8. razred

Algebra

|  |  |
| --- | --- |
| Broj sati | Nastavni sadržaj |
| 10 | Nastavna cjelina 1.Ponavljanje i usustavljivanje sadržaja 7. razreda |
| 10 | N.c.2. *Skupovi i operacije sa skupovima**Skup. Element skupa. Prazan skup. Presjek, unija i razlika skupova. Podskup. Euler - Vennov dijagram.**Skupovi brojeva. Uzajamno jednoznačno preslikavanje elemenata skupova (bijekcija). Istobrojni skupovi. [Ekvivalentnost između skupa točaka intervala i pravca]. Beskonačni skupovi. [Prebrojivi skupovi].* |
| 40 | N.c.3. Algebarski izraziAlgebarski izrazi. Algebarski razlomci. *Skup dopuštenih vrijednosti varijable*. Identitet. Osnovno svojstvo razlomka. Zbrajanje, oduzimanje, množenje, dijeljenje i potenciranje algebarskih razlomaka. *Rastavljanje na faktore razlike xn - yn  i zbroja x 2n + 1 + y 2n + 1  (n ∈ N).* Algebarske jednadžbe. Ekvivalentne jednadžbe. *Jednadžba koja slijedi iz zadane*. Rješavanje algebarskih jednadžbi. *Rješavanje algebarskih jednadžbi s parametrima. Grafička metoda rješavanja jednadžbi*.Potencije cijelog eksponenta te njihova svojstva. Znanstveni zapis realnog broja. Funkcija . |
| 20 | N.c.4. *Djeljivost**Djeljivost cijelih brojeva. Osnovna svojstva djeljivosti. Djeljivost s ostatkom. Kongruencije po modulu. Djeljivost s 3, 9, 11, 2n , 5n, (n ∈ N). Najveći zajednički djelitelj i najmanji zajednički višekratnik. Uzajamno prosti brojevi. Euklidov algoritam. Prosti i složeni brojevi. Osnovni teorem aritmetike.**[Brojevi blizanci. Savršeni brojevi. Mersenneovi i Fermatovi prosti brojevi. Mali Fermatov teorem].* |
| 20 | N.c.5. NejednadžbeNejednakosti. Intervali. Unija i presjek intervala.Nejednadžbe s jednom nepoznanicom. Rješavanje linearnih nejednadžbi s jednom nepoznanicom. *Ekvivalentne nejednadžbe. Nejednadžba koja slijedi iz zadane*. Sustavi linearnih nejednadžbi s jednom nepoznanicom. *Rješavanje linearnih nejednadžbi s parametrom. Rješavanje jednadžbi i nejednadžbi s modulom.*  |
| 20 | N.c.6. Kvadratni korijen. Realni brojeviFunkcija *f*(*x*) = *x*2 i njezin graf. Kvadratni korijen. Aritmetički kvadratni korijen. Iracionalni brojevi. Skup realnih brojeva. *Uzajamno jednoznačno preslikavanje između točaka na brojevnom pravcu te skupom realnih brojeva. [Prebrojivost skupa racionalnih brojeva. Neprebrojivost skupa točaka dužine].*Kvadriranje umnoška, količnika i potencije. Računanje s korijenima.Funkcija , njezina svojstva i graf.  |
| 33 | N.c.7. Kvadratne jednadžbeKvadratne jednadžbe. Nepotpune kvadratne jednadžbe. Formula rješenja kvadratne jednadžbe. Vieteov teorem. *Obrat Vieteovog teorema. Rješavanje kvadratne jednadžbe s parametrima.*Kvadratni trinom. Rastavljanje kvadratnog trinoma na linearne faktore. Rješavanje jednadžbi koje se svode na kvadratne. *Metoda supstitucije pri rješavanju jednadžbi.* Rješavanje tekstualnih zadataka pomoću kvadratnih jednadžbi i jednadžbi koje se svode na kvadratne.  |
| 8 | N.c.8. Polinomi*Dijeljenje polinoma. Nultočke polinoma i Bezeutov teorem. [Hornerov algoritam]. Algebarske jednadžbe n - tog stupnja.* |
| 14 | N.c.9. Ponavljanje i utvrđivanje gradiva |

