Modelianje preferencija investitora na hrvatskom tržištu kapitala: tržišna cijena rizika volatilnosti

Petra Posedel
Katedra za matematiku i statistiku
Zagrebačka škola ekonomije i managementa

Inženjerska sekcija Hrvtaskog matematičkog društva
PMF-Matematički odsjek
Zagreb, 10.4.2014.

Outline

Outline

Outline

Outline

1. Tržišna cijena rizika volatilnosti
2. Nelinearni u očekivanju asimetrični GARCH model
3. Ekonometrijska procjena modela
4. Zaključci i daljnje smjernice

Empirijska istraživanja pokazuju da:

- potreba za modeliranjem drugog momenta vremenske serije odnosno **volatilnosti**
- volatilnost prinosa vremenskih nizova za većinu financijskih instrumenata nije konstantna
- **efekt poluge**(engl. leverage effect)
- odluka investitora o ulaganju ovisi o njegovim preferencijama prema *riziku volatilnosti*, odnosno prema riziku značajnih odstupanja cijene financijskog instrumenta od njegove prosječne vrijednosti

Empirijska istraživanja pokazuju da:

- potreba za modeliranjem drugog momenta vremenske serije odnosno **volatilnosti**
- volatilnost prinosa vremenskih nizova za većinu financijskih instrumenata nije konstantna
- **efekt poluge**(engl. leverage effect)
- odluka investitora o ulaganju ovisi o njegovim preferencijama prema *riziku volatilnosti*, odnosno prema riziku značajnih odstupanja cijene financijskog instrumenta od njegove prosječne vrijednosti

Empirijska istraživanja pokazuju da:

- potreba za modeliranjem drugog momenta vremenske serije odnosno **volatilnosti**
- volatilnost prinosa vremenskih nizova za većinu financijskih instrumenata nije konstantna
- **efekt poluge**(engl. leverage effect)
- odluka investitora o ulaganju ovisi o njegovim preferencijama prema *riziku volatilnosti*, odnosno prema riziku značajnih odstupanja cijene financijskog instrumenta od njegove prosječne vrijednosti

Poveznica volatilnosti dioničkog tržišta i poslovnog ciklusa

- Tržište zahtjeva premije za rizike kako bi se nosilo sa rizikom od fluktuacija u volatilnosti financijskog instrumenta od interesa (dionice, npr.)
- Razina i fluktuacije volatilnosti dioničkog tržišta su uvelike objašnjene faktorima poslovnog ciklusa
- svejedno, neki neopaženi faktori doprinose oko 20% sveukupnoj varijaciji u volatilnosti
- Paralelno tome, takav neopaženi faktor ne može objasniti uspone i padove volatilnosti kroz vrijeme - *volatilnost volatilnosti*

Dakle, volatilnost volatilnosti je povezana sa poslovnim ciklusom

Premije za rizik volatilnosti su:

- strogo *kontraciklične*, odnosno suprotnog smjera od ekonomskog trenda, čak više od volatilnosti samih dionica
- djelomično odgovorne za velike promjene u indeksu volatilnosti koje su se dogodile tokom 2007-2009

Premija za rizik volatilnosti odnosno *investitorova averzija prema riziku*

Postavlja se pitanje *koliko su investitori spremni platiti kako bi se zaštitili od budućih porasta volatilnosti prinosa na osnovni instrument*

Tu cijenu nazivamo tržišnom cijenom rizika volatilnosti

- ujedno predstavlja i cijenu rizika koji proizlazi iz držanja opcije(...)

Na svjetskim tržištima provedeno je više istraživanja na temu određivanja tržišne cijene rizika volatilnosti

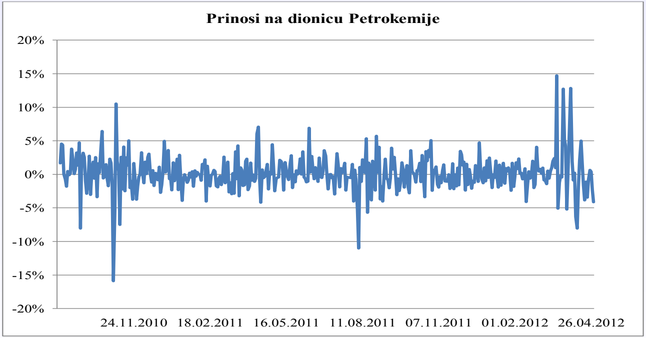
Rezultati ovise o pristupu za utvrđivanje tržišne cijene rizika volatilnosti i njeno vrednovanje

