strane valute, točnije EUR/HRK, u trenutku t , definiran kao broj jedinica domaće valute potreban za kupnju jedne jedinice strane valute
- dinamika vremenskog niza dnevnih prinosa P_t opisana je nelinearnim u očekivanju, asimetričnim GARCH(1, 1) modelom (Engle and Ng (1993)):

NGARCH model

$$P_{t+1} \equiv \ln \left(\frac{C_{t+1}}{C_t} \right) = r_d - r_s + \lambda \sigma_{t+1} - \frac{1}{2} \sigma_{t+1}^2 + \sigma_{t+1} Z_{t+1}, \quad (1)$$

$$\sigma_{t+1}^2 = \omega + \alpha (\sigma_t Z_t - \rho \sigma_t)^2 + \beta \sigma_t^2, \quad (2)$$

pri čemu su Z_t nezavisne i jednako distribuirane normalne (gaussovske) slučajne varijable, $N(0, 1)$, te vrijedi

$$\omega > 0, \quad \alpha \geq 0, \quad \beta \geq 0 \quad \text{i} \quad \alpha(1 + \rho^2) + \beta < 1 \quad (3)$$

kako bi se osigurala nenegativnost i stacionarnost procesa varijance σ_t^2 .

- varijable r_d i r_s označavaju, redom, konstantnu jednoperiodnu, bezrizičnu, kamatnu stopu na domaću i stranu valutu po kojoj se glavnica neprekidno ukamačuje
- λ je konstantna premija za rizik (engl. *risk premium*), odnosno nagrada za ulaganje u stranu valutu
- uočimo odmah da negativna vrijednost parametra λ smanjuje srednju vrijednost prinosa tečaja EUR/HRK što ukazuje na aprecijaciju domaće valute

- varijable r_d i r_s označavaju, redom, konstantnu jednoperiodnu, bezrizičnu, kamatnu stopu na domaću i stranu valutu po kojoj se glavnica neprekidno ukamaćuje
- λ je konstantna premija za rizik (engl. *risk premium*), odnosno nagrada za ulaganje u stranu valutu
- uočimo odmah da negativna vrijednost parametra λ smanjuje srednju vrijednost prinosa tečaja EUR/HRK što ukazuje na aprecijaciju domaće valute

- varijable r_d i r_s označavaju, redom, konstantnu jednoperiodnu, bezrizičnu, kamatnu stopu na domaću i stranu valutu po kojoj se glavnica neprekidno ukamačuje
- λ je konstantna premija za rizik (engl. *risk premium*), odnosno nagrada za ulaganje u stranu valutu
- uočimo odmah da negativna vrijednost parametra λ smanjuje srednju vrijednost prinosa tečaja EUR/HRK što ukazuje na aprecijaciju domaće valute

- posebnu pažnju modelu daje parametar asimetričnosti ρ koji opisuje korelaciju između prinosa i varijance
- u slučaju analize prinosa dionica, pozitivna vrijednost parametra ρ reflektira dobro poznati empirijski fenomen tzv. *efekta poluge* koji ukazuje da **pad cijene dionice** za određenu vrijednost uzrokuje **povećanje varijance** više nego porast cijene za istu vrijednost, odnosno da su prinosi i njihova varijanca **negativno korelirani**

- posebnu pažnju modelu daje parametar asimetričnosti ρ koji opisuje korelaciju između prinosa i varijance
- u slučaju analize prinosa dionica, pozitivna vrijednost parametra ρ reflektira dobro poznati empirijski fenomen tzv. *efekta poluge* koji ukazuje da **pad cijene dionice** za određenu vrijednost uzrokuje **povećanje varijance** više nego porast cijene za istu vrijednost, odnosno da su prinosi i njihova varijanca **negativno korelirani**

Outline

- 1 Pregled današnjeg izlaganja
- 2 Vrijednosnice na hrvatskom tržištu: Stilizirane činjenice financijskih podataka
- 3 Nelinearni u očekivanju asimetrični GARCH model
- 4 Ekonometrijska procjena modela**
 - **Metoda maksimalne vjerodostojnosti**
- 5 Procjena rizika
 - VaR (Value at risk)
- 6 Financijski derivati