9. razred

Algebra

|  |  |
| --- | --- |
| Broj sati | Nastavni sadržaj |
| 10 | Nastavna cjelina 1.Ponavljanje |
| 45 | N.c.2. Kvadratna funkcijaFunkcije. Svojstva funkcija: parnost i neparnost, pad i rast, nultočke i intervali monotonosti, *najveća i najmanja vrijednost funkcije. [Primjena svojstava funkcija pri rješavanju jednadžbi i nejednadžbi].*Transformacije grafova funkcija: f(x) => f(x) + b, f(x) => f(x + a), f(x) => k f(x), f(x) => f(kx), f(x) => f(- x), f(x) => ׀f(x)৷, f(x) => f(৷x৷).*[Funkcije  i  i njihove grafove]*. Kvadratna funkcije, njezin graf i svojstva. Rješavanje kvadratnih nejednadžbi s jednom nepoznanicom.Zadaci na istraživanje svojstava kvadratnog trinoma ovisno o parametru. *Grafičko rješavanje zadataka s parametrima. Rješavanje nejednakosti pomoću intervala monotonosti.* |
| 25 | N.c.3. *Jednadžbe s dvije nepoznanice te njihovi sustavi*Jednadžba s dvije nepoznanice. *Graf jednadžbe s dvije nepoznanice. Grafičko rješavanje sustava jednadžbi s 2 nepoznanice. Rješavanje sustava jednadžbi metodama supstitucije, komparacije i suprotnih koeficijenata*.  |
| 23 | N.c.4. *Nejednadžbe s dvije nepoznanice i njihovi sustavi. Dokazivanje nejednakostej**Nejednadžbe s dvije nepoznanice. Graf nejednadžbe. Sustavi nejednadžbi s dvije nepoznanice. Geometrijska interpretacija rješenja sustava nejednadžbi s dvije nepoznanice.**Osnovne metode dokazivanja algebarskih nejednakosti.**Nejednakosti između brojevnih sredina (harmonijska, geometrijska, aritmetička i kvadratna sredina).**[Košijeva nejednakost].* |
| 25 | N.c.5. Elementi primijenjene matematikeMatematičko modeliranje. Postotni račun. Kamatni račun. Složeni kamatni račun.*Osnovna kombinatorna pravila zbrajanja i množenja. Osnovne formule kombinatorike. Permutacije, kombinacije, varijacije*. Slučajni događaj. Vjerojatnost slučajnog događaja. *Klasička i statistička definicije vjerojatnosti. Računanje vjerojatnosti pomoću kombinatornih formula.*Statistički podaci. Načini prikazivanja podataka. Frekvencija. Uzorak. Osnovne sredine.  |
| 32 | N.c.6. NizoviBrojevni nizovi. Zadavanje niza. Formula n - tog člana. *Nizovi zadani rekurzivnim formulama.*Aritmetički te geometrijski niz i njihova svojstva. *[Računanje zbroja prvih n - članova nekih nizova]*. Formule n - tog člana i zbroja prvih n članova aritmetičkog i geometrijskog niza. Geometrijski red.*Limes niza.**Metoda matematičke indukcije i njezina primjena.*  |
| 15 | Ponavljanje i usustavljivanje |