- promatraju se razlike između implicitne volatilnosti dobivene iz cijena opcija (VIX indeks) i volatilnosti opažene na tržištu
- utjecaj makroekonomskih faktora

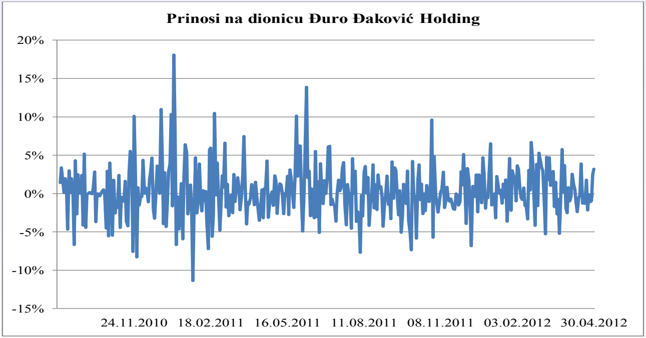
Relevantne veličine za investitore su prinosi te se u tu svrhu za modeliranje financijskih vrmenskih nizova koriste *logaritamski povrati/prinosi*, odnosno razlike logaritama zaključnih cijena C_t pristignutih u periodu jednog dana,

$$P_{t+1} = \ln(C_{t+1}) - \ln(C_t)$$

Dnevni log-povrati na dionicu PTKM: 30.8.2010.-30.4.2012.



Dnevni log-povrati na dionicu DDH:30.8.2010.-30.4.2012.



Može se odmah primijetiti da se pojedina razdoblja međusobno razlikuju po volatilnosti prinosa

- dane visoke (niske) volatilnosti na tržištu obično prate dani visoke (niske) volatilnosti, svojstvo poznato kao *grupiranje*
- za vrijeme *stresnih perioda* na tržištu (političke promjene, ekonomske krize, objave makroekonomskih podata, objava poslovanja poduzeća, iznenadna promjena kreditnog rejtinga...) financijske serije obično jako fluktuiraju, odnosno volatilnost serije mijenja se kroz vrijeme.

Može se odmah primijetiti da se pojedina razdoblja međusobno razlikuju po volatilnosti prinosa

- dane visoke (niske) volatilnosti na tržištu obično prate dani visoke (niske) volatilnosti, svojstvo poznato kao *grupiranje*
- za vrijeme *stresnih perioda* na tržištu (političke promjene, ekonomske krize, objave makroekonomskih podata, objava poslovanja poduzeća, iznenadna promjena kreditnog rejtinga...) financijske serije obično jako fluktuiraju, odnosno volatilnost serije mijenja se kroz vrijeme.

Kako modelirati prinose i volatilnosti prinosa?

Modeli stohastičke volatilnosti

sastoje se od dvije stohastičke diferencijalne jednadžbe, od kojih jedna modelira kretanje prinosa na dionicu, a druga kretanje varijance

- Postoje dva izvora slučajnosti; u takvim modelima tržište **nije potpuno**
- Kada bi tržište bilo potpuno, rizik držanja opcije mogao bi se u potpunosti hedgirati formiranjem dinamičkog porfelja koji se sastoji od pozicije u dionici na koju je pisana ta opcija i pozicije u novcu
- tržišna cijena rizika volatilnosti bila bi jednaka nuli

Nepotpunost tržišta u modelima SV

Posljedica toga što ne postoji financijski instrument koji možemo koristiti za zaštitu od rizika volatilnosti

Vrednovanje opcija ovisi o preferencijama investitora prema riziku volatilnosti pa je samim time potrebno odrediti **tržišnu cijenu rizika volatilnosti**

Financijske izvedenice i modeli SV

Neka empirijska istraživanja pokazala su da modeli SV koji omogućuju tržišnu cijenu rizika volatilnosti različitu od nule bolje vrednuju opcije od ostalih modela

Empirijski je pokazano da je tržišna cijena rizika volatilnosti različita od nule te da se **mijenja s vremenom**

Negrea (2008) je za vrednovanje tržišne cijene rizika volatilnosti koristio funkciju korisnosti i ustanovio da se u periodu od 2006 do kraja 2007 tržišna cijena rizika volatilnosti za CAC 40 indeks kretala u intervalu od 2-5%

Kakva je situacija na hrvatskom tržištu kapitala?