Procjena modela

Koristeći NGARCH model za analizu tečaja želimo:

- procijeniti parametre modela,
- analizirati empirijsku distribuciju vremenskog niza tečaja EUR/HRK
- *posljedice* koje takva analiza ima za risk management i vrednovanje financijskih instrumenata

Procjena modela

Koristeći NGARCH model za analizu tečaja želimo:

- procijeniti parametre modela,
- analizirati empirijsku distribuciju vremenskog niza tečaja EUR/HRK
- *posljedice* koje takva analiza ima za risk management i vrednovanje financijskih instrumenata

Procjena modela

Koristeći NGARCH model za analizu tečaja želimo:

- procijeniti parametre modela,
- analizirati empirijsku distribuciju vremenskog niza tečaja EUR/HRK
- *posljedice* koje takva analiza ima za risk management i vrednovanje financijskih instrumenata

Procjena modela

Koristeći NGARCH model za analizu tečaja želimo:

- procijeniti parametre modela,
- analizirati empirijsku distribuciju vremenskog niza tečaja EUR/HRK
- *posljedice* koje takva analiza ima za risk management i vrednovanje financijskih instrumenata

Procjena parametara modela

- Prema specifikaciji NGARCH modela slijedi da očekivani prinos i varijanca prinosa P_{t+1} izračunate na bazi informacija u trenutku t iznose

$$E_t[P_{t+1}] = r_d - r_s + \lambda \sigma_{t+1} - \frac{1}{2} \sigma_{t+1}^2 \quad \text{i} \quad \text{Var}_t[P_{t+1}] = \sigma_{t+1}^2.$$

- budući da je uvjetna varijanca σ_{t+1}^2 varijabla koju ne možemo opaziti, potrebno ju je implicitno procijeniti s ostalim parametrima modela, $\omega, \alpha, \beta, \lambda, \rho$.

Metoda maksimalne vjerodostojnosti

- Za ekonometrijsku analizu iskorišteno je $T = 1297$ dnevnih prinosa tečaja EUR/HRK u periodu od 02.01.2001. do 30.12.2005.
- podaci se odnose na međubankarske zaključne ponude za kupovinu eura
- za dnevnu kamatnu stopu na domaću valutu r_d i kamatnu stopu na stranu valutu r_s uzete su unaprijed zadane konstante 0.0131% i 0.0115% respektivno, što na godišnjoj razini iznosi aproksimativno 3.3% i 2.9%

Funkcija log-vjerodostojnosti

Prema pretpostavci (Z_t) je niz nezavisnih jednako distribuiranih slučajnih varijabli takvih da $Z_t \sim N(0, 1)$ pa je funkcija log-vjerodostojnosti oblika

$$L_T = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left[-\frac{1}{2} \ln(2\pi) - \frac{1}{2} \ln(\sigma_t^2) - \frac{1}{2} \frac{(P_t - (r_d - r_s + \lambda\sigma_t - \frac{1}{2}\sigma_t^2))^2}{\sigma_t^2} \right],$$

pri čemu je T broj opaženih podataka.

Označimo sa $\theta = (\omega, \alpha, \beta, \rho, \lambda)$ skup nepoznatih parametara

- potrebno je naći onaj vektor parametra θ za koji funkcija L_T postiže maksimalnu vrijednost uz uvjete dane u relaciji stacionarnosti
- maksimizacija funkcije L_T po parametrima modela vrši se pomoću numeričkog algoritma za traženje maksimuma funkcije uz zadane uvjete na parametre

Označimo sa $\theta = (\omega, \alpha, \beta, \rho, \lambda)$ skup nepoznatih parametara