8. razred

Geometrija

|  |  |
| --- | --- |
| Broj sati | Nastavni sadržaj |
| 6 | N. c.1.Ponavljanje |
| 17 | N. c.2. PoligoniMnogokut i njegovi elementi. *Konveksni i nekonveksni mnogokuti*. Zbroj unutarnjih kutova konveksnog mnogokuta. Četverokuti. Paralelogram i njegova svojstva. Pravokutnik, romb, kvadrat te njihova svojstva. Trapez, vrste i svojstva trapeza. Srednjice trokuta i trapeza, njihova svojstva.  |
| 16 | N. c.3. Tetivni i tangencijalni četverokutKružni luk. Središnji kut. Kutna mjera kružnog luka. Poučci o obodnom kutu.*Kut između tangente i tetive. Kut s vrhom unutar kružnice i s vrhom izvan nje.**Teorem o tetivnom četverokutu i njegov obrat. Teorem o tangencijalnom četverokutu i njegov obrat. [Metoda pomoćne kružnice. Simpsonov pravac.]* |
| 25 | N. c.4. Sličnost trokutaTalesov teorem o proporcionalnosti dužina. *Teoremi o sjecištu visina i težišnica trokuta*. Poučak o simetrali unutarnjeg kuta trokuta. *Poučak o simetrali vanjskog kuta trokuta.*Sličnost trokuta. Kriteriji za sličnost trokuta.*Potencije točke s obzirom na kružnicu*.*[Formula duljine simetrale unutarnjeg kuta trokuta kroz njegove stranice.**Apolonijeva kružnica. Menelajev teorem. Cevin teorem. Ptolomejev teorem. Četiri karakteristične točke trokuta. Eulerov pravac. Kružnica 9 točaka].*  |
| 15 | N. c.5. Rješavanje pravokutnih trokutaProporcionalne dužine u pravokutnom trokutu. Pitagorin poučak. *Obrat Pitagorinog poučka.*Okomica i kosa linija, njihova svojstva. Sinus, kosinus, tangens i kotangens šiljastog kuta u pravokutnom trokutu. Identiteti sin (90° - α) = cos α; cos (90° - α) = sin α; tg (90° - α) = ctg α; ctg (90° - α) = tg α; sin 2α + cos 2α = 1;  ; .Vrijednosti trigonometrijskih funkcija nekih kutova. Rješavanje pravokutnog trokuta. |
| 16 | N. c.6. Površina mnogokutaPojam površine mnogokuta. Površina pravokutnika, paralelograma, trokuta, trapeza.*[Mnogokuti jednakih površina]. Metoda površina. Pripisane kružnice trokuta*.  |
| 10 | Ponavljanje… |

9. razred

Geometrija

|  |  |
| --- | --- |
| Broj sati | Nastavni sadržaj |
| 6 | N. c.1.Ponavljanje |
| 16 | N. c.2. Rješavanje trokutaSinus, kosinus, tangens i kotangens kao funkcije kuta od 0° do 180°.Identiteti sin 2α + cos 2α = 1;  ; sin (180° - α) = sin α; cos (180° - α) = - cos α; tg (180° - α) = - tg α; ctg (180° - α) = - ctg α.Sinusov i kosinusov poučak.*Eulerova relacija za paralelogram. Izračun duljine težišnice u trokutu preko njegovih stranica.**Primjena formule a = 2R sin α. Rješavanje trokuta.**[Trigonometrijski oblik Cevinog teorema. Eulerova formula udaljenosti središta trokutu opisane i upisane kružnice].*Izračun površine trokuta. Formula za površinu četverokuta preko njegovih dijagonala i kuta između njih.  |
| 8 | N. c.3. Pravilni mnogokutiPravilni mnogokuti i njihova svojstva. Formule za polumjer pravilnom mnogokutu opisane i upisane kružnice. Konstrukcija pravilnih mnogokuta. Opseg kruga. Duljina kružnog luka. Površina kruga i njegovih dijelova. |
| 18 | N. c.4. Kartezijev koordinatni sustav u ravniniPravokutni koordinatni sustav u ravnini. Udaljenost dviju točaka u ravnini. *Dijeljenje dužine u zadanom omjeru*. Koordinate polovišta dužine.Graf linearne jednadžbe. Implicitni oblik jednadžbe pravca. *Eksplicitni oblik jednadžbe pravca. Jednadžba pravca zadanog dvjema točkama. Uvjet paralelnosti i okomitosti dvaju pravca. Udaljenost točke od pravca.*Jednadžba kružnice. *Međusobni položaj pravca i kružnice. Metoda koordinata. [Apolonijeva kružnica. Leibnizova formula].* |
| 19 | N. c.5. Vektori u ravniniSkalarne i vektorske veličine. Pojam vektora. Duljina, smjer i orijentacija vektora. Jednakost vektora. Suprotni vektori. Koordinate vektora. Zbrajanje i oduzimanje vektora. Množenje vektora realnim brojem. Kolinearni vektori. *Rastava vektora na komponente*. Skalarni umnožak vektora i njegova svojstva.*Primjene vektora pri rješavanju zadataka i dokazivanju teorema*. |
| 20 | N. c.6. Preslikavanje ravninePojam preslikavanja. Sukladnost likova. Translacija. Centralna i osna simetrije. Rotacija. *[Kompozicija preslikavanja]. Homotetija te njezina svojstva.* Transformacija sličnosti te njezina svojstva. Sličnost likova. Površine sličnih likova. *Primjena sličnosti i homotetije pri rješavanju zadataka.**[Inverzija. Primjena inverzije pri rješavanju zadataka].*  |
| 8 | N. c.7. Početci stereometrijeTočke, pravci i ravnine u prostoru. Okomica na ravninu.Geometrijska tijela: prizma, piramida, valjak, stožac, kugla. Oplošje i volumen prizme, piramide, valjka, stošca, kugle. |
| 10 | Ponavljanje… |

