ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE
15. veljače 2013.

4. razred-rješenja

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. Znamenka desetica dvoznamenkastog faktora je parna i može biti 2 ili 4. 1 BOD

Znamenka jedinica dvoznamenkastog faktora je neparna i može biti 1 ili 3. 1 BOD

U slučaju da je znamenka desetica 2, slijedi da četveroznamenkasti faktor započinje s 27,

a onda je dalje nemoguće postići traženi rezultat. Stoga je znamenka desetica jednaka 4. 2 BODA

Slijedi da četveroznamenkasti faktor započinje s 13, a ispod znamenke 8 je znamenka 4. 2 BODA

Onda je znamenka jedinica dvoznamenkastog faktora jednaka 3. 2 BODA

Slijedi da je ispod 4 znamenka 1, a ispod 0 znamenka 5. 1 BOD

Na kraju zbrojimo i dobijemo rezultat: 59555. 1 BOD

$$\begin{array}{cccccccc}
 & 1 & 3 & 8 & 5 & \cdot & 4 & 3 \\
\hline
 & 5 & 5 & 4 & 0 & & & \\
+ & & 4 & 1 & 5 & 5 & & \\
\hline
 & 5 & 9 & 5 & 5 & 5 & &
\end{array}$$

.... UKUPNO 10 BODOVA

2. Da su sva vozila bila motocikli, ukupan broj kotača bi bio $44 \cdot 2 = 88$. 2 BODA

No, ukupan broj kotača je bio 144 odnosno $144 - 88 = 56$ više. 2 BODA

S obzirom da automobil ima $4 - 2 = 2$ kotača više od motocikla, 2 BODA

onda je automobila bilo $56 : 2 = 28$. 2 BODA

Motocikala je bilo $44 - 28 = 16$. 2 BODA

.... UKUPNO 10 BODOVA

3. Od 24 učenika razrednog odjela, 8 ih ne ide ni na informatiku, ni na njemački jezik. Dakle,

$24 - 8 = 16$ ih ide barem na jedan izborni predmet. 4 BODA

Kako ih 15 uči informatiku, a 12 njemački jezik, što je ukupno $15 + 12 = 27$, 2 BODA

onda ih $27 - 16 = 11$ uči oba predmeta. 4 BODA

.... UKUPNO 10 BODOVA

4. Svatko mora dobiti barem dvije kuglice. To je ukupno osam kuglica pa preostaje rasporediti još dvije. 2 BODA

Obje kuglice mogu pripasti nekome od njih četvero (mami, tati, bratu ili sestri) 3 BODA

ili dvjema osobama po jedna kuglica (mama/tata, mama/brat, mama/sestra, tata/brat, tata/sestra ili brat/sestra). 4 BODA

Ukupno ima 10 raspodjela kao što je prikazano u tablici: 1 BOD

Mama	4	2	2	2	3	3	3	2	2	2
Tata	2	4	2	2	3	2	2	3	3	2
Brat	2	2	4	2	2	3	2	3	2	3
Sestra	2	2	2	4	2	2	3	2	3	3

…………………………………………………………………….…….. UKUPNO 10 BODOVA

5.

$$238 + 262 = 500$$
$$237 + 263 = 500$$
$$236 + 264 = 500$$

Lijeva strana jednakosti je $1500 + \Delta$. 3 BODA

Desna strana jednakosti :

$16 \cdot 23 + 82 \cdot (35 - 19) - 5 \cdot 16 =$

$= 16 \cdot 23 + 82 \cdot 16 - 5 \cdot 16 =$ 1 BOD

$= 16 \cdot (23 + 82 - 5) =$ 2 BODA

$= 16 \cdot 100 =$ 2 BODA

$= 1600$ 1 BOD

Na kraju, $1500 + \Delta = 1600$ te je $\Delta = 100$ 1 BOD

……………………………………………………………………………… UKUPNO 10 BODOVA

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE
15. veljače 2013.