- potrebno je naći onaj vektor parametra θ za koji funkcija L_T postiže maksimalnu vrijednost uz uvjete dane u relaciji stacionarnosti
- maksimizacija funkcije L_T po parametrima modela vrši se pomoću numeričkog algoritma za traženje maksimuma funkcije uz zadane uvjete na parametre

Vrijednosti procijenjenih parametara

Parametar	Vrijednost	Standardna greška
$\hat{\omega}$	$1.7339 \cdot 10^{-7}$	$2.92 \cdot 10^{-8}$
$\hat{\lambda}$	-0.0301153	0.11311
$\hat{\alpha}$	0.095345	0.012028
$\hat{\beta}$	0.86840994	0.014289
$\hat{\rho}$	-0.1707379	0.074885
$\hat{\alpha}(1 + \hat{\rho}^2) + \hat{\beta}$	0.96653484	-

Interpretacija parametara

- parametar asimetrije ρ je negativan ukazujući da porast u volatilnosti tečaja će biti veći pri aprecijaciji strane valute EUR, odnosno oslabljenja kune, nego pri deprecijaciji strane valute
- procjena premije za rizik nije statistički signifikantna
- vrijednost $\alpha(1 + \rho^2) + \beta$ vrlo je bliska jedinici što ukazuje na efekte duge memorije u seriji. Drugim riječima, šok u današnjem trenutku utječe na dalju budućnost

Interpretacija parametara

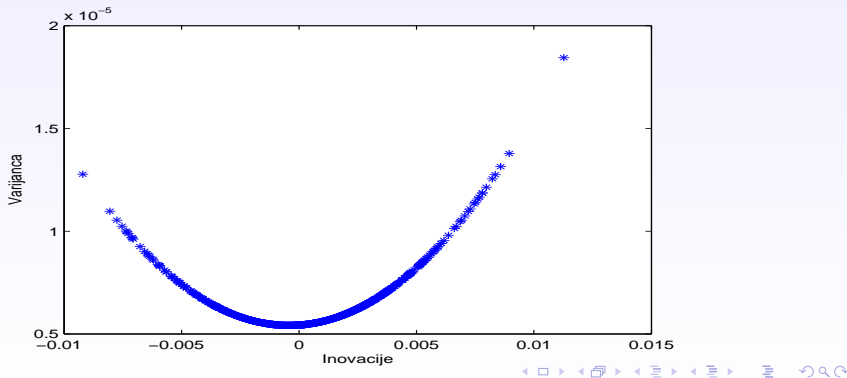
- parametar asimetrije ρ je negativan ukazujući da porast u volatilnosti tečaja će biti veći pri aprecijaciji strane valute EUR, odnosno oslabljenja kune, nego pri deprecijaciji strane valute
- procjena premije za rizik nije statistički signifikantna
- vrijednost $\alpha(1 + \rho^2) + \beta$ vrlo je bliska jedinici što ukazuje na efekte duge memorije u seriji. Drugim riječima, šok u današnjem trenutku utječe na dalju budućnost

Interpretacija parametara

- parametar asimetrije ρ je negativan ukazujući da porast u volatilnosti tečaja će biti veći pri aprecijaciji strane valute EUR, odnosno oslabljenja kune, nego pri deprecijaciji strane valute
- procjena premije za rizik nije statistički signifikantna
- vrijednost $\alpha(1 + \rho^2) + \beta$ vrlo je bliska jedinici što ukazuje na efekte duge memorije u seriji. Drugim riječima, šok u današnjem trenutku utječe na dalju budućnost

Krivulja odziva na šok (engl. *news impact curve*)

Predodžba o stupnju asimetričnosti



Usporedba s Brownovim modelom

Ukoliko su prinosi (P_1, \dots, P_T) nezavisne i jednako distribuirane slučajne varijable prikazane pomoću

$$P_t = \mu + \sigma W, \quad \mu \in \mathbb{R}, \sigma > 0$$

pri čemu je $W \sim N(0, 1)$ standardna normalna slučajna varijabla, tada

- Parametar μ označava srednji logaritamski prinos, a σ je volatilnost prinosa

Srednju očekivanu vrijednost i varijancu za dani vremenski niz možemo konzistentno procijeniti pomoću

$$\hat{\mu} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T P_t, \quad \hat{\sigma}^2 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T [P_t - \hat{\mu}]^2,$$

čije su asimptotske varijance σ^2/T i $2\sigma^4/T$ respektivno.