- U Hrvatskoj se trenutno ne trguje opcijama, stoga nismo u mogućnosti primijeniti iste modele
- Prema Duanu (1995), za pravedno vrednovanje opcija koristimo diskretni model koji se sastoji od dvije jednadžbe:
  - pomoću jedne modeliramo kretanje prinosa
  - pomoću druge kretanje volatilnosti za što možemo koristiti GARCH ili NGARCH procese
- takav model *konvergira* prema dvodimenzijalnom neprekidnom procesu koji sadrži tržišnu cijenu rizika volatilnosti i koji zadovoljava model SV
- Za implementaciju tog modela nisu potrebne cijene opcija, već samo **cijene osnovnog instrumenta**

Kakva je situacija na hrvatskom tržištu kapitala?

- U Hrvatskoj se trenutno ne trguje opcijama, stoga nismo u mogućnosti primijeniti iste modele
- Prema Duanu (1995), za pravedno vrednovanje opcija koristimo diskretni model koji se sastoji od dvije jednadžbe:
  - pomoću jedne modeliramo kretanje prinosa
  - pomoću druge kretanje volatilnosti za što možemo koristiti GARCH ili NGARCH procese
- takav model *konvergira* prema dvodimenzijalnom neprekidnom procesu koji sadrži tržišnu cijenu rizika volatilnosti i koji zadovoljava model SV
- Za implementaciju tog modela nisu potrebne cijene opcija, već samo **cijene osnovnog instrumenta**

Kakva je situacija na hrvatskom tržištu kapitala?

- U Hrvatskoj se trenutno ne trguje opcijama, stoga nismo u mogućnosti primijeniti iste modele
- Prema Duanu (1995), za pravedno vrednovanje opcija koristimo diskretni model koji se sastoji od dvije jednadžbe:
    - pomoću jedne modeliramo kretanje prinosa
    - pomoću druge kretanje volatilnosti za što možemo koristiti GARCH ili NGARCH procese
- takav model *konvergira* prema dvodimenzijalnom neprekidnom procesu koji sadrži tržišnu cijenu rizika volatilnosti i koji zadovoljava model SV
- Za implementaciju tog modela nisu potrebne cijene opcija, već samo **cijene osnovnog instrumenta**

Kakva je situacija na hrvatskom tržištu kapitala?

- U Hrvatskoj se trenutno ne trguje opcijama, stoga nismo u mogućnosti primijeniti iste modele
- Prema Duanu (1995), za pravedno vrednovanje opcija koristimo diskretni model koji se sastoji od dvije jednadžbe:
  - pomoću jedne modeliramo kretanje prinosa
  - pomoću druge kretanje volatilnosti za što možemo koristiti GARCH ili NGARCH procese
- takav model *konvergira* prema dvodimenzijalnom neprekidnom procesu koji sadrži tržišnu cijenu rizika volatilnosti i koji zadovoljava model SV
- Za implementaciju tog modela nisu potrebne cijene opcija, već samo **cijene osnovnog instrumenta**

Prednosti korištenja diskretnih modela u praksi

- Za modeliranje tržišne cijene rizika volatilnosti u ovoj se analizi koristi modifikacija Duanovog modela u kojem se koristi NGARCH(1,1) proces
- Modifikacija će nam omogućiti računanje tržišne cijene rizika volatilnosti u zatvorenoj formi, odnosno korištenjem eksplicitne formule
- Naime, u većini modela SV ne postoji eksplicitna formula za računanje tržišne cijene rizika volatilnosti, već je moramo procijeniti iz podataka zajedno s ostalim parametrima modela