10. razred

Algebra i početci analize

|  |  |
| --- | --- |
| Broj sati | Nastavni sadržaj |
| 20 | N. c.1.Ponavljanje i usustavljivanje gradiva iz algebre u 8. - 9. razredu*Sređivanje algebarskih izraza. Funkcije i njihove grafove. Svojstva funkcija. Rješavanje racionalnih jednadžbi i nejednadžbi. Crtanje grafova funkcija, jednadžbi i nejednadžbi s dvjema varijablama u ravnini.**Metoda matematičke indukcije.*  |
| 10 | N. c.2. *Elementi matematičke logike**Sudovi i operacije s njima. Predikati, operacije s predikatima. Kvantifikatori. Teoremi i njihovi oblici.* |
| 35 | N. c.3. Funkcija f(x) = xnN - ti korijen. Aritmetički n - ti korijen, njegova svojstva. Sređivanje izraza s korijenima. Funkcija  i njezin graf.Iracionalne jednadžbe. *Iracionalne nejednadžbe. Sustavi iracionalnih jednadžbi.*Potencija s racionalnim eksponentom i njezina svojstva. Operacije s potencijama.Funkcija f(x) = xn, njezina svojstva i graf. *Injekcija. Inverzna funkcija.* *Iracionalne jednadžbe, nejednadžbe i njihovi sustavi s parametrima*.  |
| 35 | N. c.4. Trigonometrijske funkcijeRadijanska mjera kuta. Sinus, kosinus, tangens i kotangens kuta. Trigonometrijske funkcije realnog broja. Periodičnost funkcija. Svojstva i grafovi trigonometrijskih funkcija. Temeljne veze između trigonometrijskih funkcija. Adicijski teoremi. Formule redukcije. Trigonometrijske funkcije dvostrukog i polovičnog kuta. Formule pretvorbe (transformacije umnoška u zbroj i zbroja u umnožak). *Formule trostrukog argumenta, univerzalna zamjena.* |
| 35 | N. c.5. Trigonometrijske jednadžbe i nejednadžbeInverzne funkcije trigonometrijskih funkcija: definicije, svojstva i grafovi.Najjednostavnije trigonometrijske jednadžbe. Osnovne metode rješavanja trigonometrijskih jednadžbi i *njihovih sustava. Trigonometrijske nejednadžbe. Trigonometrijske jednadžbe i nejednadžbe s parametrima. Jednadžbe i nejednedžbe s arkus funkcijama. Sustavi trigonometrijskih jednadžbi. Rješavanje zadataka pomoću računala.*  |
| 25 | N. c.6. *Nizovi**Nizovi kao funkcije naturalnog argumenta. Načine zadavanja nizova. Monotonost i omeđenost nizova.**Limes niza. Geometrijska interpretacija limesa. Teoremi o limesima. [Broj e]. [Duljina kružnice i površina kruga].*  |
| 15 | Ponavljanje i usustavljivanje gradiva.Rezervno vrijeme |