Prema podacima slijedi

$$\hat{\mu} = -1.96838 \cdot 10^{-5} (6.60515 \cdot 10^{-5})$$

$$\hat{\sigma}^2 = 5.65855 \cdot 10^{-6} (2.22203 \cdot 10^{-7})$$

iz čega proizlazi da je procjena dnevne volatilnosti konstantna i iznosi $\hat{\sigma} = \sqrt{\hat{\sigma}^2} = 0.0023788$.

- parameter μ nije statistički signifikantan (t statistika iznosi -0.298) stoga ga zanemarujemo u daljnjoj analizi

- Jedna od ključnih prednosti (N)GARCH modela za menadžment rizika je procjena varijance za jedan dan unaprijed, $E_t[\sigma_{t+1}^2]$, na osnovi informacija dostupnih u trenutku t
- procjena varijance je direktno dana modelom kao σ_{t+1}^2
- Uvjeti modela osiguravaju stacionarnost procesa uvjetne varijance (σ_t^2) te stoga možemo definirati bezuvjetnu varijancu kao

$$\sigma^2 \equiv E[\sigma_{t+1}^2] = \frac{\omega}{1 - \alpha(1 + \rho^2) - \beta}$$

- Jedna od ključnih prednosti (N)GARCH modela za menadžment rizika je procjena varijance za jedan dan unaprijed, $E_t[\sigma_{t+1}^2]$, na osnovi informacija dostupnih u trenutku t
- procjena varijance je direktno dana modelom kao σ_{t+1}^2
- Uvjeti modela osiguravaju stacionarnost procesa uvjetne varijance (σ_t^2) te stoga možemo definirati bezuvjetnu varijancu kao

$$\sigma^2 \equiv E[\sigma_{t+1}^2] = \frac{\omega}{1 - \alpha(1 + \rho^2) - \beta}$$

- Jedna od ključnih prednosti (N)GARCH modela za menadžment rizika je procjena varijance za jedan dan unaprijed, $E_t[\sigma_{t+1}^2]$, na osnovi informacija dostupnih u trenutku t
- procjena varijance je direktno dana modelom kao σ_{t+1}^2
- Uvjeti modela osiguravaju stacionarnost procesa uvjetne varijance (σ_t^2) te stoga možemo definirati bezuvjetnu varijancu kao

$$\sigma^2 \equiv E[\sigma_{t+1}^2] = \frac{\omega}{1 - \alpha(1 + \rho^2) - \beta}$$

Ukoliko promatramo procjenu varijance dnevnog prinosa za k perioda unaprijed, rekurzivnom primjenom specifikacije asimetričnog GARCH modela slijedi

$$E_t[\sigma_{t+k}^2] = \sigma^2 + [\alpha(1 + \rho^2) + \beta]^{k-1}(\sigma_{t+1}^2 - \sigma^2),$$

pri čemu σ^2 označava bezuvjetnu varijancu.

- $E_t[\sigma_{t+k}^2]$ označava očekivanu vrijednost buduće varijance za horizont k
- Izraz $\alpha(1 + \rho^2) + \beta$ zovemo **ustrajnost modela**

Ustrajnost šokova

- ukoliko je vrijednost $\alpha(1 + \rho^2) + \beta$ blizu 1 tada šokovi na tržištu koji udaljavaju varijancu od njezine bezuvjetne, stacionarne vrijednosti će ustrajati kroz dugo vrijeme ($k \rightarrow \infty$). U tom slučaju kažemo da vremenski niz ima **dugu memoriju**
- S druge strane, male vrijednosti izraza $\alpha(1 + \rho^2) + \beta$ ukazuju da se šokovi u prinosima brže guše u vremenu.

