MINISTARSTVO ZNANOSTI, OBRAZOVANJA I SPORTA REPUBLIKE HRVATSKE
AGENCIJA ZA ODGOJ I OBRAZOVANJE
HRVATSKO MATEMATIČKO DRUŠTVO

DRŽAVNO NATJECANJE
IZ MATEMATIKE
Trogir, 8.travnja-10.travnja 2015.

5. razred-osnovna škola

1. Odredi nepoznatu znamenku a broja $\overline{401512a}$ tako da ostaci pri dijeljenju ovog broja brojevima 3 i 5 budu jednaki.

2. Zbroj i umnožak 1507 prirodnih brojeva iznosi 2012. Koji su to prirodni brojevi?

3. Zadan je pravokutnik *ABCD*. Ako svakoj stranici prvog para nasuprotnih stranica pravokutnika *ABCD* smanjimo duljinu za 3 cm, a svakoj stranici drugog para nasuprotnih stranica tog pravokutnika povećamo duljinu za 7 cm, onda nastaje pravokutnik kojemu je površina jednaka površini pravokutnika *ABCD*. Ako svakoj stranici prvog para nasuprotnih stranica pravokutnika *ABCD* povećamo duljinu za 3 cm, a svakoj stranici drugog para nasuprotnih stranica tog pravokutnika smanjimo duljinu za 5 cm, onda nastaje pravokutnik kojemu je površina ponovno jednaka površini pravokutnika *ABCD*. Kolika je površina pravokutnika *ABCD*?

4. Koliko ima četveroznamenkastih prirodnih brojeva većih od 7777 kojima je zbroj znamenaka jednak 32? Napiši ih!

5. Broju 2015 dopisujemo znamenke zdesna na sljedeći način: zbrojimo znamenku jedinice, znamenku desetice i znamenku stotice te znamenku jedinice zbroja dopišemo. Zatim to isto ponovimo za novodobiveni broj i tako redom 1000 puta. Postoji li u dobivenom broju s 1004 znamenke u zapisu redom, jedna do druge, znamenke 1, 5 i 3 (odnosno …153…)?

Svaki se zadatak boduje s 10 bodova.
Nije dopuštena uporaba džepnog računala niti bilo kakvih priručnika.

MINISTARSTVO ZNANOSTI, OBRAZOVANJA I SPORTA REPUBLIKE HRVATSKE
AGENCIJA ZA ODGOJ I OBRAZOVANJE
HRVATSKO MATEMATIČKO DRUŠTVO

DRŽAVNO NATJECANJE
IZ MATEMATIKE
Trogir, 8.travnja-10.travnja 2015.

6. razred-osnovna škola

1. Izračunaj: $1+2+3-4-5-6+7+8+9-10-11-12+13+...-2015=$.

2. Na stolu se nalazi 12 štapića svaki duljine 13 cm. Potrebno ih je izrezati na dijelove čije su duljine 3 cm, 4 cm i 5 cm. Od dobivenih dijelova štapića treba složiti 13 sukladnih trokuta čije su stranice duljina 3 cm, 4 cm i 5 cm. Na koji način treba izrezati te štapiće?

3. Marko i Josip imali su jednak broj pikula. U prvom krugu igre Marko je osvojio 6 Josipovih pikula, a u drugom krugu Josip je osvojio $\frac{2}{3}$ svih pikula koje je u tom trenutku imao Marko. Nakon drugog kruga Josip je imao točno 4 puta više pikula od Marka. Koliko je pikula imao svaki dječak na početku, a koliko na kraju igre?

4. U jednakokračnom trokutu ABC simetrala kraka $\overline{AC}$ i simetrala kuta $\measuredangle BAC$ sijeku se u točki D koja pripada kraku $\overline{BC}$. Odredi veličinu kuta $\measuredangle CDA$.

5. Trokut ABC je jednakokračan i pravokutan ($|\measuredangle ACB| = 90°$). Nad stranicama trokuta ABC konstruirani su izvan trokuta kvadrati $APRB$, $BSTC$ i $ACUV$. Dokaži da vrijedi da je $P_{\Delta ABC} + P_{\Delta CTU} + P_{\Delta AVP} + P_{\Delta BRS} = P_{BSTC} + P_{ACUV}$.