11. razred

Algebra i početci analize

|  |  |
| --- | --- |
| Broj sati | Nastavni sadržaj |
| 15 | N. c.7. Limes funkcije Limes funkcije u točki. *Teoremi o limesima*. Neprekinutost funkcije u točki i na intervalu. *Svojstva neprekinutih funkcija. Točke prekida funkcije. Limes u beskonačnosti te funkcije kao beskonačno velike veličine u točci.**Vertikalne i horizontalne asimptote grafa funkcije. Neki važni limesi.* |
| 35 | N. c.8. Derivacija i njezine primjeneProblemi koji vode pojmu derivacije. Derivacija funkcije, njezina geometrijska i fizikalna interpretacija. Jednadžba tangente na graf funkcije. Pravila deriviranja. Složena funkcija. Derivacija složene funkcije. *Derivacija inverzne funkcije.* Derivacija opće potencije, *trigonometrijskih i arkus funkcija.**Osnovni teoremi diferencijalnog računa.*Konstantna funkcija. Pad i rast funkcije. Ekstremi funkcije. Globalni ekstrem na zatvorenom intervalu.*Primjena derivacija pri dokazivanju jednakosti i nejednakosti, te kod rješavanja jednadžbi i nejednadžbi.**Derivacije višeg reda. Konveksnost i konkavnost funkcije i točke pregiba. Određivanje intervala konveksnosti i konkavnosti i točaka pregiba.*Primjena prve *i druge* derivacije pri istraživanju tijeka funkcije i crtanja njezinog grafa. *Asimptote grafa funkcije*.*[Jensenova nejednakost i njezina primjena].*Primjene diferencijalnog računa.  |
| 25 | N. c.9. Eksponencijalna i logaritamska funkcijaPotencija s realnim eksponentom. Eksponencijalna funkcija.Logaritmi i njihova svojstva. Logaritamska funkcija. Eksponencijalne i logaritamske jednadžbe i nejednadžbe, *njihovi sustavi, posebno s parametrima.*Derivacija eksponencijalne i logaritamske funkcije.*[Košijeva nejednakost].*Primjene eksponencijalne i logaritamske funkcije u zadacima matematičkog modeliranja. |
| 25 | N. c.10. Integral i njegova primjenaPrimitivna funkcija i njezina svojstva. Račun primitivnih funkcija.Neodređeni integral i njegova svojstva. Problemi koje vode prema pojmu određenog integrala. Određeni integral, njegova fizikalna i geometrijska interpretacija. Računanje određenog integrala. Računanje površina ravninskih likova. Računanje obujma tijela.Primjena integrala u zadacima matematičkog modeliranja.  |
| 25 | N. c.11. Elementi kombinatorike, teorije vjerojatnosti i matematičke statistikeElementi kombinatorike. *Newtonova binomna formula. Pascalov trokut.*Elementarni događaj. Relativna frekvencija događaja. *Klasična definicija vjerojatnosti. Geometrijska vjerojatnost.*Operacije s događajima. Vjerojatnost zbroja i umnoška događaja. Nezavisnost događaja.Karakteristike uzorka: raspon, medijan, mod, sredina. Grafičko predočavanje podataka. |
| 25 | N. c.12. *Kompleksni brojevi i polinomi**Skup kompleksnih brojeva. Geometrijska interpretacija kompleksnih brojeva. Algebarski i trigonometrijski prikaz kompleksnih brojeva. Operacije u skupu kompleksnih brojeva. De Moivreova formula. N - ti korijen kompleksnog broja.**Polinom i njegove nultočke. Rastavljanje polinoma na proste faktore. Nultočke kratnosti k. Osnovni teorem algebre. Vieteove formule. [Polinom trećeg stupnja. Jednadžbe višeg stupnja. Cardanova formula].* |
| 25 | Ponavljanje…Rezervno vrijeme |