Ustrajnost šokova

- ukoliko je vrijednost $\alpha(1 + \rho^2) + \beta$ blizu 1 tada šokovi na tržištu koji udaljavaju varijancu od njezine bezuvjetne, stacionarne vrijednosti će ustrajati kroz dugo vrijeme ($k \rightarrow \infty$). U tom slučaju kažemo da vremenski niz ima **dugu memoriju**
- S druge strane, male vrijednosti izraza $\alpha(1 + \rho^2) + \beta$ ukazuju da se šokovi u prinosima brže guše u vremenu.

Ukoliko procjenu rizika analiziramo u vidu jednodnevne procjene volatilnosti, tada se to može učiniti na dva načina:

- za procjenu volatilnosti tečaja koristimo vrijednost $\hat{\sigma} = 0.0023788$.
- za procjenu volatilnosti tečaja koristimo procjenu dobivenu NGARCH modelom koristeći procijenjene parametre

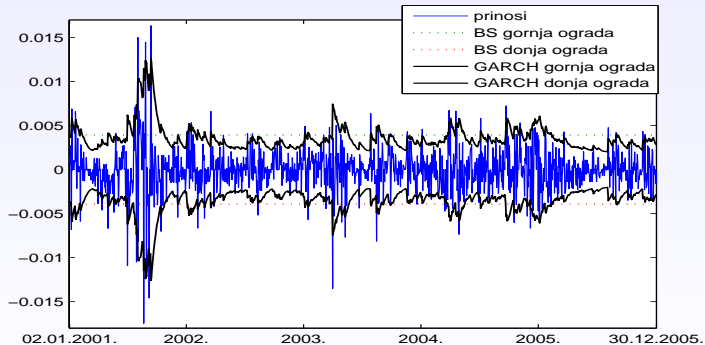
Graf prikazuje interval od 1.65σ u cilju dobivanja intervala unutar kojeg se očekuje apsolutna vrijednost prinosa u sljedećem danu uz pouzdanost od 95%. Često se ta vrijednost označava kao VaR (engl. *Value at Risk*).

Ukoliko procjenu rizika analiziramo u vidu jednodnevne procjene volatilnosti, tada se to može učiniti na dva načina:

- za procjenu volatilnosti tečaja koristimo vrijednost $\hat{\sigma} = 0.0023788$.
- za procjenu volatilnosti tečaja koristimo procjenu dobivenu NGARCH modelom koristeći procijenjene parametre

Graf prikazuje interval od 1.65σ u cilju dobivanja intervala unutar kojeg se očekuje apsolutna vrijednost prinosa u sljedećem danu uz pouzdanost od 95%. Često se ta vrijednost označava kao VaR (engl. *Value at Risk*).

NGARCH model je u stanju preciznije procjeniti rizik budući da se radi o modelu uvjetne heteroskedastičnosti



- Iz grafa je vidljivo da u periodima mirnijih zbivanja na tržištu NGARCH model daje niže i prikladnije procjene volatilnosti za razliku od Brownovog modela
- Konstantna volatilnost Brownovog modela je znatno veća budući da je opterećena periodima intenzivnih promjena, odnosno velikih volatilnosti, na tržištu (npr. 2001) pa daje preveliku volatilnost u mirnijim područjima

- Iz grafa je vidljivo da u periodima mirnijih zbivanja na tržištu NGARCH model daje niže i prikladnije procjene volatilnosti za razliku od Brownovog modela
- Konstantna volatilnost Brownovog modela je znatno veća budući da je opterećena periodima intenzivnih promjena, odnosno velikih volatilnosti, na tržištu (npr. 2001) pa daje preveliku volatilnost u mirnijim područjima

Outline

- 1 Pregled današnjeg izlaganja
- 2 Vrijednosnice na hrvatskom tržištu: Stilizirane činjenice financijskih podataka
- 3 Nelinearni u očekivanju asimetrični GARCH model
- 4 Ekonometrijska procjena modela
 - Metoda maksimalne vjerodostojnosti
- 5 Procjena rizika**
 - **VaR (Value at risk)**
- 6 Financijski derivati