Prednosti korištenja diskretnih modela u praksi

- Za modeliranje tržišne cijene rizika volatilnosti u ovoj se analizi koristi modifikacija Duanovog modela u kojem se koristi NGARCH(1,1) proces
- Modifikacija će nam omogućiti računanje tržišne cijene rizika volatilnosti u zatvorenoj formi, odnosno korištenjem eksplicitne formule
- Naime, u većini modela SV ne postoji eksplicitna formula za računanje tržišne cijene rizika volatilnosti, već je moramo procijeniti iz podataka zajedno s ostalim parametrima modela

Prednosti korištenja diskretnih modela u praksi

- Za modeliranje tržišne cijene rizika volatilnosti u ovoj se analizi koristi modifikacija Duanovog modela u kojem se koristi NGARCH(1,1) proces
- Modifikacija će nam omogućiti računanje tržišne cijene rizika volatilnosti u zatvorenoj formi, odnosno korištenjem eksplicitne formule
- Naime, u većini modela SV ne postoji eksplicitna formula za računanje tržišne cijene rizika volatilnosti, već je moramo procijeniti iz podataka zajedno s ostalim parametrima modela

Modeliranje prinosa P_t i varijance dionica σ_t^2 pomoću NGARCH modela

- označimo sa C_t **cijenu dionice** u trenutku t,
- dinamika vremenskog niza **dnevnih prinosa** P_t opisana je nelinearnim u očekivanju, asimetričnim GARCH(1, 1) (Generalizirani AutoRegresivni Heteroskedastični) modelom (Engle and Ng (1993)):

$$P_{t+1} \equiv \ln\left(\frac{C_{t+1}}{C_t}\right) = r + \Lambda\sigma_{t+1} - \frac{1}{2}\sigma_{t+1}^2 + \sigma_{t+1}Z_{t+1}, \qquad (1)$$

NGARCH model varijance

$$\sigma_{t+1}^2 = \omega_0 + \alpha(\sigma_t Z_t - c\sigma_t)^2 + \beta\sigma_t^2, \tag{2}$$

pri čemu su Z_t nezavisne i jednako distribuirane normalne slučajne varijable, $N(0,1)$, te vrijedi

$$\omega_0 > 0, \qquad \alpha \geq 0, \qquad \beta \geq 0 \qquad \text{i} \qquad \alpha(1+c^2) + \beta < 1 \tag{3}$$

kako bi se osigurala **nenegativnost i stacionarnost** procesa varijance σ_t^2.

- varijable r označava konstantnu jednoperiodnu, nerizičnu, kamatnu stopu
- λ je konstantna premija za rizik (engl. *risk premium*), odnosno nagrada za ulaganje rizičnu vrijednosnicu
- parametar asimetričnosti c opisuje **korelaciju između prinosa i varijance**

- varijable *r* označava konstantnu jednoperiodnu, nerizičnu, kamatnu stopu
- λ je konstantna premija za rizik (engl. *risk premium*), odnosno nagrada za ulaganje rizičnu vrijednosnicu
- parametar asimetričnosti *c* opisuje **korelaciju između prinosa i varijance**

- varijable *r* označava konstantnu jednoperiodnu, nerizičnu, kamatnu stopu
- λ je konstantna premija za rizik (engl. *risk premium*), odnosno nagrada za ulaganje rizičnu vrijednosnicu
- parametar asimetričnosti *c* opisuje **korelaciju između prinosa i varijance**

- u slučaju analize prinosa dionica, pozitivna vrijednost parametra c reflektira poznati empirijski fenomen tzv. *efekta poluge* (engl. leverage) koji ukazuje da negativni prinosi povećavaju buduću volatilnost u puno većoj mjeri nego oni pozitivni istog iznosa
- procjena sutrašnje volatilnosti poznata je na kraju današnjeg dana t, što nije moguće u neprekidnim modelima SV

- u slučaju analize prinosa dionica, pozitivna vrijednost parametra c reflektira poznati empirijski fenomen tzv. *efekta poluge* (engl. leverage) koji ukazuje da negativni prinosi povećavaju buduću volatilnost u puno većoj mjeri nego oni pozitivni istog iznosa
- procjena sutrašnje volatilnosti poznata je na kraju današnjeg dana t, što nije moguće u neprekidnim modelima SV

