MINISTARSTVO ZNANOSTI, OBRAZOVANJA I ŠPORTA REPUBLIKE HRVATSKE
AGENCIJA ZA ODGOJ I OBRAZOVANJE
HRVATSKO MATEMATIČKO DRUŠTVO

DRŽAVNO NATJECANJE
IZ MATEMATIKE
Šibenik, 2.travnja-4.travnja 2014.

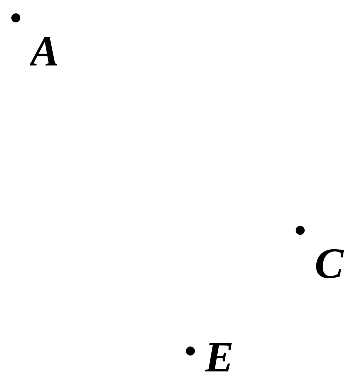
5. razred-osnovna škola

1. Maja je krenula od kuće brojeći korake. Najprije je koračala 10 koraka naprijed pa 3 koraka natrag, 10 koraka naprijed i 2 koraka natrag, 10 koraka naprijed i 1 korak natrag. Taj postupak Maja ponavlja pri koračanju. Koliko koraka Maja mora učiniti da bi se od kuće udaljila 2014 koraka?

2. Prirodni brojevi od 1 do 2014 napisani su jedan iza drugoga u nizu: 123456789101112 … 20132014. Koja se znamenka nalazi točno u sredini toga niza?

3. Odredi troznamenkasti broj $\overline{abc}$ ako vrijedi $\overline{ab}\cdot\overline{cc}\cdot\overline{abc}=\overline{abcabc}$.

4. Zadane su točke *A* i *C*, koje su vrhovi kvadrata *ABCD*, te pravac *p* i točka *E* na njemu. Konstruiraj kvadrat *ABCD* te nacrtaj kvadrat *A'B'C'D'* osnosimetričan kvadratu *ABCD* s obzirom na pravac *p* koji prolazi vrhom *D'* kvadrata *A'B'C'D'* i točkom *E*.



5. Iz grada A krenuo je prema gradu B automobil koji za 10 minuta prijeđe 12 km. Istovremeno krenuo je iz grada B prema gradu A kamion koji za 12 minuta prijeđe 10 km. Koliko kilometara će biti udaljeni automobil i kamion nakon 2 sata i 30 minuta vožnje ako je udaljenost gradova A i B 300 km?

Svaki se zadatak boduje s 10 bodova.
Nije dopuštena uporaba džepnog računala niti bilo kakvih priručnika.

MINISTARSTVO ZNANOSTI, OBRAZOVANJA I ŠPORTA REPUBLIKE HRVATSKE
AGENCIJA ZA ODGOJ I OBRAZOVANJE
HRVATSKO MATEMATIČKO DRUŠTVO

DRŽAVNO NATJECANJE
IZ MATEMATIKE
Šibenik, 2.travnja-4.travnja 2014.

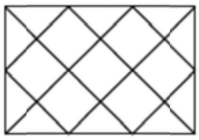
6. razred-osnovna škola

1. U kutiji A ima dva puta više klikera nego u kutiji B. Ako bi se jedna četvrtina klikera iz A i jedna trećina klikera iz B premjestilo u kutiju C, onda bi u njoj bilo 180 klikera što je za jednu petinu više nego što ih je bilo prije premještanja. Koliko klikera ima u kutiji A?

2. Razlomak $\frac{93}{91}$ prikaži kao zbroj dva pozitivna razlomka čiji su nazivnici 7 i 13.

3. Dokaži da među bilo kojih šest prirodnih brojeva postoje dva broja čija je razlika djeljiva s 5.

4. Na slici je pod u obliku pravokutnika dimenzija 2 m × 3 m, koji je popločen sa 7 kvadratnih i 10 trokutastih pločica.



Ako na isti način pločicama iste veličine trebamo popločiti pod dimenzija 10 m × 20 m, koliko kvadratnih pločica trebamo?

5. U jednakokračnom trokutu ABC visina na krak $\overline{BC}$ i visina na osnovicu $\overline{AB}$ sijeku se u točki E tako da je $|CE| = |AB|$. Odredi veličine unutarnjih kutova trokuta ABC.

Svaki se zadatak boduje s 10 bodova.
Nije dopuštena uporaba džepnog računala niti bilo kakvih priručnika.