Svaki se zadatak boduje s 10 bodova.
Nije dopuštena uporaba džepnog računala niti bilo kakvih priručnika.

MINISTARSTVO ZNANOSTI, OBRAZOVANJA I SPORTA REPUBLIKE HRVATSKE
AGENCIJA ZA ODGOJ I OBRAZOVANJE
HRVATSKO MATEMATIČKO DRUŠTVO

DRŽAVNO NATJECANJE
IZ MATEMATIKE
Trogir, 8.travnja-10.travnja 2015.

7. razred-osnovna škola

1. Brat i sestra htjeli su kupiti igricu. Bratu je nedostajalo $\frac{5}{19}$ ukupne cijene igrice, a sestri $\frac{1}{4}$ ukupne cijene. No, oboje su zajedno imali 185 kuna više od cijene igrice. Kupili su igricu zajedno tako što je brat dao 45% cijene igrice, a sestra ostatak. Koliko je novaca ostalo bratu, a koliko sestri?

2. U bubnju se nalaze kuglice na kojima su napisani (svaki po jednom) prvih tisuću prirodnih brojeva. Izvlači se jedna kuglica. Koliki može biti prirodni broj a da bi vjerojatnost događaja „zbroj znamenaka izvučenog broja manji je od a“ bila manja od 5% ?

3. Iz zadanog broja x_1 računamo $x_2 = \frac{1+x_1}{1-x_1}$. Dobiveni rezultat koristimo za računanje $x_3 = \frac{1+x_2}{1-x_2}$ i tako dalje sve do $x_{2015} = \frac{1+x_{2014}}{1-x_{2014}}$. Ako je dobiveni $x_{2015} = \frac{1}{5}$, koliki je onda bio x_1?

4. U pravilnom dvanaesterokutu polumjer opisane kružnice iznosi 12 cm. Izračunaj površinu tog mnogokuta.

5. Dokaži da kružnica kojoj je promjer visina jednakostraničnog trokuta siječe njegove dvije stranice u točkama koje ove stranice dijele u omjeru 1 : 3.

Svaki se zadatak boduje s 10 bodova.
Nije dopuštena uporaba džepnog računala niti bilo kakvih priručnika.

MINISTARSTVO ZNANOSTI, OBRAZOVANJA I SPORTA REPUBLIKE HRVATSKE
AGENCIJA ZA ODGOJ I OBRAZOVANJE
HRVATSKO MATEMATIČKO DRUŠTVO

DRŽAVNO NATJECANJE
IZ MATEMATIKE
Trogir, 8.travnja-10.travnja 2015.

8. razred-osnovna škola

1. U skupu prirodnih brojeva riješi jednadžbu $\sqrt{x}+\sqrt{y}=\sqrt{48}$.

2. Ako je svaki od dvaju neparnih cijelih brojeva djeljiv brojem 3, razlika njihovih kvadrata djeljiva je brojem 72. Dokaži!

3. Neka je D točka na stranici $\overline{AC}$ trokuta ABC takva da pravac AB dira opisanu kružnicu trokuta BCD u točki B i neka pritom vrijedi $|BD|=|CD|$. Dokaži da je pravac BD simetrala kuta $\measuredangle CBA$.

4. Neka je $n > 1$ prirodni broj. Jednakostranični trokut duljine stranice n pravcima usporednim sa svojim stranicama podijeljen je na sukladne jednakostranične trokutiće duljine stranice 1. Broj trokutića kojima barem jedna stranica pripada stranici početnog trokuta za 1 je manji od broja svih preostalih trokutića. Odredi sve takve n.

5. U trapezu $ABCD$ duljina veće osnovice $\overline{AB}$ prema duljini manje osnovice $\overline{CD}$ odnosi se kao 3 : 1. Na produžetku osnovice $\overline{CD}$ preko vrha C odabrana je točka M tako da pravac AM dijeli trapez na dva dijela jednakih površina. Dokaži da je udaljenost točke M od vrha C jednaka polovini duljine osnovice $\overline{AB}$.

Svaki se zadatak boduje s 10 bodova.
Nije dopuštena uporaba džepnog računala niti bilo kakvih priručnika.