5. razred-rješenja

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. Neka je x broj natjecatelja koji su sudjelovali na oba natjecanja.

Tada je 8x broj natjecatelja na fizici, a 13x broj natjecatelja na matematici. 2 BODA

Dalje je $13x - x = 12x$ broj onih koji su samo matematičari, 2 BODA

a $8x - x = 7x$ broj onih koji su samo fizičari. 2 BODA

Tada je $12x + x + 7x = 200$ pa je $x = 10$. 2 BODA

Prema tome, onih koji se natječu samo iz matematike je bilo 120,

a onih koji se natječu samo iz fizike je bilo 70. 2 BODA

………………………………………………………………..………….. UKUPNO 10 BODOVA

2. Sve korištene sobe mogu se podijeliti u dvije skupine:

u 1. skupini su sve dvokrevetne sobe i jednak broj trokrevetnih soba, a

u 2. skupini je onih 166 trokrevetnih soba više. 2 BODA

U sobama iz 2. skupine nalazi se $166 \cdot 3 = 498$ nepredavača. 1 BOD

U sobama iz 1. skupine nalazi se $663 - 498 = 165$ sudionika. 1 BOD

Kako je broj dvokrevetnih i trokrevetnih soba u 1. skupini jednak, onda ih je po

$165 : (2 + 3) = 33$. 2 BODA

U njima je smješteno $33 \cdot 2 = 66$ predavača i $33 \cdot 3 = 99$ nepredavača. 2 BODA

Dalje je $498 + 99 = 597$ pa je na kongresu bilo 66 predavača i 597 ostalih. 2 BODA

………………………………………………………………………… UKUPNO 10 BODOVA

3. Vrijedi V(5,6,8,9)=360. 2 BODA

Kako je $3000 = 8 \cdot 360 + 120$ i $4000 = 11 \cdot 360 + 40$, onda su brojevi $9 \cdot 360$, $10 \cdot 360$ i $11 \cdot 360$

višekratnici broja 360 veći od 3000 i manji od 4000. 2 BODA

Nadalje, brojevi $9 \cdot 360 + 1 = 3241$, $10 \cdot 360 + 1 = 3601$ i $11 \cdot 360 + 1 = 3961$ pri dijeljenju

s 5, 6, 8 i 9 daju ostatak 1 te su veći od 3000 i manji od 4000. 2 BODA

No, $3241 = 190 \cdot 17 + 11$, $3601 = 211 \cdot 17 + 14$ i $3961 = 233 \cdot 17$ 3 BODA

pa je traženi broj 3961. 1 BOD

………………………………………………………………………… UKUPNO 10 BODOVA

4. Vrijedi $p+(p+1)+\ldots+(p+2012)+(p+2013)=$

$$=\underbrace{(p+\ldots+p)}_{2014}+(1+2+\ldots+2013)=$$ 2 BODA

$$=2014\cdot p+2013\cdot 2014:2=$$ 2 BODA

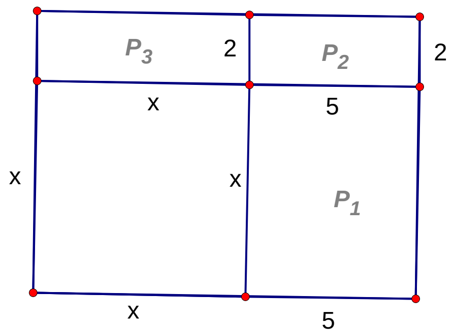
$$=1007\cdot 2p+2013\cdot 1007=$$ 2 BODA

$$=1007\cdot(2p+2013)$$ 2 BODA

Dakle, zbroj $p+(p+1)+\ldots+(p+2012)+(p+2013)$ je djeljiv s 1007 pa je složen. 2 BODA