- Model ćemo modificirati u skladu sa Javeri (2005) tako da umjesto konstantnog parametra Λ uzimamo **Sharpeov omjer** definiran sa

$$\Lambda_t = \frac{\mu - r}{\sigma_t} \tag{4}$$

gdje je μ očekivani prinos na dionicu
- Sharpeov omjer je mjera za tržišnu cijenu rizika za dionicu
- Ideja Sharpeovog omjera je vidjeti koliko dodatnog prinosa na rizičnu imovinu, u odnosu na nerizičnu, ostvaruje investitor izlažući se dodatnoj volatilnosti
- veća vrijednost Sharpeovog omjera, bolja investicija za investitora.

- Model ćemo modificirati u skladu sa Javeri (2005) tako da umjesto konstantnog parametra Λ uzimamo **Sharpeov omjer** definiran sa

$$\Lambda_t = \frac{\mu - r}{\sigma_t} \tag{4}$$

  gdje je μ očekivani prinos na dionicu
- Sharpeov omjer je mjera za tržišnu cijenu rizika za dionicu
- Ideja Sharpeovog omjera je vidjeti koliko dodatnog prinosa na rizičnu imovinu, u odnosu na nerizičnu, ostvaruje investitor izlažući se dodatnoj volatilnosti
- veća vrijednost Sharpeovog omjera, bolja investicija za investitora.

- Model ćemo modificirati u skladu sa Javeri (2005) tako da umjesto konstantnog parametra Λ uzimamo **Sharpeov omjer** definiran sa

$$\Lambda_t = \frac{\mu - r}{\sigma_t} \tag{4}$$

  gdje je μ očekivani prinos na dionicu
- Sharpeov omjer je mjera za tržišnu cijenu rizika za dionicu
- Ideja Sharpeovog omjera je vidjeti koliko dodatnog prinosa na rizičnu imovinu, u odnosu na nerizičnu, ostvaruje investitor izlažući se dodatnoj volatilnosti
- veća vrijednost Sharpeovog omjera, bolja investicija za investitora.

- Model ćemo modificirati u skladu sa Javeri (2005) tako da umjesto konstantnog parametra Λ uzimamo **Sharpeov omjer** definiran sa
$$\Lambda_t = \frac{\mu - r}{\sigma_t} \tag{4}$$
gdje je μ očekivani prinos na dionicu
- Sharpeov omjer je mjera za tržišnu cijenu rizika za dionicu
- Ideja Sharpeovog omjera je vidjeti koliko dodatnog prinosa na rizičnu imovinu, u odnosu na nerizičnu, ostvaruje investitor izlažući se dodatnoj volatilnosti
- veća vrijednost Sharpeovog omjera, bolja investicija za investitora.

Modificirani NGARCH model varijance

$$P_{t+1} = (r - \frac{1}{2}\sigma_{t+1}^2) + \sigma_{t+1}\tilde{Z}_{t+1}, \tag{5}$$

$$\sigma_{t+1}^2 = \omega_0 + \alpha\sigma_t^2(\tilde{Z}_t - c - \Lambda_t)^2 + \beta\sigma_t^2, \tag{6}$$

pri čemu je $\tilde{Z}_t = Z_t + \Lambda_t$.

U ovakvom je modelu proces volatilnosti deterministički jer **isti izvor slučajnosti** utječe na prinose i na varijancu.

Tržišna cijena rizika volatilnosti

Tržišna cijena rizika volatilnosti dana je s

$$\lambda_t = -\Lambda_t \frac{2c}{\sqrt{2+4c^2}}. \tag{7}$$

- Tržišna cijena rizika volatilnosti mijenja se s vremenom
- Na likvidnim svjetskim tržištima parametar c je obično negativan, dok su očekivani prinosi na dionice u većini slučajeva veći od bezrizične kamatne stope.
- λ_t je u tom slučaju pozitivan proces, što je u skladu s rezultatom koji vrijedi za općenitu klasu modela SV

Kako investitor gleda na tržišnu cijenau rizika volatilnosti?