- VaR je jednostavna mjera rizika koja odgovara na pitanje: Kolika je vrijednost najvećeg (novčanog) gubitka koja će u sljedećih K dana trgovanja biti premašena $p \times 100$ % puta?

$$P(\$Gubitka > \$VaR) = p$$

- ukoliko definiramo VaR u odnosu na trenutnu vrijednost portfelja kao

$$VaR = \frac{\$VaR}{VPF}$$

tada imamo

$$P(P_{PF} < -VaR) = p$$

- VaR je jednostavna mjera rizika koja odgovara na pitanje: Kolika je vrijednost najvećeg (novčanog) gubitka koja će u sljedećih K dana trgovanja biti premašena $p \times 100$ % puta?

$$P(\$Gubitka > \$VaR) = p$$

- ukoliko definiram VaR u odnosu na trenutnu vrijednost *portfelja* kao

$$VaR = \frac{\$VaR}{VPF}$$

tada imamo

$$P(P_{PF} < -VaR) = p$$

Primjer

Ukoliko sa $VaR_{t+1}^{0.01}$ označimo 1% VaR povrata za jedan dan unaprijed, tada je uz pretpostavku da su povrati uvjetno normalno distribuirani očekivanja μ i standardne devijacije σ ,

$$VaR_{t+1}^{0.01} = -\sigma_{t+1} * \Phi_{0.01}^{-1} - \mu$$

- Interpretacija: VaR nam daje broj za koji postoji vjerojatnost 1% gubitka koji je veći od $VaR_{t+1}^{0.01} \times 100\%$ današnje vrijednosti portfelja

- Vrijednost $\Phi_p^{0.01}$ je uvijek negativna za $p < 5\%$
- Jedino što je potrebno za računanje vrijednosti VaR je procjena volatilnosti.
- Budući da je VaR u stanju opisati jedan bitan aspekt rizika, odnosno odgovoriti na pitanje koliko loše mogu krenuti stvari (uz određenu vjerojatnost p) VaR je postao standardni *benchmark* za računanje rizika

- Vrijednost $\Phi_p^{0.01}$ je uvijek negativna za $p < 5\%$
- Jedino što je potrebno za računanje vrijednosti VaR je **procjena volatilnosti**.
- Budući da je VaR u stanju opisati jedan bitan aspekt rizika, odnosno odgovoriti na pitanje koliko loše mogu krenuti stvari (uz određenu vjerojatnost p) VaR je postao standardni *benchmark* za računanje rizika

- Vrijednost $\Phi_p^{0.01}$ je uvijek negativna za $p < 5\%$
- Jedino što je potrebno za računanje vrijednosti VaR je **procjena volatilnosti**.
- Budući da je VaR u stanju opisati jedan bitan aspekt rizika, odnosno odgovoriti na pitanje koliko loše mogu krenuti stvari (uz određenu vjerojatnost p) VaR je postao standardni *benchmark* za računanje rizika

- **Financijski derivati su financijski instrumenti čija isplata ovisi o cijenama drugih financijskih instrumenata.**
- Nakon uređenja sustava za trgovanje na burzi, u skorijoj se budućnosti očekuje trgovanje derivatima koje nije OTC, odnosno over-the-counter tipa (trgovanje se ne odvija preko burze, već je neformalnog tipa)
- od izuzetnog je značaja kvantificirati *pravednu* cijenu takvih instrumenata
- najlikvidniji i najčešće korišteni ugovori su linearni derivati - forwardi na tečaj EUR/HRK ili puno rjeđe na ostale strane valute, zatim tečajni i kamatni swapovi
- tržište nelinearnim derivatima—opcijama—gotovo i ne postoji

