PRIČA O TETIVNOM ČETVEROKUTU

Stipe Vidak

Prirodoslovno-matematički fakultet
Matematički odjel
Sveučilište u Zagrebu

6. svibnja 2015.

Sadržaj

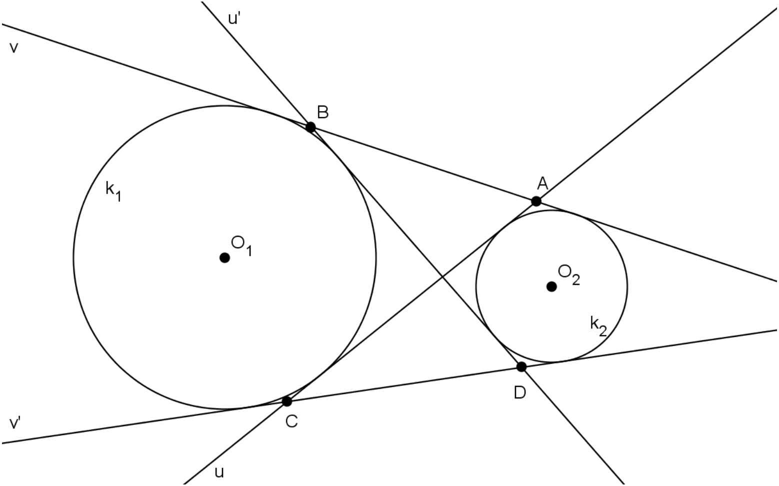
Zadatak (županijsko 1996, 1. razred)

U ravnini su dane dvije kružnice k_1 i k_2 na koje su povučene dvije unutarnje zajedničke tangente u, u' i dvije vanjske v, v'. Dokaži da sjecišta tangenata $u \cap v$, $u \cap v'$, $u' \cap v$, $u' \cap v'$ leže na jednoj kružnici.

Zadatak (županijsko 1996, 1. razred)

U ravnini su dane dvije kružnice k_1 i k_2 na koje su povučene dvije unutarnje zajedničke tangente u, u' i dvije vanjske v, v'. Dokaži da sjecišta tangenata $u \cap v$, $u \cap v'$, $u' \cap v$, $u' \cap v'$ leže na jednoj kružnici.

Hm, kako to riješiti...?

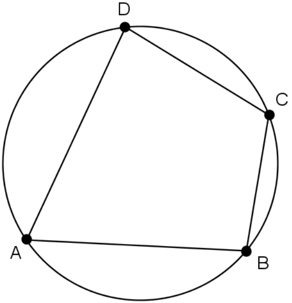

u'
v
B
A
k1
O1
O2
k2
D
C
v'
u

Definicija

Tetivni četverokut *je četverokut kojemu se može opisati kružnica.*

Definicija

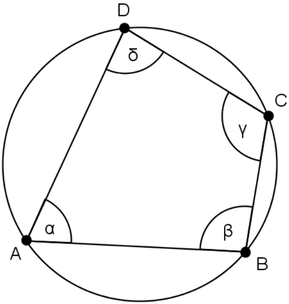
Tetivni četverokut *je četverokut kojemu se može opisati kružnica.*



Sadržaj

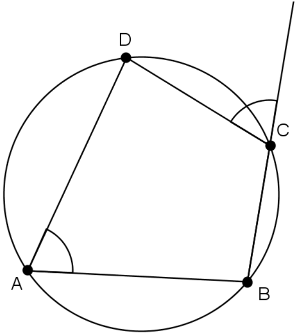
Teorem

Četverokut $ABCD$ s kutevima α, β, γ, δ je tetivan ako i samo ako vrijedi $\alpha+\gamma=\beta+\delta=180°$.



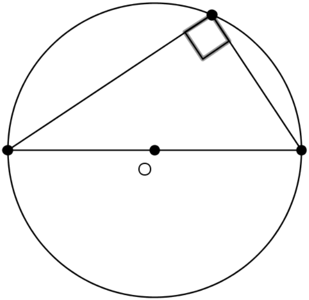
Teorem

Četverokut ABCD je tetivan ako i samo ako je mjera unutarnjeg kuta kod vrha A jednaka mjeri vanjskog kuta kod vrha C.