- Za $c < 0$ negativni prinosi povećavaju buduću volatilnost u većoj mjeri nego pozitivni istog iznosa
- plaćanjem tržišne cijene rizika volatinosti investitor se nastoji zaštititi upravo od negativnih prinosa, odnosno od porasta volatilnosti

Primjena na hrvatskom tržištu kapitala

Koristeći NGARCH model želimo:

- procijeniti parametre modela
- analizirati empirijsku distribuciju vremenskog niza vrijednosnice
- odrediti tržišnu cijenu rizika volatilnosti

Primjena na hrvatskom tržištu kapitala

Koristeći NGARCH model želimo:

- procijeniti parametre modela
- analizirati empirijsku distribuciju vremenskog niza vrijednosnice
- odrediti tržišnu cijenu rizika volatilnosti

Primjena na hrvatskom tržištu kapitala

Koristeći NGARCH model želimo:

- procijeniti parametre modela
- analizirati empirijsku distribuciju vremenskog niza vrijednosnice
- odrediti tržišnu cijenu rizika volatilnosti

Procjena parametara modela

- Budući da je uvjetna varijanca σ_{t+1}^2 varijabla koju ne možemo opaziti, potrebno ju je implicitno procijeniti s ostalim parametrima modela, $\omega_0, \alpha, \beta, c, \mu$
- za procjenu parametara koristimo metodu maksimalne vjerodostojnosti
- Za ekonometrijsku analizu iskorišteno je $T = 420$ dnevnih prinosa dionica u razdoblju od 30.08.2010. do 30.04.2012.
- Prosječna bezrizična kamatna stopa na godišnjoj razini za promatrani period iznosila je 4.168%

Funkcija log-vjerodostojnosti

Prema pretpostavci (Z_t) je niz nezavisnih jednako distribuiranih slučajnih varijabli takvih da $Z_t \sim N(0,1)$ pa je funkcija log-vjerodostojnosti oblika

$$L_T = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\left[-\frac{1}{2}\ln(2\pi) - \frac{1}{2}\ln(\sigma_t^2) - \frac{1}{2}\frac{\left(P_t - (r + \Lambda_t\sigma_t - \frac{1}{2}\sigma_t^2)\right)^2}{\sigma_t^2}\right],$$

pri čemu je T broj opaženih podataka.

Označimo sa $\theta = (\omega_0, \alpha, \beta, c, \mu)$ skup nepoznatih parametara

- potrebno je naći onaj vektor parametra θ za koji funkcija L_T postiže maksimalnu vrijednost uz uvjete dane u relaciji stacionarnosti
- maksimizacija funkcije L_T po parametrima modela vrši se pomoću numeričkog algoritma za traženje maksimuma funkcije uz zadane uvjete na parametre

Označimo sa $\theta = (\omega_0, \alpha, \beta, c, \mu)$ skup nepoznatih parametara

- potrebno je naći onaj vektor parametra θ za koji funkcija L_T postiže maksimalnu vrijednost uz uvjete dane u relaciji stacionarnosti
- maksimizacija funkcije L_T po parametrima modela vrši se pomoću numeričkog algoritma za traženje maksimuma funkcije uz zadane uvjete na parametre

Vrijednosti procijenjenih parametara PTKM

Parametar	Vrijednost	Standardna greška	p-vrijednost
$\hat{\omega}_0$	$7.8757 \cdot 10^{-5}$	$1.3071 \cdot 10^{-5}$	0
$\hat{\alpha}$	0.1171	$2.2995 \cdot 10^{-2}$	0
$\hat{\beta}$	0.7241	$3.4502 \cdot 10^{-2}$	0
$\hat{c}$	-0.7015	0.113313	0
$\hat{\mu}$	0.00196	$1.1792 \cdot 10^{-3}$	0.09608
$\hat{\alpha}(1+\hat{c}^2)+\hat{\beta}$	0.8988	-	-

Interpretacija parametara: PTKM

- parametar asimetrije c je negativan
- premija za rizik Λ_t će biti pozitivan proces
- Drugim riječima tržišna cijena rizika volatilnosti bit će, sa stajališta investitora, negativan proces, što znači da bi investitori bili voljni platiti određeni iznos kako bi se zaštitili od budućih promjena u volatilnosti
- procjena vrijednosti $\alpha(1+c^2)+\beta$ vrlo je bliska jedinici što ukazuje na efekte duge memorije u seriji