- Financijski derivati su financijski instrumenti čija isplata ovisi o cijenama drugih financijskih instrumenata.
- Nakon uređenja sustava za trgovanje na burzi, u skorijoj se budućnosti očekuje trgovanje derivatima koje nije OTC, odnosno over-the-counter tipa (trgovanje se ne odvija preko burze, već je neformalnog tipa)
- od izuzetnog je značaja kvantificirati *pravednu* cijenu takvih instrumenata
- najlikvidniji i najčešće korišteni ugovori su linearni derivati - forwardi na tečaj EUR/HRK ili puno rjeđe na ostale strane valute, zatim tečajni i kamatni swapovi
- tržište nelinearnim derivatima—opcijama—gotovo i ne postoji

- Financijski derivati su financijski instrumenti čija isplata ovisi o cijenama drugih financijskih instrumenata.
- Nakon uređenja sustava za trgovanje na burzi, u skorijoj se budućnosti očekuje trgovanje derivatima koje nije OTC, odnosno over-the-counter tipa (trgovanje se ne odvija preko burze, već je neformalnog tipa)
- od izuzetnog je značaja kvantificirati *pravednu* cijenu takvih instrumenata
- najlikvidniji i najčešće korišteni ugovori su linearni derivati - forwardi na tečaj EUR/HRK ili puno rjeđe na ostale strane valute, zatim tečajni i kamatni swapovi
- tržište nelinearnim derivatima—opcijama—gotovo i ne postoji

- Financijski derivati su financijski instrumenti čija isplata ovisi o cijenama drugih financijskih instrumenata.
- Nakon uređenja sustava za trgovanje na burzi, u skorijoj se budućnosti očekuje trgovanje derivatima koje nije OTC, odnosno over-the-counter tipa (trgovanje se ne odvija preko burze, već je neformalnog tipa)
- od izuzetnog je značaja kvantificirati *pravednu* cijenu takvih instrumenata
- najlikvidniji i najčešće korišteni ugovori su linearni derivati - forwardi na tečaj EUR/HRK ili puno rjeđe na ostale strane valute, zatim tečajni i kamatni swapovi
- tržište nelinearnim derivatima—opcijama—gotovo i ne postoji

- Financijski derivati su financijski instrumenti čija isplata ovisi o cijenama drugih financijskih instrumenata.
- Nakon uređenja sustava za trgovanje na burzi, u skorijoj se budućnosti očekuje trgovanje derivatima koje nije OTC, odnosno over-the-counter tipa (trgovanje se ne odvija preko burze, već je neformalnog tipa)
- od izuzetnog je značaja kvantificirati *pravednu* cijenu takvih instrumenata
- najlikvidniji i najčešće korišteni ugovori su linearni derivati - forwardi na tečaj EUR/HRK ili puno rjeđe na ostale strane valute, zatim tečajni i kamatni swapovi
- tržište nelinearnim derivatima—opcijama—gotovo i ne postoji

- sagledavanje mogućih cijena opcija na vrijednosnice iziskuje prije svega prikladno ekonometrijsko modeliranje kretanja cijena vrijednosnica i njihovih volatilitnosti
- formule za vrednovanje opcija su funkcije nekih ili svih parametara prisutnih u modelu koji opisuje kretanje cijena same vrijednosnice

Bibliography



Duan, J.-C.

The GARCH option pricing model.

Mathematical Finance, 5(1):13–32, 1995.



Duan, J.-C.

Pricing foreign currency and cross currency options under GARCH.

The Journal of Derivatives, 7(1):51–63, 1999.

Bibliography



Duan, J.-C.

The GARCH option pricing model.

Mathematical Finance, 5(1):13–32, 1995.



Duan, J.-C.

Pricing foreign currency and cross currency options under GARCH.

The Journal of Derivatives, 7(1):51–63, 1999.

Bibliography



Duan, J.-C.

The GARCH option pricing model.

Mathematical Finance, 5(1):13–32, 1995.



Duan, J.-C.

Pricing foreign currency and cross currency options under GARCH.

The Journal of Derivatives, 7(1):51–63, 1999.