10. razred

Geometrija

|  |  |
| --- | --- |
| Broj sati | Nastavni sadržaj |
| 28 | N. c.1. Ponavljanje i usustavljivanje činjenica i metoda iz planimetrije.Aksiomi planimetrije. Temeljne činjenice iz planimetrije. Geometrijska i analitička metode rješavanja planimetričkih zadataka. |
| 12 | N. c.2. Uvod u stereometrijuOsnovni pojmovi stereometrije. Aksiomi stereometrije i njihove posljedice (sljedbenici).Geometrijski oblici u prostoru. *Pojam poliedra*. Jednostavni zadaci konstrukcije presjeka geometrijskih tijela ravninom. Aksiomatizacija geometrije.  |
| 40 | N. c.3. Paralelnost pravaca i ravnina u prostoruMeđusobni položaj pravaca u prostoru: pravci se sijeku, pravci su paralelni, mimoilazni pravci. *Kriterij mimoilaznosti pravaca*.Međusobni položaj pravca i ravnine: pravac i ravnina se sijeku, pravac i ravnina su paralelni. Međusobni položaj ravnina u prostoru: ravnine se sijeku, paralelne ravnine. Kriterije paralelnosti. *Postojanje ravnine paralelne sa zadanom.* Svojstva paralelnih ravnina.Paralelno projiciranje i njegova svojstva. *Centralno projiciranje*. Prikazivanje geometrijskih likova i tijela u stereometriji.*Konstrukcije presjeka geometrijskih tijela ravninom. Metoda tragova*.  |
| 40 | N. c.4. Okomitost pravaca i ravnina u prostoruOkomitost pravaca u prostoru. Okomitost pravca i ravnine. Kriterij okomitosti pravca i ravnine. Okomica na ravninu. Poučak o trima okomicama. *[Teorem o trima kosinusima].*Okomitost ravnina. Kriterij okomitosti ravnina. Veza između paralelnosti i okomitosti pravaca i ravnina. *[Ortocentrički tetraedar]*. Kutovi u prostoru: kut između pravaca, između pravca i ravnine, između ravnina.Udaljenost u prostoru: udaljenost točke od pravca, udaljenost točke od ravnine, udaljenost pravca od ravnine. *[Udaljenost točke od tijela].* Udaljenost paralelnih ravnina, između mimoilaznih pravaca, *[između dva geometrijska tijela].* Ortogonalno projiciranje. *Površina ortogonalne projekcije mnogokuta.*Primjena paralelnosti i okomitosti pravaca i ravnina u praksi.  |
| 20 | Ponavljanje… |

11. razred

Geometrija

|  |  |
| --- | --- |
| Broj sati | Nastavni sadržaj |
| 32 | N. c.5. Koordinate, geometrijske transformacije i vektori u prostoruPravokutni koordinatni sustav u prostoru. Udaljenost točaka. Koordinate središta dužine. *Dijeljenje dužine u zadanom omjeru.*Vektori u prostoru. Jednakost vektora. Kolinearnost vektora. Komplanarnost vektora. Operacije s vektorima i njihova svojstva: zbrajanje i oduzimanje, množenje vektora sa skalarom, skalarni umnožak vektora. *Rastavljanje vektora na komponente u prostoru*. Kut između vektora.*Jednadžba ravnine, sfere.**Primjena koordinatne metode i vektora pri rješavanju geometrijskih zadataka.*Preslikavanje prostora.  |
| 12 | N. c.6. Prostorni kutDiedar. Mjera diedra. Triedar. *[Teorem o trima sinusima].* Prostorni kut. *Svojstva plošnih kutova prostornog kuta. [Osnovni teoremi o triedru].* |
| 28 | N. c.7. PoliedriPoliedar i i njegovi elementi. Konveksan poliedar. Prizma. Uspravna i pravilna prizma. Kvadar. Piramida. Krnja piramida. Pravilna piramida. *[Tetraedar i njegova svojstva]*. Površina pobočja te oplošje prizme, piramide, *krnje piramide*. *Odnos površina sličnih poliedra*. Pravilni poliedri. *[Eulerova formula].*  |
| 20 | N. c.8. Rotacijska tiejlaRotacijska tijela i rotacijske plohe.Valjak, stožac, krnji stožac te njihovi elementi. Presjeci valjka i stošca: osni presjek, presjek ravninom koja je paralelna bazi, *presjek valjka ravninom paralelnom njegovoj osi, presjek stošca ravninom koja prolazi kroz njegov vrh. Tangencijalne ravnine stošca i valjka.*Kugla i sfera. Presjek kugle ravninom. *Dijelovi kugle (isječak, odsječak, sloj)*. Tangenta na sferu. Tangencijalna ravnina sfere. *Presjek i dodir sfera. Konike kao presjeci stošca ravninom.*Kombinacije geometrijskih tijela.  |
| 36 | N. c.9. Oplošja i volumeni geometrijskih tijelaPojam volumena tijela. Osnovna svojstva volumena. Volumen prizme, kvadra, piramide, *krnje piramide*. Volumeni rotacijskih tijela: valjka, stošca, *krnjeg stošca*, kugle *i njezinih dijelova*. *Omjer obujma sličnih tijela*. *Pojam oplošja tijela*.Površine pobočja te oplošje valjka, stošca, *krnjeg stošca*. Površina sfere. |
| 12 | PonavljanjeRezervno vrijeme |