MINISTARSTVO ZNANOSTI, OBRAZOVANJA I ŠPORTA REPUBLIKE HRVATSKE
AGENCIJA ZA ODGOJ I OBRAZOVANJE
HRVATSKO MATEMATIČKO DRUŠTVO

DRŽAVNO NATJECANJE
IZ MATEMATIKE
Šibenik, 2.travnja-4.travnja 2014.

7. razred-osnovna škola

1. Zbroj triju razlomaka je $\frac{65}{72}$, pri čemu se njihovi brojnici odnose kao $1 : 3 : 5$. Nazivnik prvog razlomka se prema nazivniku drugog odnosi kao $1 : 2$, a nazivnik drugog prema nazivniku trećeg kao $4 : 9$. Odredi te razlomke ako su do kraja skraćeni.

2. Nogometna liga ima više od 20, a manje od 30 nogometnih klubova. Svaki klub sa svakim drugim odigra tijekom jedne sezone dvije utakmice, jednu kod kuće i jednu u gostima. Koliko je bilo neriješenih utakmica tijekom sezone ako se zna da je 15% utakmica završilo neriješenim rezultatom?

3. Zadan je jednakostranični trokut ABC. Na produžetku stranice $\overline{AB}$ preko vrha B odabrana je točka D, a na produžetku stranice $\overline{CB}$ preko vrha B odabrana je točka E tako da je $|CD| = |DE|$. Dokaži da je $|AD| = |BE|$.

4. Ivan je u vrećicu stavio četiri kartice na kojima su zapisane duljine. Na prvoj kartici piše 1 dm, na drugoj 2 dm, na trećoj 30 cm, a na četvrtoj 4 dm. Ivan izvlači karticu bez gledanja, zapiše duljinu, a karticu vrati natrag u vreću. Ponovno izvuče novu karticu, zapiše duljinu, a karticu ponovno vrati natrag u vreću. Na kraju, i treći put izvuče karticu i zapiše duljinu. Kolika je vjerojatnost da te tri zapisane duljine ne mogu biti duljine stranica nekog trokuta?

5. Zadan je pravilan šesterokut $ABCDEF$ kome je S središte opisane kružnice. Točka M polovište je dužine $\overline{BS}$, a točka N polovište je dužine $\overline{DE}$. Dokaži da je $\triangle NFM$ jednakostraničan.

Svaki se zadatak boduje s 10 bodova.
Nije dopuštena uporaba džepnog računala niti bilo kakvih priručnika.

MINISTARSTVO ZNANOSTI, OBRAZOVANJA I ŠPORTA REPUBLIKE HRVATSKE
AGENCIJA ZA ODGOJ I OBRAZOVANJE
HRVATSKO MATEMATIČKO DRUŠTVO

DRŽAVNO NATJECANJE
IZ MATEMATIKE
Šibenik, 2.travnja-4.travnja 2014.

8. razred-osnovna škola

1. Ako je $x=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$ i $y=\frac{(a+c-b)(a+b-c)}{(a+b+c)(b+c-a)}$, dokaži da je $(x+1)(y+1)=2$.

2. Od svih troznamenkastih prirodnih brojeva odredi onaj koji, kada se podijeli zbrojem svojih znamenaka, daje najveći rezultat.

3. Na šahovskom turniru sudjelovala su dva igrača iz grada A i nekoliko igrača iz grada B. Svaka dva igrača (bez obzira jesu li iz istog grada ili nisu) međusobno su odigrala točno jednu partiju. Igrači iz grada A zajedno su osvojili 8 bodova, a svaki je igrač iz grada B osvojio jednak broj bodova (U partiji šaha pobjednik dobiva 1 bod, gubitnik 0 bodova, a ako partija završi neriješeno, onda svaki igrač dobiva po pola boda). Koliko je igrača iz grada B moglo sudjelovati na turniru?

4. Stranice pravokutnika $ABCD$ duge su $|AB| = 3\sqrt{3}$ cm i $|BC| = 3$ cm. Neka je točka E sjecište simetrale kuta $\sphericalangle CAD$ i stranice $\overline{CD}$. Izračunaj površinu trokuta ACE.

5. Neka su r_1 i r_2 polumjeri opisane kružnice trokuta $\Delta A_1B_1C_1$ odnosno $\Delta A_2B_2C_2$ i neka je $r_1>r_2$. Ako je $\Delta A_1B_1C_1 \sim \Delta A_2B_2C_2$ s koeficijentom sličnosti $k=\frac{|A_2B_2|}{|A_1B_1|}$, onda je $\frac{r_2}{r_1}=k$. Dokaži.

Svaki se zadatak boduje s 10 bodova.
Nije dopuštena uporaba džepnog računala niti bilo kakvih priručnika.