………………………………………………………………..………. UKUPNO 10 BODOVA

5. Neka je x duljina stranice kvadrata.



1 BOD

Površina za koju se smanji pravokutnik jednaka je $P_1+P_2+P_3= 80\ cm^2$ pa prema uvjetu zadatka

vrijedi $5 \cdot x + 5 \cdot 2 + 2 \cdot x = 80$. 2 BODA

Slijedi $x = 10$. 2 BODA

Dakle, stranica kvadrata duljine je 10 cm, a stranice pravokutnika su duljine 15 cm i 12 cm. 1 BOD

Opseg kvadrata je $O_k = 4 \cdot x = 4 \cdot 10 = 40$ cm , a 2 BODA

opseg pravokutnika je $O_p = 2 \cdot 15 + 2 \cdot 12 = 54$ cm. 2 BODA

……………………………………………………...…………………… UKUPNO 10 BODOVA

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE
15. veljače 2013.

6. razred-rješenja

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. Neka su razlomci koji zadovoljavaju zadani uvjet oblika $\frac{a}{b}$.

Tada je $\frac{5}{7} < \frac{a}{b} < \frac{6}{7}$.

Slijedi $5b < 7a$ i $7a < 6b$ pa je $5b < 7a < 6b$. 1 BOD

Za $b \in \{1,2,3\}$ dobijemo $a \notin \mathbb{Z}$. 2 BODA

Za $b = 4$ imamo $20 < 7a < 24$ => $a = 3$. 1 BOD

Za $b = 5$ imamo $25 < 7a < 30$ => $a = 4$. 1 BOD

Za $b = 6$ imamo $30 < 7a < 36$ => $a = 5$. 1 BOD

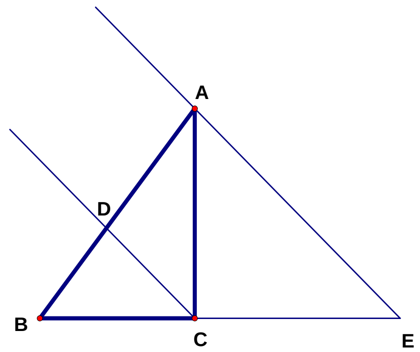
Za $b = 8$ imamo $40 < 7a < 48$ => $a = 6$. 1 BOD

Za $b = 9$ imamo $45 < 7a < 54$ => $a = 7$. 1 BOD

Traženi razlomci su $\frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \frac{6}{8} = \frac{3}{4}, \frac{7}{9}$. 2 BODA

…………………………………………………………………….... UKUPNO 10 BODOVA

2.



1 BOD

Simetrala CD pravog kuta $\sphericalangle ACB$ zatvara s pravcem BC kut veličine 45°. 1 BOD

Usporednica AE također s pravcem BE zatvara kut veličine 45°. 2 BODA

Trokut ΔACE je pravokutan pa onda i jednakokračan te je $|CE| = |CA| = 8$ cm. 2 BODA

Vrijedi $|BE| = |BC| + |CE| = 6 + 8 = 14$ cm. 1 BOD

Površina trokuta ΔABE je $P = \frac{|BE| \cdot |AC|}{2} = \frac{14 \cdot 8}{2} = 56$ cm^2. 3 BODA

……………………………………………………………………… UKUPNO 10 BODOVA

3. U trokutu ΔABC vrijedi $|\sphericalangle ACB|+|\sphericalangle CBA|+|\sphericalangle BAC|=180°$ pa je $|\sphericalangle ACB|=70°$. 1 BOD

U trokutu ΔAFC vrijedi $|\sphericalangle ACF|+|\sphericalangle CFA|+|\sphericalangle FAC|=180°$ pa je $|\sphericalangle ACF|=60°$. 1 BOD

Dalje je $|\sphericalangle FCD|=|\sphericalangle ACB|-|\sphericalangle ACF|=10°$. 1 BOD