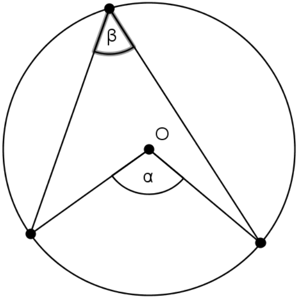
Teorem (Tales)

Svaki obodni kut nad promjerom kružnice je pravi.



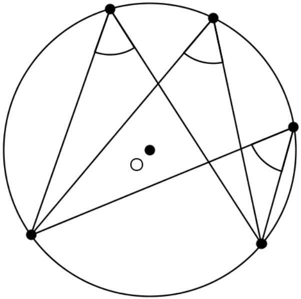
Teorem (o obodnom i središnjem kutu)

Središnji kut kružnice dvostruko je veći od pripadnog obodnog kuta $(\alpha = 2\beta)$.



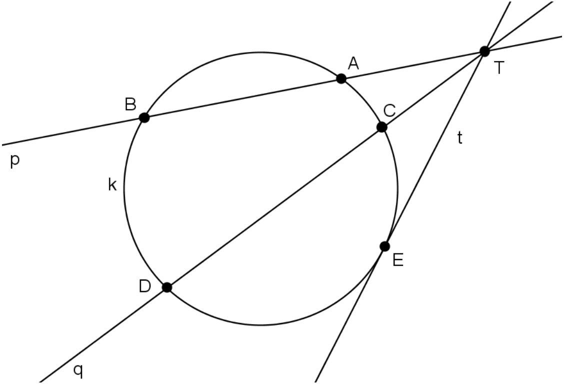
Teorem

Svi obodni kutovi nad istom tetivom kružnice imaju istu mjeru.



Teorem (potencija točke na kružnicu)

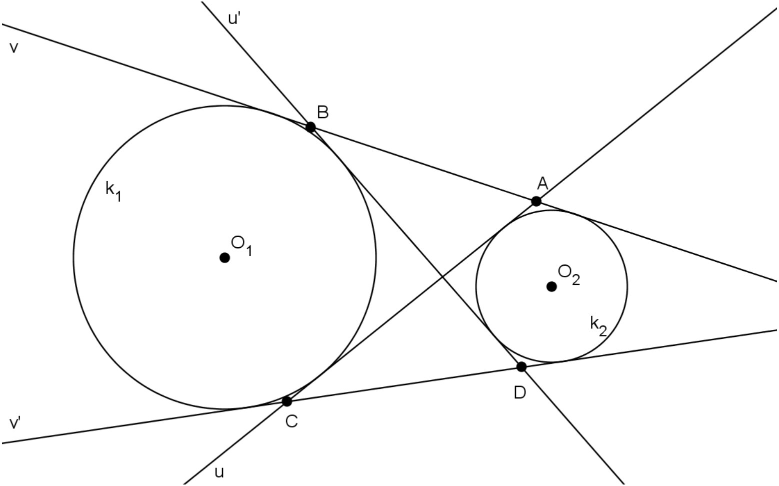
Pravci p, q i t prolaze točkom T koja se nalazi izvan kružnice k. Ako je $p \cap k = \{A, B\}$, $q \cap k = \{C, D\}$ i $t \cap k = \{E\}$, onda vrijedi $|TA| \cdot |TB| = |TC| \cdot |TD| = |TE|^2$.