Interpretacija parametara: PTKM

- parametar asimetrije c je negativan
- premija za rizik Λ_t će biti pozitivan proces
- Drugim riječima tržišna cijena rizika volatilnosti bit će, sa stajališta investitora, negativan proces, što znači da bi investitori bili voljni platiti određeni iznos kako bi se zaštitili od budućih promjena u volatilnosti
- procjena vrijednosti $\alpha(1 + c^2) + \beta$ vrlo je bliska jedinici što ukazuje na efekte duge memorije u seriji

Interpretacija parametara: PTKM

- parametar asimetrije c je negativan
- premija za rizik Λ_t će biti pozitivan proces
- Drugim riječima tržišna cijena rizika volatilnosti bit će, sa stajališta investitora, negativan proces, što znači da bi investitori bili voljni platiti određeni iznos kako bi se zaštitili od budućih promjena u volatilnosti
- procjena vrijednosti $\alpha(1 + c^2) + \beta$ vrlo je bliska jedinici što ukazuje na efekte duge memorije u seriji

Interpretacija parametara: PTKM

- parametar asimetrije c je negativan
- premija za rizik Λ_t će biti pozitivan proces
- Drugim riječima tržišna cijena rizika volatilnosti bit će, sa stajališta investitora, negativan proces, što znači da bi investitori bili voljni platiti određeni iznos kako bi se zaštitili od budućih promjena u volatilnosti
- procjena vrijednosti $\alpha(1 + c^2) + \beta$ vrlo je bliska jedinici što ukazuje na efekte duge memorije u seriji

Vrijednosti procijenjenih parametara DDH

Parametar	Vrijednost	Standardna greška	p-vrijednost
$\hat{\omega}_0$	$1.3945 \cdot 10^{-4}$	$4.1862 \cdot 10^{-5}$	0.0009
$\hat{\alpha}$	0.1151	$3.2376 \cdot 10^{-2}$	0.0004
$\hat{\beta}$	0.7284	$6.0356 \cdot 10^{-2}$	0
$\hat{c}$	-0.5327	0.2381	0.0252
$\hat{\mu}$	0.0027	$1.6102 \cdot 10^{-3}$	0.0937
$\hat{\alpha}(1+\hat{c}^2)+\hat{\beta}$	0.9088	-	-

Interpretacija parametara: DDH

- parametar asimetrije c je negativan
- premija za rizik Λ_t će biti pozitivan proces
- Drugim riječima tržišna cijena rizika volatilnosti bit će, sa stajališta investitora, negativan proces, što znači da bi investitori bili voljni platiti određeni iznos kako bi se zaštitili od budućih promjena u volatilnosti
- procjena vrijednosti $\alpha(1+c^2)+\beta$ vrlo je bliska jedinici što ukazuje na efekte duge memorije u seriji

Interpretacija parametara: DDH

- parametar asimetrije c je negativan
- premija za rizik Λ_t će biti pozitivan proces
- Drugim riječima tržišna cijena rizika volatilnosti bit će, sa stajališta investitora, negativan proces, što znači da bi investitori bili voljni platiti određeni iznos kako bi se zaštitili od budućih promjena u volatilnosti
- procjena vrijednosti $\alpha(1 + c^2) + \beta$ vrlo je bliska jedinici što ukazuje na efekte duge memorije u seriji

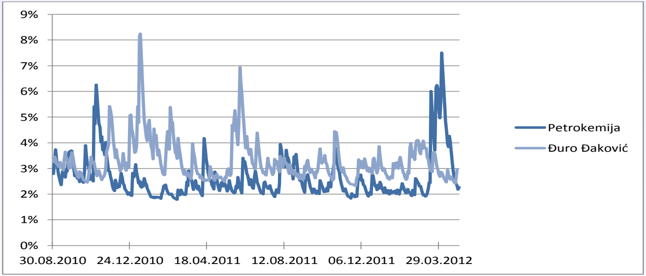
Interpretacija parametara: DDH

- parametar asimetrije c je negativan
- premija za rizik Λ_t će biti pozitivan proces
- Drugim riječima tržišna cijena rizika volatilnosti bit će, sa stajališta investitora, negativan proces, što znači da bi investitori bili voljni platiti određeni iznos kako bi se zaštitili od budućih promjena u volatilnosti
- procjena vrijednosti $\alpha(1 + c^2) + \beta$ vrlo je bliska jedinici što ukazuje na efekte duge memorije u seriji