Kako je $|\sphericalangle EAF|=|\sphericalangle FAC|=30°$, $|\sphericalangle AFE|=|\sphericalangle CFA|=90°$ i $\overline{AF}$ zajednička stranica, prema poučku K-S-K o sukladnosti slijedi $\Delta AEF \cong \Delta ACF$. 1 BOD

Iz sukladnosti slijedi $|EF|=|CF|$. 1 BOD

Budući da je $|\sphericalangle EFD|=|\sphericalangle DFC|=90°$ i $\overline{FD}$ zajednička stranica, prema poučku S-K-S o sukladnosti slijedi $\Delta DFE \cong \Delta DFC$. 1 BOD

Iz sukladnosti slijedi $|\sphericalangle DEF|=|\sphericalangle FCD|=10°$. 1 BOD

U trokutu ΔAEF vrijedi $|\sphericalangle FEA|+|\sphericalangle AFE|+|\sphericalangle EAF|=180°$ pa je $|\sphericalangle FEA|=60°$. 1 BOD

U trokutu ΔABE vrijedi $|\sphericalangle AEB|+|\sphericalangle EBA|+|\sphericalangle BAE|=180°$ pa je $|\sphericalangle AEB|=150°$. 1 BOD

Na kraju, $\alpha+|\sphericalangle AEB|+|\sphericalangle FEA|+|\sphericalangle DEF|=360°$ te je $\alpha=140°$. 1 BOD

…………………………………………………………………………….. UKUPNO 10 BODOVA

4. Kako su osam slanaca podijelile na tri jednaka dijela, to je svaka od djevojčica pojela $\frac{8}{3}$ slanca.

2 BODA

Anica je imala 3 slanca, a kako je sama pojela $\frac{8}{3}$, to je Perica pojela $\frac{1}{3}$ njezina slanca. 3 BODA

Slavica je imala 5 slanaca, a sama je pojela $\frac{8}{3}$ pa je Perica pojela $\frac{7}{3}$ njezinih slanaca. 3 BODA

Kako je $\frac{7}{3}$ sedam puta veće od $\frac{1}{3}$, pravedno je da Anica dobije 1 kn, a Slavica 7 kn. 2 BODA

…………………………………………………………………...………. UKUPNO 10 BODOVA

5. Traženi broj označimo s x.

Uvjete zadatka možemo zapisati:

$$\left[\left(x-1\frac{1}{20}\right)\cdot\frac{4}{5}+2\frac{21}{25}\right]:0.01=1400$$ 2 BODA

$$\left(x-\frac{21}{20}\right)\cdot\frac{4}{5}+\frac{71}{25}=14$$ 2 BODA

$$\left(x-\frac{21}{20}\right)\cdot\frac{4}{5}=\frac{279}{25}$$ 2 BODA

$$x-\frac{21}{20}=\frac{279}{20}$$ 2 BODA

$$x=\frac{300}{20}$$ 1 BOD

$$x=15$$ 1 BOD

…………………………………………………...………………………. UKUPNO 10 BODOVA

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE
15. veljače 2013.

7. razred-rješenja

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. Razlikujemo tri slučaja. Točka T je između točaka M i N te lijevo od točke M ili desno od točke N.

3 BODA

Neka je $x = |MT|$. Tada je $|TN| = 5x$.

Slučaj 1. ; Točka T je između točaka M i N.

Slijedi $|MN| = 12 = x + 5x = 6x$ pa je $x = 2$. 2 BODA

Točka T ima koordinatu $-5 + 2 = -3$. 1 BOD

Slučaj 2.; Točka T je lijevo od točke M.