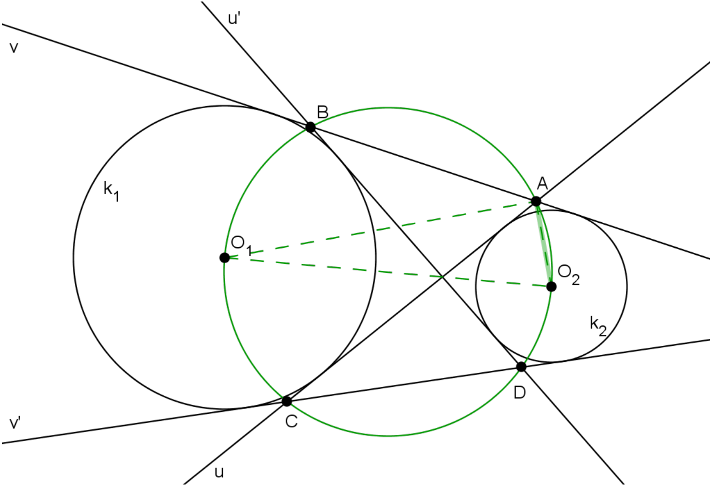


Sadržaj

Zadatak (županijsko 1996, 1. razred)

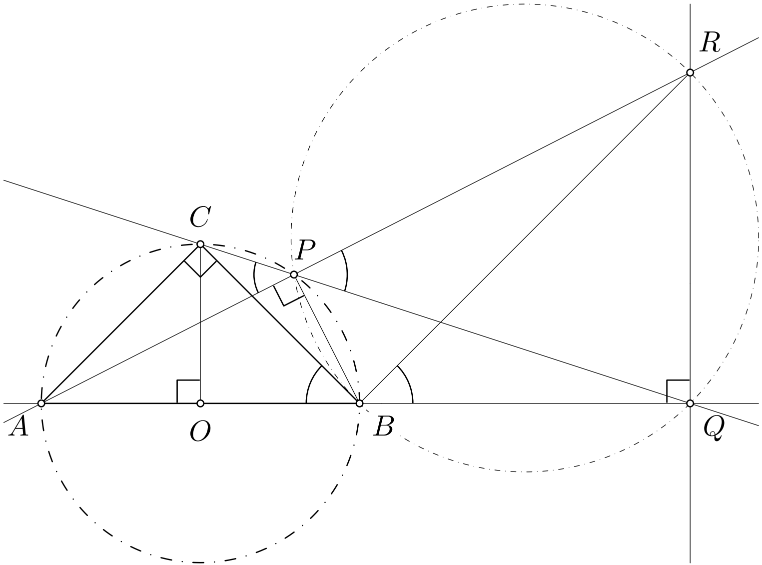
U ravnini su dane dvije kružnice k_1 *i* k_2 *na koje su povučene dvije unutarnje zajedničke tangente* u, u' *i dvije vanjske* v, v'. *Dokaži da sjecišta tangenata* $u \cap v$, $u \cap v'$, $u' \cap v$, $u' \cap v'$ *leže na jednoj kružnici.*


u'
v
B
A
k_1
O_1
O_2
k_2
D
C
v'
u


u'
v
B
A
k1
O1
O2
k2
D
C
v'
u

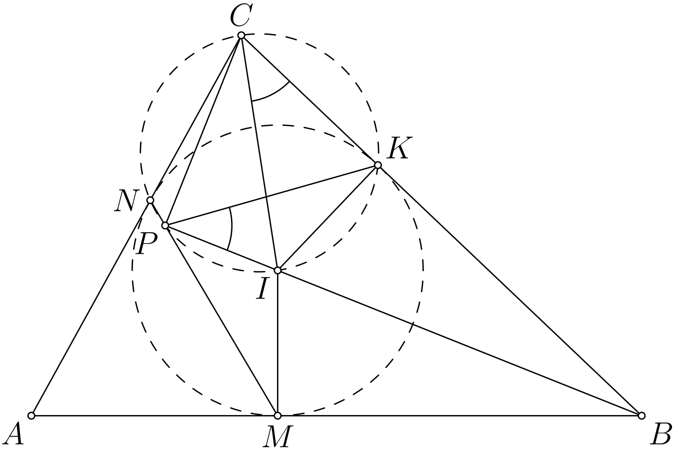
Zadatak (državno 2014, 1. razred)

Dužina $\overline{AB}$ *je promjer kružnice sa središtem* O. *Na kružnici je dana točka* C *takva da je* OC *okomito na* AB. *Na kraćem luku* $\widehat{BC}$ *odabrana je točka* P. *Pravci* CP *i* AB *sijeku se u točki* Q, *a točka* R *je sjecište pravca* AP *i okomice kroz* Q *na pravac* AB.
Dokaži da je $|BQ| = |QR|$.