Interpretacija parametara: DDH

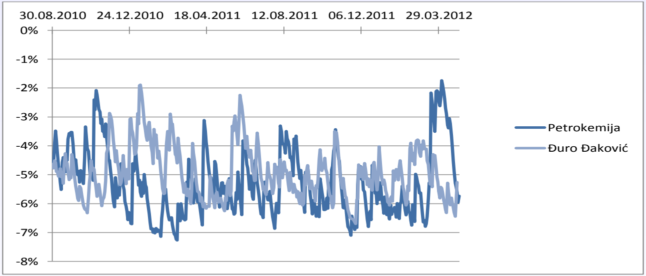
- parametar asimetrije c je negativan
- premija za rizik Λ_t će biti pozitivan proces
- Drugim riječima tržišna cijena rizika volatilnosti bit će, sa stajališta investitora, negativan proces, što znači da bi investitori bili voljni platiti određeni iznos kako bi se zaštitili od budućih promjena u volatilnosti
- procjena vrijednosti $\alpha(1 + c^2) + \beta$ vrlo je bliska jedinici što ukazuje na efekte duge memorije u seriji

Kretanje dnevne uvjetne volatilnosti



Dionica PTKM ima u prosjeku **manju** uvjetnu volatilnost.

Tržišna cijena rizika volatilnosti



Dionica Đuro Đaković Holding ima u prosjeku **veću tržišnu cijenu rizika volatilnosti**.

Dionica DDH ima u prosjeku veæu tržišnu cijenu rizika volatilnosti

Dva su glavna razloga za to

- dionica PTKM ima u prosjeku manju uvjetnu volatilnost
- očekivani prinos na dionicu DDH veći je od očekivanog prinosa na dionicu PTKM

Predloženi model sugerira da su investitori voljniji platiti veću premiju za one dionice koje imaju manju volatilnost i veći očekivani prinos jer je njihov Sharpeov omjer veći

Investitori s takvim preferencijama nazivaju se investitori neskloni riziku

Dionica DDH ima u prosjeku veæu tržišnu cijenu rizika volatilnosti

Dva su glavna razloga za to

- dionica PTKM ima u prosjeku manju uvjetnu volatilnost
- očekivani prinos na dionicu DDH veći je od očekivanog prinosa na dionicu PTKM

Predloženi model sugerira da su investitori voljniji platiti veću premiju za one dionice koje imaju manju volatilnost i veći očekivani prinos jer je njihov Sharpeov omjer veći

Investitori s takvim preferencijama nazivaju se investitori neskloni riziku

Zaključci i daljnje smjernice

Primjenom modifikacije diskretnog modela SV prema Duanu:

- Dobili smo eksplicitnu formulu za **računanje tržišne cijene rizika volatilnosti**
- Procjena iznosa tržišne cijene rizika volatilnosti važna je za razumijevanje preferencija sudionika na tržištu te omogućava bolje **modeliranje ponašanja investitora**
- Procjena vrijednosti tržišne cijene rizika volatilnosti mogla bi omogućiti lakše **upravljanje rizikom**, te olakšati vrednovanje i hedging opcija, ali i izvedenica općenito
- Uvođenjem tržišne cijene rizika volatilnosti u model za vrednovanje opcija, tržišta opcijama ujedno mogu postati i tržišta za trgovanje volatilnošću.

Bibliography

Duan, J.-C.
The GARCH option pricing model.
Mathematical Finance, 5(1):13–32, 1995.

R. F. Engle and V. K. Ng (1993)
Measuring and testing the impact of news on volatility
Journal of Finance, 48, 1749-1778

A. Javaheri (2005)
Inside Volatility Arbitrage: The Secrets of Skewness
John Wiley and Sons, Inc.

B. Negrea (2009)
The Volatility Premium Risk: Valuation and Forecasting
Journal of Applied Quantitative Methods, 2(4), 154-165.