Slijedi $|MN| = 12 = 5x - x = 4x$ pa je $x = 3$. 2 BODA

Točka T ima koordinatu $-5 - 3 = -8$. 1 BOD

Slučaj 3.; Točka T je desno od točke N.
Slijedi $5x < x$ što je nemoguće. 1 BOD
…………………………………………………………………..….. UKUPNO 10 BODOVA

2. Ako bi 10 radnika obavilo cijeli posao za 15 dana, onda bi taj posao 1 radnik obavio

za $10 \cdot 15 = 150$ dana, odnosno 1 radnik bi za 1 dan obavio $\frac{1}{150}$ posla. 1 BOD

Tada bi 6 radnika za 5 dana obavilo $\frac{30}{150}$ posla. 2 BODA

Isto tako bi 8 radnika za 3 dana obavilo $\frac{24}{150}$ posla. 2 BODA

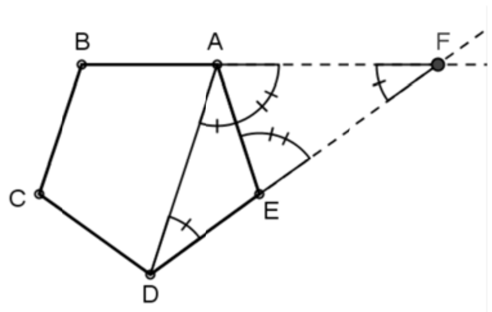
12 je radnika radilo x dana i obavilo $1 - \frac{30}{150} - \frac{24}{150} = \frac{96}{150}$ posla. 2 BODA

Dakle, $12 \cdot x = 96$ pa je $x = 8$. 1 BOD

Na kraju, cijeli je posao završen za $5 + 3 + x = 16$ dana. 2 BODA

…………………………………………………………………..………. UKUPNO 10 BODOVA

3.



1 BOD

Kako je peterokut *ABCDE* pravilan, onda je veličina unutarnjeg kuta pravilnog peterokuta

$\frac{(5-2)\cdot 180}{5}=108°$, 1 BOD

te je ΔADE jednakokračan, a onda je $|\sphericalangle DAE|=|\sphericalangle EDA|=\frac{180°-108°}{2}=36°$. 2 BODA

ΔAEF je također jednakokračan jer je $|\sphericalangle EAF|=|\sphericalangle FEA|=72°$ (vanjski kutovi pravilnog

peterokuta). 2 BODA

To znači da je $|AF|=|EF|$ i $|\sphericalangle AFE|=180°-72°-72°=36°$. 2 BODA

Dakle, i ΔADF je jednakokračan pa je $|AD|=|AF|$.

Dakle, $|AD|=|AF|=|EF|$. 2 BODA

……………………………………………………………………...…………. UKUPNO 10 BODOVA

4. Znamenka jedinica umnoška dva cijela broja jednaka je znamenci jedinica umnoška znamenaka jedinica tih brojeva. 2 BODA

Vrijedi

znamenka jedinica broja n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
znamenka jedinica broja $n-5$	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4
znamenka jedinica umnoška $n(n-5)$	0	6	4	4	6	0	6	4	4	6

6 BODOVA

Kako znamenka jedinica umnoška $n\cdot(n-5)$ ne može biti 8, onda zadana jednadžba nema rješenje u skupu cijelih brojeva. 2 BODA

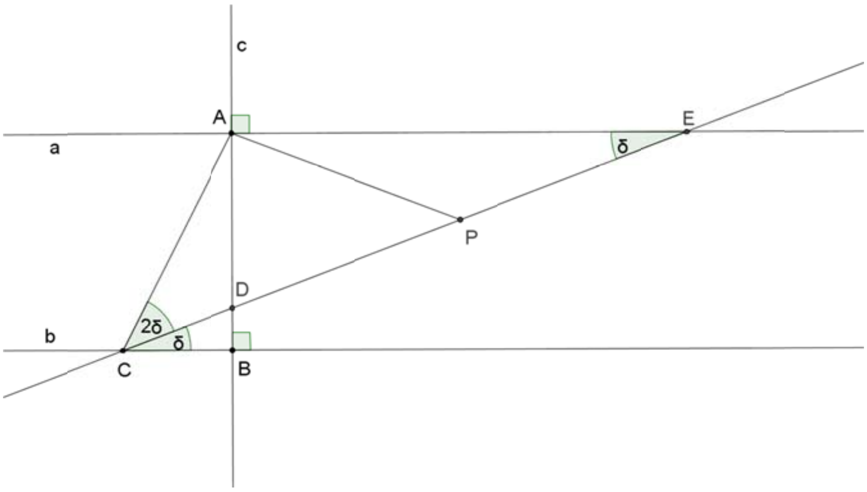
……………………………………………………………………….... UKUPNO 10 BODOVA