R
C
P
A
O
B
Q

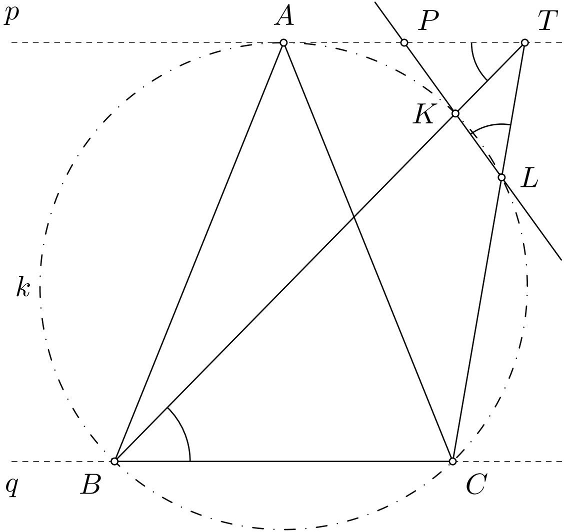
Zadatak (državno 2010, 2. razred)

Upisana kružnica dodiruje stranice $\overline{AB}$ *i* $\overline{AC}$ *trokuta* ABC *u točkama* M *i* N. *Neka je* P *sjecište pravca* MN *i simetrale kuta* $\sphericalangle ABC$. *Dokaži da je* $BP \perp CP$.


C
K
N
P
I
A
M
B

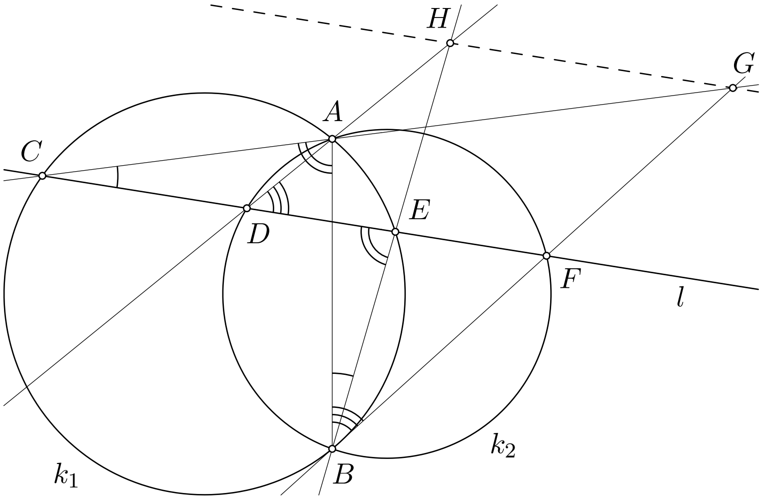
Zadatak (državno 2014, 2. razred)

Neka su p i q dva paralelna pravca. Kružnica k dodiruje pravac p u točki A i siječe pravac q u različitim točkama B i C. Neka je T točka na pravcu p i neka dužine $\overline{TB}$ i $\overline{TC}$ sijeku kraći luk $\widehat{AC}$ redom u točkama K i L, različitima od B i C.
Dokaži da pravac KL prolazi polovištem dužine $\overline{AT}$.


p
A
P
T
K
L
k
q
B
C

Zadatak (državno 2015, 1. razred)

Kružnice k_1 *i* k_2 *sijeku se u točkama* A *i* B. *Pravac* l *siječe kružnicu* k_1 *u točkama* C *i* E, *a kružnicu* k_2 *u točkama* D *i* F *tako da se točka* D *nalazi između* C *i* E, *a točka* E *između* D *i* F. *Pravci* CA *i* BF *sijeku se u točki* G, *a pravci* DA *i* BE *u točki* H.
Dokaži da je $CF \parallel HG$.


H
G
A
C
E
D
F
l
k2
k1
B

HVALA VAM NA PAŽNJI!