5. Neka je $\delta = |\sphericalangle BCD|$.

Tada je $|\sphericalangle DCA| = 2\delta$.

Kako je $a \parallel b$, onda je $|\sphericalangle AED| = |\sphericalangle BCD| = \delta$. 1 BOD

Neka je P polovište od $\overline{DE}$.



1 BOD

Kako je ΔADE pravokutan, onda je $|AP| = |DP| = |PE|$. 2 BODA

To znači da je ΔAPE jednakokračan odnosno $|\sphericalangle PAE| = \delta$. 2 BODA

Slijedi $|\sphericalangle APD| = |\sphericalangle PAE| + |\sphericalangle AEP| = \delta + \delta = 2\delta$. 1 BOD

Budući da je $|\sphericalangle PCA| = 2\delta = |\sphericalangle APC|$, onda je ΔACP jednakokračan te je $|AC| = |AP|$. 2 BODA

Na kraju, $|DE| = |DP| + |PE| = |AP| + |AP| = 2|AP| = 2|AC|$. 1 BOD

……………………………………………………………………………… UKUPNO 10 BODOVA

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE
15. veljače 2013.

8. razred-rješenja

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. $\frac{22.5}{100}\cdot\frac{1}{3}\cdot\left[\frac{\sqrt{(340+160)(340-160)}+\sqrt{(650+250)(650-250)}}{(1000-970)^2\cdot(1000-999)^2}\right]^{30}=$ 4 BODA

$=\frac{225}{1000}\cdot\frac{1}{3}\cdot\left[\frac{\sqrt{500\cdot180}+\sqrt{900\cdot400}}{30^2\cdot1^2}\right]^{30}=$ 1 BOD

$=\frac{75}{1000}\cdot\left[\frac{\sqrt{2\cdot250\cdot10\cdot18}+\sqrt{900\cdot400}}{900}\right]^{30}=\frac{3}{40}\cdot\left[\frac{\sqrt{2500\cdot36}+\sqrt{900\cdot400}}{900}\right]^{30}=$ 2 BODA

$=\frac{3}{40}\cdot\left[\frac{50\cdot6+30\cdot20}{900}\right]^{30}=$ 1 BOD

$=\frac{3}{40}\cdot\left[\frac{300+600}{900}\right]^{30}=\frac{3}{40}\cdot\left[\frac{900}{900}\right]^{30}=\frac{3}{40}\cdot1^{30}=\frac{3}{40}$ 2 BODA

………………………………………………………………………….. UKUPNO 10 BODOVA

2. Neka je x broj dana za koji je Ivana pročitala knjigu.

Tada je $\frac{480}{x}$ prosječan broj stranica koje je Ivana pročitala u jednom danu, a $\frac{480}{x-5}$ bi bio prosječan broj dnevno pročitanih stranica knjige da je dnevno čitala 16 stranica više. 2 BODA

Zato vrijedi jednadžba $\frac{480}{x}+16=\frac{480}{x-5}$ 2 BODA

koja nakon sređivanja poprima oblik $x^2-5x-150=0$, 2 BODA

odnosno $(x+10)(x-15)=0$. 2 BODA

Rješenja jednadžbe su $x_1=-10$ i $x_2=15$. 1 BOD

Ivana je pročitala knjigu za 15 dana. 1 BOD

………………………………………………………………………… UKUPNO 10 BODOVA

3. Jednadžbu $x^2+2012=y^2$ možemo zapisati

$$2012=y^2-x^2 \text{ ili } (y-x)(y+x)=2012. \qquad \text{1 BOD}$$

Dalje je $(y-x)(y+x)=2\cdot 2\cdot 503$. 1 BOD

a) $\dfrac{\begin{array}{l} y+x=2 \\ y-x=1006 \end{array}}{}$ daje rješenje $(-502,504)$,

$\dfrac{\begin{array}{l} y+x=-2 \\ y-x=-1006 \end{array}}{}$ daje rješenje $(502,-504)$,

$\dfrac{\begin{array}{l} y+x=-1006 \\ y-x=-2 \end{array}}{}$ daje rješenje $(-502,-504)$,

$\dfrac{\begin{array}{l} y+x=1006 \\ y-x=2 \end{array}}{}$ daje rješenje $(502,504)$. 4 BODA

b) $\dfrac{\begin{array}{l} y+x=4 \\ y-x=503 \end{array}}{}$ (i slične kombinacije) nema rješenje u skupu cijelih brojeva. 2 BODA

c) $\dfrac{\begin{array}{l} y+x=1 \\ y-x=2012 \end{array}}{}$ (i slične kombinacije) nema rješenje u skupu cijelih brojeva. 2 BODA

…………………………………………………………………..….. UKUPNO 10 BODOVA

4. Osmerokut podijelimo na dijelove:

- Dva jednakokračna pravokutna trokuta ($A_3A_4A_5$ i $A_1A_7A_8$)
- Pravokutnik $A_2A_3A_5A_6$ 1 BOD

$\Delta A_3A_4A_5$ je jednakokračan pravokutan trokut pa je $P_{\Delta A_3A_4A_5}=\frac{1}{2}\cdot(5\sqrt{2})^2=25\text{ cm}^2$ 1 BOD

i $|A_3A_5|=\sqrt{|A_3A_4|^2+|A_4A_5|^2}=\sqrt{100}=10\text{ cm}$ 2 BODA

$\overline{A_3A_5}$ je stranica pravokutnika $A_2A_3A_5A_6$ i dio hipotenuze jednakokračnog pravokutnog trokuta

$A_1A_7A_8$ 1 BOD

pa je $P_{A_2A_3A_5A_6}=10\cdot 15=150\text{ cm}^2$ 1 BOD

i $|A_1A_7|=3+10+3=16\text{ cm}$ 1 BOD

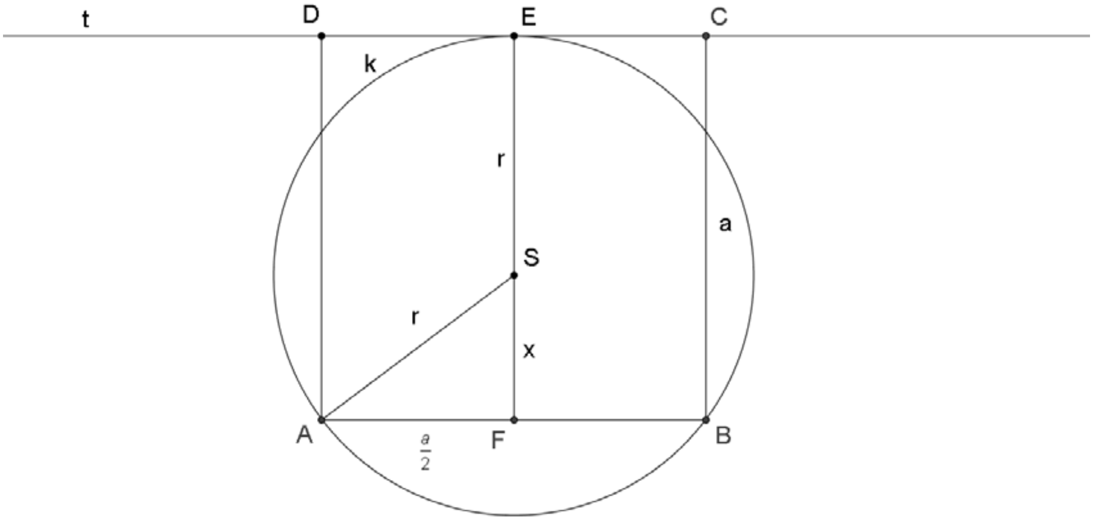
Slijedi $2|A_1A_8|^2=|A_1A_7|^2$ pa je $|A_1A_8|=8\sqrt{2}\text{ cm}$ 1 BOD

te $P_{\Delta A_1A_7A_8}=\frac{1}{2}\cdot(8\sqrt{2})^2=64\text{ cm}^2$. 1 BOD

Na kraju, P=25+150+64=239cm^2. 1 BOD

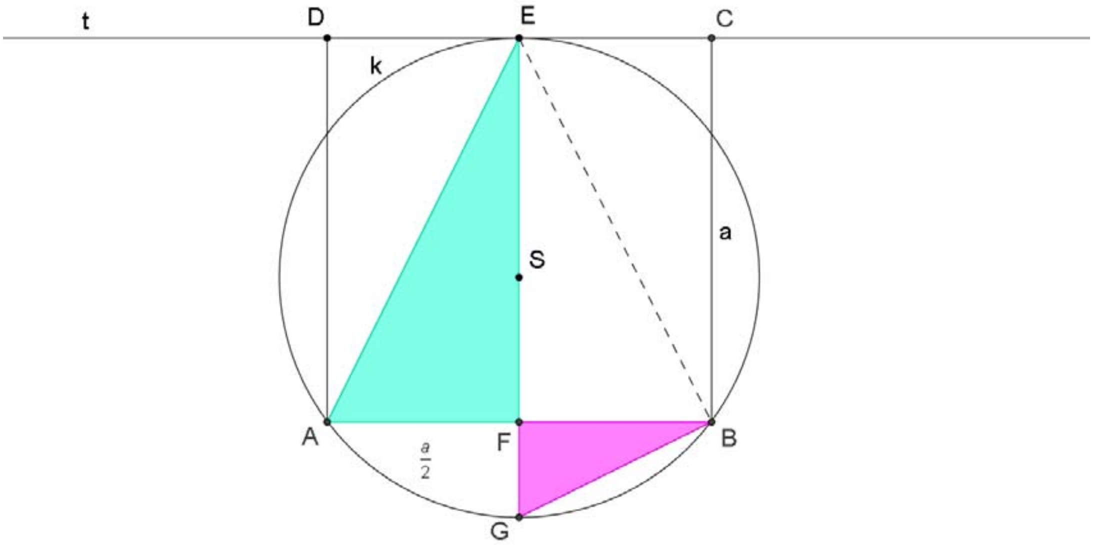
…………………………………………………………………… UKUPNO 10 BODOVA

5. Neka su oznake kao na slici



1 BOD

Tada je četverokut $AFED$ pravokutnik pa je $|EF| = |AD| = a$. 1 BOD



1 BOD

Vrijedi $|\sphericalangle BAE| = |\sphericalangle BGE|$ jer su to obodni kutovi nad istom tetivom $\overline{BE}$. 1 BOD

Također je $|\sphericalangle EFA| = |\sphericalangle GFB| = 90°$. 1 BOD

Prema poučku K-K o sličnosti slijedi $\Delta AFE \sim \Delta GFB$. 1 BOD

Iz sličnosti slijedi $|AF| : |GF| = |FE| : |FB|$ odnosno $\frac{a}{2} : (2r - a) = a : \frac{a}{2}$. 2 BODA

Na kraju je $a = \frac{8}{5} r$. 2 BODA

…………………………………………………………………………… UKUPNO 10 BODOVA